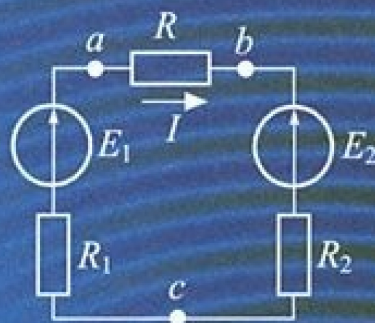


СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ



Для студентов учреждений высшего образования
по инженерно-техническим специальностям

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ

Допущено
Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия
для студентов учреждений высшего образования
по инженерно-техническим специальностям

Под общей редакцией Ю.В. Бладыко



Минск
«Вышэйшая школа»
2012

УДК [621.3+621.38](076.1)(075.8)
ББК 312я73
С23

Авторы: Ю.В. Бладыко, Т.Т. Розум, Ю.А. Куварзин, С.В. Домников,
Г.В. Згаевская

Рецензенты: кафедра автоматизации производственных процессов и электротехники Белорусского государственного технологического университета; заведующий кафедрой «Теоретические основы электротехники» Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого кандидат технических наук, доцент *А.В. Козлов*

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или любой ее части не может быть осуществлено без разрешения издательства.

ISBN 978-985-06-2083-5

© Оформление УП «Издательство
"Вышэйшая школа"», 2012

ПРЕДИСЛОВИЕ

Электротехническая подготовка инженеров неэлектротехнических специальностей предусматривает достаточно подробное изучение практического использования различных электроустановок. Инженер любой специальности должен знать конструкции, принципы действия, свойства, области применения, возможности основных электротехнических, электронных устройств и измерительных приборов, уметь их рассчитывать, определять параметры и характеристики. В результате освоения курса электротехники и электроники студент обязан знать электротехнические законы, методы анализа электрических, магнитных и электронных цепей.

Данный сборник задач предназначен в качестве учебного пособия для студентов инженерно-технических специальностей по курсам «Электротехника», «Электротехника и электроника», «Электротехника и промышленная электроника», «Электротехника, электрические машины и аппараты». Материал пособия соответствует учебным программам этих дисциплин и может быть использован также при подготовке по электротехнике и электронике в других курсах.

Размещение задач соответствует последовательности изложения материала курса, которая принята кафедрой «Электротехника и электроника» Белорусского национального технического университета. Однако материал отдельных глав достаточно независим, и порядок его использования может быть иным. В каждой главе даны типовые задачи с решениями, контрольные задачи, рекомендуемые для самостоятельного решения или для решения на практических занятиях. В конце книги приведены многовариантные тесты для компьютерного либо аудиторного контроля знаний.

Авторы стремились к тому, чтобы каждая новая типовая задача была снабжена подробным решением и пояснениями. Это облегчает самостоятельную работу студентов над последующими аналогичными задачами. Поэтому предлагаемый сборник задач может быть полезен студентам-заочникам и студентам дистанционной формы обучения.

В сборник включены задачи по линейным и нелинейным цепям постоянного тока, однофазным линейным электрическим цепям синусоидального тока, трехфазным цепям, переходным процессам и несинусоидальным токам в линейных электрических цепях, магнитному полю, магнитным цепям с постоянными и переменными

магнитодвижущими силами, трансформаторам, электрическим машинам постоянного и переменного тока, электрическим измерениям и электронике. Рассматриваются полупроводниковые диоды и выпрямители, транзисторы и усилительные каскады, операционные усилители, импульсные и цифровые устройства.

Используемая в пособии терминология соответствует рекомендациям ГОСТ 19880–74 «Электротехника. Основные понятия. Термины и определения».

Обозначение единиц физических величин соответствует ТР 2007/003/ВУ «Единицы измерений, допущенные к применению на территории Республики Беларусь».

Книга базируется на коллективном опыте работы преподавателей кафедры «Электротехника и электроника» Белорусского национального технического университета. При подготовке данного учебного пособия большую помощь авторам оказали старшие преподаватели А.В. Куцыло, Г.А. Михальцевич, доценты В.И. Можар, А.А. Мазуренко, Р.Р. Мороз, инженер-электроник первой категории Т.А. Мархель, а также и И.Н. Михневич.

Авторы выражают благодарность рецензентам – коллективу кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники Белорусского государственного технологического университета (и особо кандидатам технических наук, доцентам Д.С. Карповичу и В.И. Горошко) и заведующему кафедрой «Теоретические основы электротехники» Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого кандидату технических наук, доценту А.В. Козлову – за ценные советы и замечания, способствовавшие улучшению пособия.

Все отзывы и предложения просьба направлять по адресу: издательство «Вышэйшая школа», пр. Победителей, 11, 220048, Минск.

Авторы

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Задачи с решениями

Задача 1.1. При прохождении тока $I = 10$ А через источник ЭДС в одном направлении напряжение между его зажимами $U_1 = 110$ В, а при том же токе, проходящем в обратном направлении, напряжение $U_2 = 130$ В (рис. 1.1). Определить ЭДС, внутреннее сопротивление источника и мощность, отдаваемую им во внешнюю цепь или получаемую из нее.

Решение. Напряжение между зажимами источника связано с его ЭДС E , силой тока I^* и внутренним сопротивлением R_0 следующей зависимостью:

$$U = E \pm R_0 I,$$

где минус соответствует совпадению направлений ЭДС и тока, а плюс – их встречному направлению.

Таким образом, для двух заданных режимов источника ЭДС можно составить систему двух уравнений:

$$\begin{cases} U_1 = E - R_0 I; \\ U_2 = E + R_0 I. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, получим: $E = 120$ В, $R_0 = 1$ Ом.

На рис. 1.1, *а* направления ЭДС и тока одинаковы. Это означает, что данный источник ЭДС работает в режиме генератора, т.е. он отдает во внешнюю цепь мощность

$$P_1 = U_1 I = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ Вт.}$$

При встречном направлении ЭДС и тока (рис. 1.1, *б*) источник ЭДС работает в режиме приемника энергии, потребляя из внешней цепи мощность

$$P_2 = U_2 I = EI + R_0 I^2 = 1200 + 100 = 1300 \text{ Вт,}$$

* В дальнейшем вместо термина «сила тока» используется термин «ток» (ГОСТ 19880).

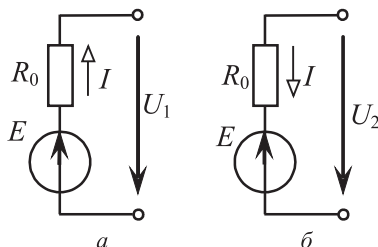


Рис. 1.1

где EI – электрическая мощность, преобразуемая в мощность других видов, например накапливаемую в виде химической энергии аккумулятора; $R_0 I^2$ – электрическая мощность, выделяемая в виде теплоты во внутреннем сопротивлении источника ЭДС.

Задача 1.2. Два источника ЭДС включены по схеме, приведенной на рис. 1.2, а, ЭДС $E_1 = 80$ В, $E_2 = 40$ В, внутренние сопротивления источников $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 1$ Ом, внешнее сопротивление $R = 7$ Ом. 1. Определить: режимы работы источников ЭДС; напряжения U_{ac} , U_{ab} , U_{bc} . 2. Построить потенциальную диаграмму $\varphi(R)$ вдоль контура цепи. 3. Записать и проверить уравнение баланса мощностей.

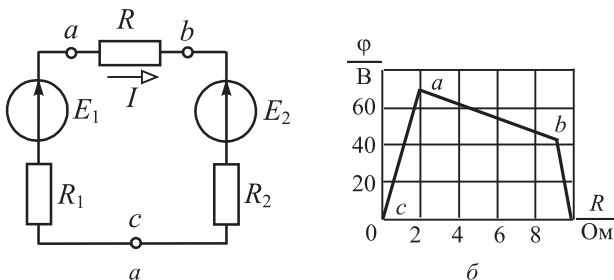


Рис. 1.2

Решение. 1. На основании закона Ома для неразветвленной цепи ток

$$I = \frac{\Sigma E}{\Sigma R_0 + \Sigma R} = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R} = \frac{80 - 40}{2 + 1 + 7} = 4 \text{ А.}$$

Ток I направлен одинаково с ЭДС E_1 и противоположен ЭДС E_2 . Следовательно, источник ЭДС E_1 работает в режиме генератора, а источник ЭДС E_2 – в режиме потребителя.

Напряжение на зажимах источника ЭДС E_1 (генератора)

$$U_{ac} = E_1 - R_1 I = 80 - 2 \cdot 4 = 72 \text{ В,}$$

на зажимах источника ЭДС E_2

$$U_{bc} = E_2 + R_2 I = 40 + 1 \cdot 4 = 44 \text{ В}$$

или

$$U_{bc} = E_1 - R_1 I - RI = 44 \text{ В.}$$

На внешнем сопротивлении $U_{ab} = RI = 7 \cdot 4 = 28 \text{ В}$.

2. Принимаем потенциал точки с $\varphi_c = 0$. Тогда:

$$\varphi_a = \varphi_c - R_1 I + E_1 = 0 - 2 \cdot 4 + 80 = 72 \text{ В};$$

$$\varphi_b = \varphi_a - RI = 72 - 7 \cdot 4 = 44 \text{ В}$$

или

$$\varphi_b = \varphi_c + R_2 I + E_2 = 0 + 1 \cdot 4 + 40 = 44 \text{ В}.$$

Потенциальная диаграмма, построенная по полученным данным, изображена на рис. 1.2, б.

3. Уравнение баланса мощности имеет вид

$$\Sigma P_{\text{и}} = \Sigma P_{\text{п}},$$

где $\Sigma P_{\text{и}}$ – суммарная мощность, развиваемая источниками энергии; $\Sigma P_{\text{п}}$ – суммарная мощность, расходуемая в цепи.

В данной задаче

$$\Sigma P_{\text{и}} = E_1 I = 80 \cdot 4 = 320 \text{ Вт};$$

$$\Sigma P_{\text{п}} = R_1 I^2 + R_2 I^2 + RI^2 + E_2 I = 2 \cdot 16 + 1 \cdot 16 + 7 \cdot 16 + 40 \cdot 4 = 320 \text{ Вт}.$$

Мощность $R_1 I^2 + R_2 I^2 + RI^2 = 160 \text{ Вт}$ преобразуется в тепловую в сопротивлениях R_1 , R_2 , R , мощность $E_2 I = 160 \text{ Вт}$ преобразуется в мощность другого вида, например в химическую энергию при зарядке аккумулятора.

Задача 1.3. В цепи, приведенной на рис. 1.3, $E_1 = 10 \text{ В}$, $E_2 = 6 \text{ В}$, $E_3 = 4 \text{ В}$, $U_{ab} = 12 \text{ В}$, $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 5 \text{ Ом}$, $R_3 = 1 \text{ Ом}$. Определить электрический ток в цепи.

Решение. Произвольно обозначаем на схеме условное положительное направление тока.

Обходя контур схемы, например по ходу часовой стрелки, записываем уравнение по второму закону Кирхгофа:

$$E_1 - E_2 + E_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I - U_{ab},$$

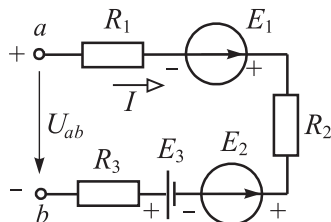


Рис. 1.3

откуда

$$I = \frac{E_1 - E_2 + E_3 + U_{ab}}{R_1 + R_2 + R_3} = 2 \text{ A.}$$

Задача 1.4. Напряжение холостого хода источника энергии $U_x = 100 \text{ В}$, ток короткого замыкания $I_k = 200 \text{ А}$, сопротивление внешней цепи $R = 19,5 \text{ Ом}$. 1. Определить параметры схемы замещения эквивалентного источника ЭДС и эквивалентного источника тока 2. На основании схем замещения рассчитать ток и напряжение внешней цепи. 3. Составить уравнения баланса мощности для обеих схем.

Решение. 1. Электродвижущая сила эквивалентного источника ЭДС равна напряжению холостого хода, т.е.

$$E = U_x = 100 \text{ В.}$$

Сопротивление, включенное последовательно с источником ЭДС схемы замещения,

$$R_0 = E / I_k = 100 / 200 = 0,5 \text{ Ом.}$$

Схема замещения источника энергии эквивалентным источником ЭДС дана на рис. 1.4, а.

Ток эквивалентного источника тока равен току короткого замыкания $I_k = 200 \text{ А}$. Сопротивление, параллельное источнику тока схемы замещения, $R_0 = 0,5 \text{ Ом}$.

Схема замещения источника энергии эквивалентным источником тока приведена на рис. 1.4, б.

2. Ток и напряжение внешней цепи находим на основании схемы, приведенной на рис. 1.4, а:

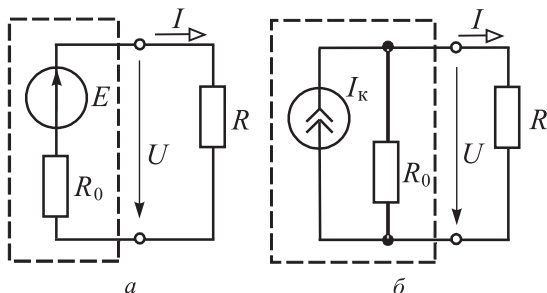


Рис. 1.4

$$I = \frac{E}{R_0 + R} = \frac{100}{0,5 + 19,5} = 5 \text{ A};$$

$$U = E - R_0 I = 100 - 5 \cdot 0,5 = 97,5 \text{ В.}$$

На основании схемы, приведенной на рис. 1.4, б,

$$U = I_{\kappa} \frac{R_0 R}{R_0 + R} = 200 \cdot \frac{0,5 \cdot 19,5}{0,5 + 19,5} = 97,5 \text{ В};$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{97,5}{19,5} = 5 \text{ A.}$$

3. Схемы замещения источника энергии, приведенные на рис. 1.4, а, б, эквивалентны по токораспределению и напряжениям, создаваемым во внешней цепи, и не эквивалентны по потерям мощности в источниках. Уравнения баланса мощности источника ЭДС:

$$EI = R_0 I^2 + UI; \quad 500 \text{ Вт} = 12,5 + 487,5 \text{ Вт};$$

источника тока:

$$UI_{\kappa} = U^2/R_0 + UI; \quad 19\,500 \text{ Вт} = 19\,012,5 + 487,5 \text{ Вт.}$$

Задача 1.5. ЭДС источника схемы (рис. 1.5, а) $E = 100 \text{ В}$. Сопротивление внешней цепи R изменяется от бесконечности до нуля. Построить зависимость $U(I)$ при двух значениях внутреннего сопротивления источника: $R_0 = 1 \text{ Ом}$ и $R_0 = 2 \text{ Ом}$.

Решение. Напряжение на зажимах источника $U = E - R_0 I$ является линейной функцией тока. Для построения зависимости $U(I)$ рассчитываем два режима.

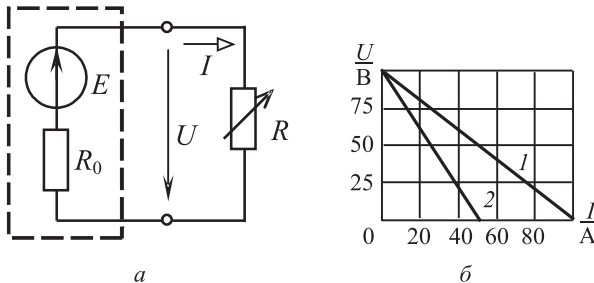


Рис. 1.5

Если $R = \infty$ (холостой ход), то

$$I = \frac{E}{R_0 + R} = 0 \text{ и } U = E = 100 \text{ В}$$

(независимо от величины R_0).

Если $R = 0$ (короткое замыкание), то

$$I = \frac{E}{R_0 + R} = \frac{E}{R_0} = I_{\text{к}}; U = 0.$$

При $R_0 = 1 \text{ Ом}$

$$I_{\text{к1}} = 100/1 = 100 \text{ А.}$$

При $R_0 = 2 \text{ Ом}$

$$I_{\text{к2}} = 100/2 = 50 \text{ А.}$$

Зависимость $U(I)$ для $R_0 = 1 \text{ Ом}$ представлена на рис. 1.5, б прямой 1, для $R_0 = 2 \text{ Ом}$ – прямой 2.

Задача 1.6. Сопротивление обмотки электрического двигателя, выполненной из медного провода, в холодном состоянии (температура окружающей среды $t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$) $R_1 = 0,16 \text{ Ом}$; в нагретом состоянии (после длительного рабочего режима) $R_2 = 0,2 \text{ Ом}$. Определить рабочую температуру обмотки двигателя t_2 .

Решение. Температурная зависимость сопротивления проводов определяется соотношением

$$R_2 = R_1(1 + \alpha(t_2 - t_1)),$$

где α – температурный коэффициент сопротивления; для меди $\alpha = 0,004 \text{ 1/}^\circ\text{C}$.

Находим рабочую температуру обмотки двигателя:

$$t_2 = t_1 + \frac{R_2 - R_1}{\alpha R_1} = 20 + \frac{0,2 - 0,16}{0,004 \cdot 0,16} = 82,5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Задача 1.7. Рассчитать площадь сечения и длину нихромового провода, а также плотность тока в нем для нагревателя мощностью 500 Вт при напряжении сети 220 В. Принять температуру окружающей среды равной $20 \text{ }^\circ\text{C}$, рабочую температуру нихрома $400 \text{ }^\circ\text{C}$, коэффициент теплоотдачи $k = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ Вт/(мм}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C)}$, удельное сопротивление нихрома в нагретом состоянии $\rho = 1,25 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

Решение. По заданной мощности и напряжению сети определяем ток нагревателя и его сопротивление:

$$I = \frac{P}{U} = 2,28 \text{ А}; \quad R = \frac{U}{I} = 96,5 \text{ Ом}.$$

При установившемся режиме количество рассеиваемой ежегодно теплоты $kS_{\text{пр}}\theta$ равно количеству теплоты RI^2 , выделяемой током. Уравнение теплового равновесия имеет вид

$$RI^2 = kS_{\text{пр}}\theta,$$

где k – коэффициент теплоотдачи, равный количеству теплоты, отдаваемой в окружающую среду с единицы площади поверхности провода в 1 с при разности температур провода и окружающей среды в 1°C , Вт/(мм² · °C); $S_{\text{пр}} = \pi dl \cdot 10^3$ – площадь поверхности охлаждения провода, мм², приближенно равная боковой поверхности цилиндрического провода; θ – разность температур нагрева нихрома и окружающей среды.

После подстановки в уравнение теплового равновесия $P = \rho l/S$ и $S = \pi d^2/4$ определяем требуемый по условиям нагрева диаметр провода:

$$d = \sqrt[3]{\frac{4I^2\rho}{\pi^2 k\theta \cdot 10^3}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 2,28^2 \cdot 1,25}{3,14^2 \cdot 7,5 \cdot 10^{-5} \cdot 380 \cdot 10^3}} = 0,45 \text{ мм}.$$

Этому диаметру соответствуют площадь сечения $S = 0,16 \text{ мм}^2$ и плотность тока $J = I/S = 14,3 \text{ А/мм}^2$.

Длина нихромового провода

$$l = \frac{RS}{\rho} = \frac{96,5 \cdot 0,16}{1,25} = 12,4 \text{ м}.$$

Задача 1.8. К источнику напряжением 220 В последовательно подключены две лампы накаливания с номинальным напряжением $U_{\text{ном}} = 110 \text{ В}$ и номинальной мощностью $P_{1 \text{ ном}} = 60 \text{ Вт}$, $P_{2 \text{ ном}} = 200 \text{ Вт}$. Определить напряжение и мощность каждой лампы, считая их сопротивления постоянными.

Решение. Для определения напряжения на зажимах каждой лампы находим их сопротивления по номинальным данным:

$$R_1 = \frac{U_{\text{ном}}^2}{P_{1 \text{ ном}}} = \frac{110^2}{60} = 202 \text{ Ом}; \quad R_2 = \frac{U_{\text{ном}}^2}{P_{2 \text{ ном}}} = \frac{110^2}{200} = 60,5 \text{ Ом}.$$

Тогда ток цепи

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{220}{202 + 60,5} = 0,84 \text{ A},$$

а напряжения на зажимах ламп соответственно равны:

$$U_1 = R_1 I = 169,2 \text{ В}; \quad U_2 = R_2 I = 50,8 \text{ В}.$$

Как видим, последовательное соединение приемников различной мощности в данном случае недопустимо, так как один из них находится под повышенным напряжением, другой – под пониженным. Мощность каждого из них при этом отличается от номинальной:

$$P_1 = U_1 I = R_1 I^2 = 142 \text{ Вт}; \quad P_2 = U_2 I = R_2 I^2 = 42,7 \text{ Вт}.$$

Задача 1.9. В цепи (рис. 1.6) с помощью ключей К1 и К2 изменяется режим резистора сопротивлением R_3 . При разомкнутых ключах К1, К2 вольтметр показывает напряжение холостого хода U_x на зажимах cd . При замкнутых ключах амперметр показывает ток короткого замыкания I_k . Доказать, что при замкнутом ключе К1 и разомкнутом ключе К2 (рабочий режим) ток

$$I_3 = \frac{U_x}{R_3 + U_x / I_k}.$$

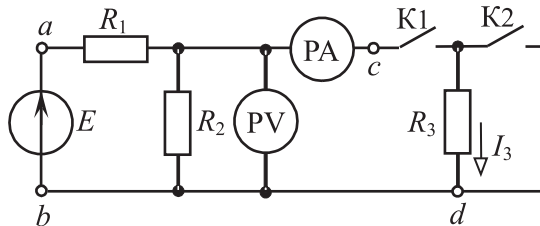


Рис. 1.6

Решение. По закону Ома при разомкнутых ключах К1, К2 напряжение холостого хода

$$U_x = R_2 I_x = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2}.$$

При замкнутых ключах ток короткого замыкания $I_K = E/R_1$.

В рабочем режиме (ключ К1 замкнут, ключ К2 – разомкнут) ток резистора

$$I_3 = \frac{U_{cd}}{R_3} = \frac{R_{23}I}{R_3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \frac{I}{R_3} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}.$$

Учитывая записанные выражения для U_x, I_K , получаем:

$$I_3 = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2} E}{R_3 + \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} \frac{R_1}{E}} = \frac{U_x}{R_3 + \frac{U_x}{I_K}}.$$

Последнее соотношение обычно приводится в виде

$$I_3 = \frac{U_x}{R_3 + R_{\text{вх}}},$$

где $R_{\text{вх}} = U_x/I_K$ – входное сопротивление цепи относительно зажимов cd при короткозамкнутых источниках ЭДС и разомкнутой ветви с сопротивлением R_3 . Значение $R_{\text{вх}}$ определяется по данным опытов холостого хода и короткого замыкания или расчетом. Для заданной схемы

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Задача 1.10. В цепи (рис. 1.7) $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 20$ Ом, $R_4 = 40$ Ом. Определить ЭДС E , при которой напряжение $U_{ab} = 5$ В.

Решение. По второму закону Кирхгофа

$$0 = R_1 I_1 + U_{ab} - R_4 I_2,$$

тогда $U_{ab} = R_4 I_2 - R_1 I_1$.

Токи I_1 и I_2 в ветвях цепи выразим по закону Ома:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2}; I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4}.$$

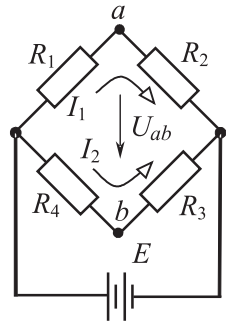


Рис. 1.7

Подставив полученные выражения в уравнение для напряжения U_{ab} , будем иметь:

$$U_{ab} = E \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right),$$

откуда

$$E = \frac{U_{ab}}{R_4/(R_3 + R_4) - R_1/(R_1 + R_2)} = 12 \text{ В.}$$

Задача 1.11. Для питания потребителя электроэнергии мощностью 20 кВт при напряжении 220 В используется двухжильный медный кабель длиной 100 м, проложенный открыто. Относительная допустимая потеря напряжения $\Delta U\% = 5\%$. Выбрать площадь сечения жилы кабеля.

Решение. По заданному значению потери напряжения найдем площадь сечения:

$$S = \frac{200\rho l P}{U^2 \Delta U\%} = \frac{200 \cdot 0,017 \cdot 100 \cdot 20\,000}{220^2 \cdot 5} = 29 \text{ мм}^2.$$

Округляем это значение до ближайшего большего стандартного (35 мм^2). Проверяем сечение на нагрев: по условиям нагрева рабочий ток потребителя $I_p = P/U = 91 \text{ А}$ должен быть меньше или равен длительно допустимому току ($I_p \leq I_{\text{доп}}$). По таблице длительно допустимых токовых нагрузок на кабели с медными жилами, проложенные открыто, допустимый ток равен 150 А ($91 \text{ А} < 150 \text{ А}$), значит, площадь сечения $S = 35 \text{ мм}^2$ удовлетворяет условию нагрева.

Задача 1.12. Источник с ЭДС $E = 230 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $R_0 = 0,2 \text{ Ом}$ соединен линией электропередачи сопротивлением $R_{\text{л}} = 0,8 \text{ Ом}$ с нагрузкой, потребляющей мощность $P_{\text{н}} = 2,2 \text{ кВт}$. Определить КПД линии электропередачи.

Решение. Электрическая мощность источника ЭДС равна сумме мощности нагрузки $P_{\text{н}}$ и мощности потерь $R_0 I^2$ в источнике и в линии $R_{\text{л}} I^2$, выделяемых в них в виде теплоты,

$$EI = P_{\text{н}} + R_0 I^2 + R_{\text{л}} I^2$$

или

$$230I = 2200 + (0,2 + 0,8)I^2.$$

Решение квадратного уравнения дает два значения тока: $I_1 = 10$ А и $I_2 = 220$ А. Следовательно, заданный режим возможен при двух различных сопротивлениях нагрузки:

$$R_{н1} = \frac{P_n}{I_1^2} = \frac{2200}{10^2} = 22 \text{ Ом}; \quad R_{н2} = \frac{P_n}{I_2^2} = 0,0454 \text{ Ом}.$$

При этом КПД линии электропередачи неодинаков:

$$\eta_1 = \frac{P_n}{P_n + R_{л1} I_1^2} = \frac{R_{н1}}{R_{н1} + R_{л}} = \frac{22}{22 + 0,8} = 0,965 ;$$

$$\eta_2 = \frac{P_n}{P_n + R_{л2} I_2^2} = \frac{R_{н2}}{R_{н2} + R_{л}} = \frac{0,0454}{0,0454 + 0,8} = 0,0537.$$

В энергетическом отношении второй режим неприемлем.

Задача 1.13. Линия постоянного тока выполнена медными изолированными проводами, проложенными в трубах. Рабочий ток линии $I_p = 85$ А. Напряжение источника $U = 230$ В. Длина линии $l = 50$ м. Допустимая потеря напряжения $\Delta U\% = 5\%$. Выбрать площадь сечения проводов.

Решение. Площадь сечения проводов линии по допустимой потере напряжения

$$S = \frac{200 \rho l I_p}{U \Delta U\%} = \frac{200 \cdot 0,017 \cdot 50 \cdot 85}{230 \cdot 5} = 12,7 \text{ мм}^2.$$

Принимаем ближайшее стандартное $S = 16 \text{ мм}^2$. Выполним проверку принятого сечения по условию нагрева. Нагрев не превысит допустимого, если $I_{\text{доп}} \geq I_p$, где $I_{\text{доп}}$ – длительно допустимый ток по таблице длительно допустимых нагрузок током. Из этой таблицы для медных проводов площадью сечения $S = 16 \text{ мм}^2$, проложенных в трубах, $I_{\text{доп}} = 75$ А, что меньше $I_p = 85$ А. Следовательно, по условию нагрева $S = 16 \text{ мм}^2$ не подходит. По той же таблице выбираем ближайшую большую площадь сечения $S = 25 \text{ мм}^2$, для которой $I_{\text{доп}} = 100 \text{ А} > I_p = 85 \text{ А}$. Таким образом, в данном случае условие нагрева является определяющим. Проверка выбранного сечения на потерю напряжения не требуется, поскольку для $S = 25 \text{ мм}^2$ эта потеря заведомо меньше допустимой.

Задача 1.14. Определить ток, проходящий через тело человека, который коснулся оголенного провода незаземленной двухпроводной ЛЭП постоянного тока (рис. 1.8, а), если:

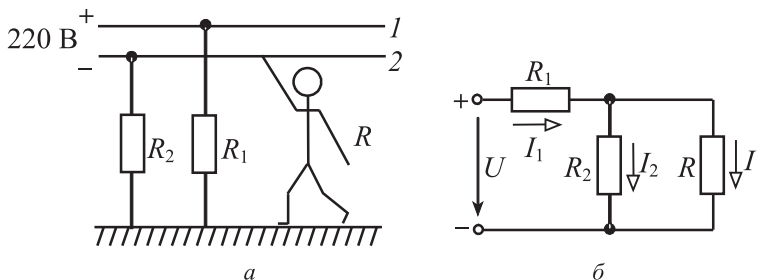


Рис. 1.8

1) сопротивления изоляции проводов относительно земли $R_1 = R_2 = 100 \text{ кОм}$;

2) сопротивления изоляции снизились до значения $R_1 = R_2 = 10 \text{ кОм}$;

3) произошло глухое замыкание провода 1 на землю, а $R_2 = 100 \text{ кОм}$.

Сопротивление R тела человека принять равным 1 кОм .

Решение. 1. Расчетная схема представляет собой смешанное соединение сопротивлений (рис. 1.8, б), и ток, проходящий через тело человека, определяется выражением

$$I = \frac{R_2}{R + R_2} I_1 = 2,16 \text{ мА},$$

$$\text{где } I_1 = \frac{U}{R_1 + R_2 R / (R_2 + R)} = 2,18 \text{ мА}.$$

2. В случае ухудшения изоляции аналогично получаем: $I = 20,2 \text{ мА}$.

3. При глухом замыкании провода 1 на землю ($R_1 = 0$) человек находится под напряжением $U = 220 \text{ В}$, тогда $I = U/R = 220 \text{ мА}$.

Пороговое значение неотпускающего постоянного тока составляет 50 мА .

Задача 1.15. Для контроля изоляции проводов двухпроводной незаземленной ЛЭП постоянного тока используется вольтметр с сопротивлением $R_v = 50 \text{ кОм}$ (рис. 1.9). Результаты трех измерений: $U = 220 \text{ В}$, $U_1 = 60 \text{ В}$, $U_2 = 40 \text{ В}$. Определить сопротивление изоляции R_1 и R_2 каждого из проводов по отношению к земле.

Решение. По первому закону Кирхгофа (рис. 1.9) $I_v + I_1 = I_2$

или

$$\frac{U_1}{R_V} + \frac{U_1}{R_1} = \frac{U - U_1}{R_2}. \quad (1)$$

Аналогичное уравнение получаем для режима, когда вольтметр подключен между вторым проводом и землей:

$$\frac{U_2}{R_V} + \frac{U_2}{R_2} = \frac{U - U_2}{R_1}. \quad (2)$$

Совместное решение уравнений (1) и (2) дает:

$$R_1 = R_V \frac{U - U_1 - U_2}{U_2} = 150 \text{ кОм};$$

$$R_2 = R_V \frac{U - U_1 - U_2}{U_1} = 100 \text{ кОм}.$$

Эквивалентное сопротивление изоляции ЛЭП относительно земли

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 60 \text{ кОм}.$$

Задача 1.16. В цепи (рис. 1.10) $U = 72 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = 3 \text{ Ом}$, $R_3 = 12 \text{ Ом}$, $R_4 = 6 \text{ Ом}$, $R_5 = 4 \text{ Ом}$. Определить токи в ветвях при разомкнутом и замкнутом ключе К.

Решение. При разомкнутом ключе К общее сопротивление цепи

$$\begin{aligned} R &= R_1 + R_{ad} = \\ &= R_1 + \frac{(R_2 + R_3)(R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 9 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Определяем токи в ветвях:

$$I_1 = U/R = 72/9 = 8 \text{ А};$$

$$I_2 = I_3 = \frac{U_{ab}}{R_2 + R_3} = \frac{U - R_1 I_1}{R_2 + R_3} = 3,2 \text{ А};$$

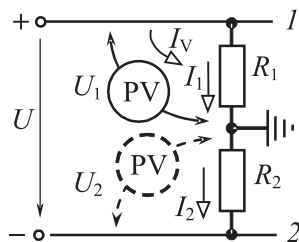


Рис. 1.9

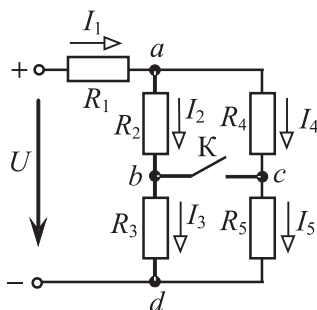


Рис. 1.10

$$I_4 = I_5 = \frac{U_{ab}}{R_4 + R_5} = 4,8 \text{ A.}$$

При замкнутом ключе общее сопротивление цепи

$$R = R_1 + R_{ab} + R_{bd} = R_1 + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5} = 3 + 2 + 3 = 8 \text{ Ом.}$$

Общий ток

$$I_1 = U/R = 9 \text{ A.}$$

Напряжения на участках:

$$U_{ab} = R_{ab} I_1 = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} I_1 = 2 \cdot 9 = 18 \text{ В;}$$

$$U_{bd} = R_{bd} I_1 = 3 \cdot 9 = 27 \text{ В.}$$

Находим токи в ветвях:

$$I_2 = U_{ab}/R_2 = 6 \text{ A; } I_3 = U_{bd}/R_3 = 2,25 \text{ A;}$$

$$I_4 = U_{ab}/R_4 = 3 \text{ A; } I_5 = U_{bd}/R_5 = 6,75 \text{ A.}$$

Задача 1.17. Определить напряжение на зажимах источника U (рис. 1.11), если известны сопротивления всех ветвей: $R_1 = 60 \text{ Ом}$, $R_2 = 100 \text{ Ом}$, $R_3 = 50 \text{ Ом}$, $R_4 = 25 \text{ Ом}$, $R_5 = 50 \text{ Ом}$ и ток $I_5 = 0,1 \text{ A}$. Проверить баланс мощности.

Решение. Напряжение на участке cd

$$U_{cd} = R_5 I_5 = 5 \text{ В.}$$

Тогда $I_4 = U_{cd}/R_4 = 0,2 \text{ A}$.

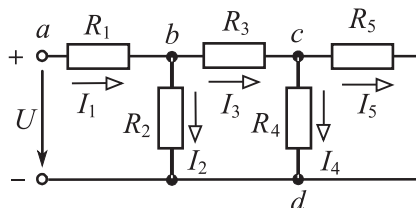


Рис. 1.11

Ток I_3 определяем по первому закону Кирхгофа для узла c :

$$I_3 = I_4 + I_5 = 0,3 \text{ A.}$$

Напряжение на участке bd находим по второму закону Кирхгофа:

$$U_{bd} = R_3 I_3 + R_4 I_4 = 20 \text{ В.}$$

Ток $I_2 = U_{bd}/R_2 = 0,2 \text{ А}$. Общий ток цепи $I_1 = I_2 + I_3 = 0,5 \text{ А}$. Напряжение на входе цепи $U = R_1 I_1 + U_{bd} = 50 \text{ В}$. Мощность, отдаваемая источником, $P_{\text{ист}} = UI_1 = 25 \text{ Вт}$. Мощность, потребляемая приемниками,

$$P_{\text{пр}} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 = 25 \text{ Вт.}$$

Уравнение баланса мощностей $P_{\text{ист}} = P_{\text{пр}} = 25 \text{ Вт}$.

Задача 1.18. В цепи (рис. 1.12) второй ваттметр показывает $P_2 = 40 \text{ Вт}$. Сопротивления $R = 6 \text{ Ом}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_3 = 20 \text{ Ом}$. Определить показания остальных приборов.

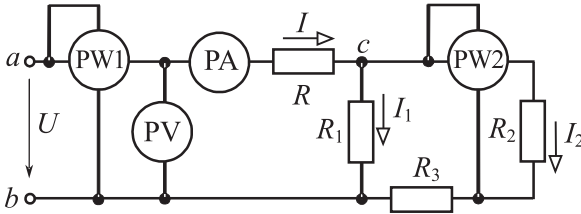


Рис. 1.12

Решение. Мощность, учитываемая вторым ваттметром, $P_2 = R_2 I_2^2$. Отсюда

$$I_2 = \sqrt{P_2/R_2} = 2 \text{ А.}$$

Напряжение на участке cb

$$U_{cb} = (R_2 + R_3)I_2 = 60 \text{ В.}$$

Ток в ветви R_1

$$I_1 = U_{cb}/R_1 = 3 \text{ А.}$$

Общий ток (показание амперметра)

$$I = I_1 + I_2 = 3 + 2 = 5 \text{ А.}$$

Напряжение (показание вольтметра)

$$U_{ab} = U_{cb} + RI = 60 + 6 \cdot 5 = 90 \text{ В.}$$

Ваттметр W1 показывает мощность всей цепи

$$P_1 = U_{ab} I = 90 \cdot 5 = 450 \text{ Вт.}$$

Задача 1.19. В цепи неуравновешенного моста (рис. 1.13, а) $E = 1,5 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \text{ Ом}$, $R_4 = 1 \text{ Ом}$, $R_5 = 5 \text{ Ом}$. Определить: 1) токи ветвей; 2) ток третьей ветви методом эквивалентного генератора. При каком значении сопротивления резистора R_3 мощность, выделяемая в нем, будет максимальной?

Решение. 1. При решении задачи рационально использовать метод преобразования треугольника сопротивлений R_1, R_2, R_3 в эквивалентную звезду сопротивлений R_{12}, R_{23}, R_{31} :

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ Ом}; \quad R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ Ом};$$

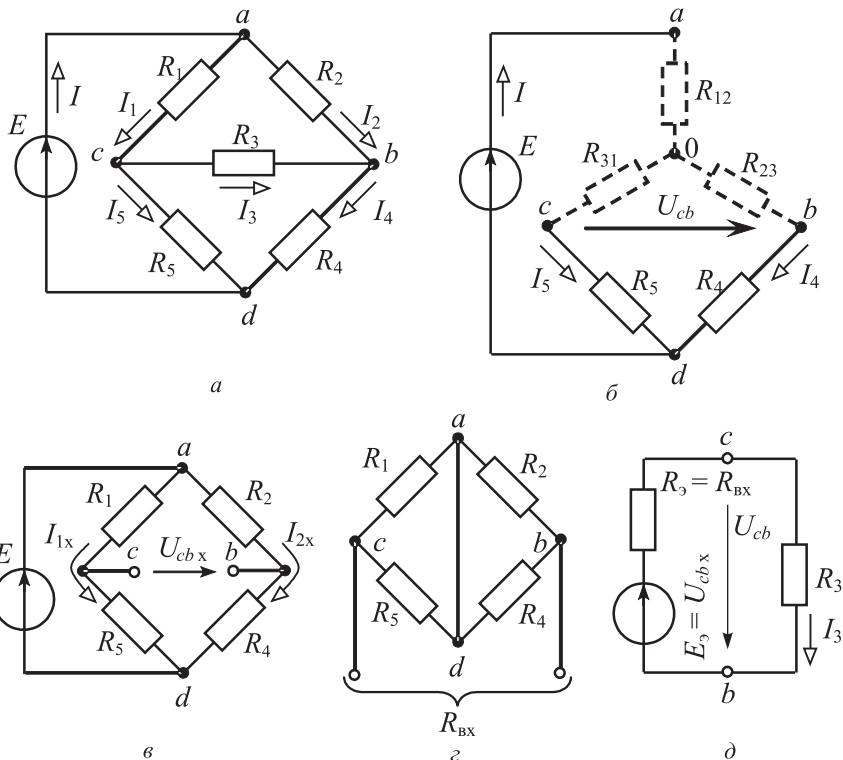


Рис. 1.13

$$R_{31} = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = 1 \text{ Ом.}$$

Эквивалентная схема, полученная после преобразования, представляет собой смешанное соединение сопротивлений (рис. 1.13, б).

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{E}{R_{ad}} = E / \left(R_{12} + \frac{(R_{31} + R_5)(R_{23} + R_4)}{R_{31} + R_5 + R_{23} + R_4} \right) = \frac{1,5}{1,0 + 1,5} = 0,6 \text{ А.}$$

Находим токи параллельных ветвей:

$$I_5 = \frac{U_{0d}}{R_{31} + R_5} = \frac{E - R_{12}I}{R_{31} + R_5} = 0,15 \text{ А;}$$

$$I_4 = \frac{U_{0d}}{R_{23} + R_4} = \frac{E - R_{12}I}{R_{23} + R_4} = 0,45 \text{ А.}$$

Для определения I_1 , I_2 и I_3 предварительно находим по второму закону Кирхгофа соответствующие напряжения:

$$U_{ac} = E - U_{cd} = E - R_5 I_5 = 0,75 \text{ В;}$$

$$U_{ab} = E - R_4 I_4 = 1,05 \text{ В;}$$

$$U_{cb} = R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0,3 \text{ В.}$$

Определяем токи в треугольнике сопротивлений:

$$I_1 = U_{ac} / R_1 = 0,25 \text{ А; } I_2 = U_{ab} / R_2 = 0,35 \text{ А; } I_3 = U_{cb} / R_3 = 0,1 \text{ А.}$$

Чтобы проконтролировать правильность решения задачи, составляем уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов a , b и c :

$$I = I_1 + I_2; \quad I_4 = I_3 + I_2; \quad I_1 = I_3 + I_5,$$

или

$$0,6 = 0,25 + 0,35; \quad 0,45 = 0,1 + 0,35; \quad 0,25 = 0,1 + 0,15.$$

2. Метод эквивалентного генератора целесообразно применять для нахождения тока в какой-либо одной ветви разветвленной цепи. Отключив ветвь с искомым током, находим параметры экви-

валентного генератора. Его ЭДС равна напряжению холостого хода между зажимами отключенной ветви (рис. 1.13, в):

$$E_3 = U_{cb \times} = R_2 I_{2x} - R_1 I_{1x} = R_2 \frac{E}{R_2 + R_4} - R_1 \frac{E}{R_1 + R_5} = \\ = 1,125 - 0,5625 = 0,5625 \text{ В.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению цепи относительно зажимов cb при замене источника ЭДС его внутренним сопротивлением (при его наличии) и разомкнутой третьей ветви (рис. 1.13, з):

$$R_3 = R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_5} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{3 \cdot 5}{3 + 5} + \frac{3 \cdot 1}{3 + 1} = 2,625 \text{ Ом.}$$

Искомый ток третьей ветви (рис. 1.13, д):

$$I_3 = \frac{E_3}{R_3 + R_3} = \frac{U_{cb \times}}{R_{\text{вх}} + R_3} = \frac{0,5625}{2,625 + 3} = 0,1 \text{ А.}$$

Мощность, выделяемая в резисторе сопротивлением R_3 , будет максимальна при равенстве сопротивления R_3 и внутреннего сопротивления эквивалентного генератора $R_{\text{вх}}$ (согласованный режим), т.е. при $R_3 = R_{\text{вх}} = 2,625 \text{ Ом}$.

Задача 1.20. Для измерения температуры применяется неуравновешенная мостовая цепь, в одно из плеч которой включен медный терморезистор (рис. 1.14). Сопротивление миллиамперметра $R_A = 50 \text{ Ом}$, сопротивления плеч моста $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}$. Напряжение $U = 4 \text{ В}$. Сопротивление терморезистора связано с температурой t зависимостью

$$R_t = R_0(1 + 0,00426t),$$

где $R_0 = 100 \text{ Ом}$ – сопротивление терморезистора при температуре 0°C . Определить температуру терморезистора, если миллиамперметр показывает ток $I = 2 \text{ мА}$.

Решение. Применяя расчет мостовой цепи методом эквивалентного генератора, подробно рассмотренный в предыдущей задаче, записываем показание миллиамперметра в следующем виде:

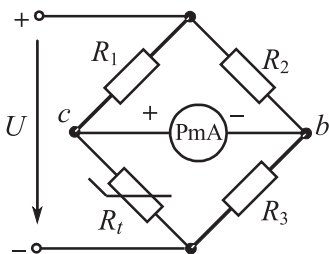


Рис. 1.14

$$I = \frac{U_{cb \times}}{R_{bx} + R_A} = \frac{R_2 \frac{U}{R_2 + R_3} - R_1 \frac{U}{R_1 + R_t}}{\frac{R_1 R_t}{R_1 + R_t} + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_A}.$$

Данное выражение позволяет после преобразования найти сопротивление терморезистора:

$$R_t = \frac{R_1 R_3 U / I + R_1 R_2 R_3 + R_1 R_A (R_2 + R_3)}{R_2 U / I - (R_2 + R_3)(R_1 + R_A) - R_2 R_3} = 137,5 \text{ Ом.}$$

Используя уравнение преобразования медного терморезистора

$$R_t = R_0 (1 + 0,00426t),$$

определяем его температуру:

$$t = \frac{R_t - R_0}{0,00426 R_0} = \frac{137,5 - 100}{0,426} = 88 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Задача 1.21. В цепи (рис. 1.15) $E_3 = 10 \text{ В}$, $E_4 = 80 \text{ В}$, $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 24 \text{ Ом}$, $R_3 = 4,5 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_5 = 2 \text{ Ом}$. Амперметр показывает ток $I_5 = 10 \text{ А}$. Определить ЭДС E_1 . Для контрольной проверки составить баланс мощностей.

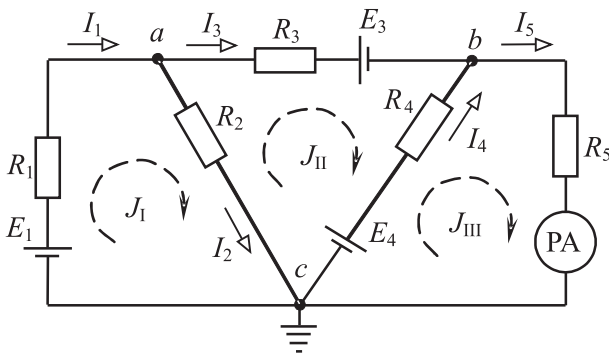


Рис. 1.15

Решение. Условие задачи позволяет получить ответ без составления системы уравнений.

Согласно закону Ома

$$U_{bc} = R_5 I_5 = 20 \text{ В}; \quad I_4 = \frac{E_4 - U_{bc}}{R_4} = \frac{80 - 20}{10} = 6 \text{ А}.$$

На основании первого закона Кирхгофа для узла b

$$I_3 = I_5 - I_4 = 10 - 6 = 4 \text{ А}.$$

Используя законы Кирхгофа, определяем остальные токи ветвей:

$$E_4 + E_3 = R_4 I_4 - R_3 I_3 + R_2 I_2,$$

откуда

$$I_2 = \frac{E_4 + E_3 + R_3 I_3 - R_4 I_4}{R_2} = 2 \text{ А}; \quad I_1 = I_2 + I_3 = 6 \text{ А}.$$

Искомая ЭДС

$$E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 = 2 \cdot 6 + 24 \cdot 2 = 60 \text{ В}.$$

Составляем баланс мощностей:

$$\sum EI = \sum RI^2;$$

$$E_1 I_1 - E_3 I_3 + E_4 I_4 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2;$$

$$360 - 40 + 480 = 72 + 96 + 72 + 360 + 200; \quad 800 \text{ Вт} = 800 \text{ Вт}.$$

Так как направление тока I_3 противоположно направлению ЭДС E_3 , то этот источник работает в режиме потребителя энергии, его мощность $E_3 I_3$ учтена со знаком минус.

Задача 1.22. В цепи (рис. 1.15) $E_1 = 56 \text{ В}$, $E_3 = 10 \text{ В}$, $E_4 = 80 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 12 \text{ Ом}$, $R_3 = 4,5 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_5 = 2 \text{ Ом}$. Определить токи ветвей следующими методами: 1) непосредственного использования законов Кирхгофа; 2) контурных токов; 3) узловых потенциалов.

Решение. 1. *Метод законов Кирхгофа.* Произвольно обозначаем на схеме направления токов ветвей. Общее число уравнений, составляемых по законам Кирхгофа, равно числу неизвестных токов, а следовательно, числу ветвей цепи m .

Если в схеме имеется n узлов, то по первому закону Кирхгофа составляем $n - 1$ уравнений. Остальные $m - (n - 1)$ уравнения записываем по второму закону Кирхгофа.

Система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0; \\ I_4 + I_3 - I_5 = 0; \\ E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2; \\ -E_3 - E_4 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4; \\ E_4 = R_4 I_4 + R_5 I_5. \end{cases}$$

Решение полученной системы уравнений с пятью неизвестными токами дает: $I_1 = 8 \text{ А}$, $I_2 = 4 \text{ А}$, $I_3 = 4 \text{ А}$, $I_4 = 6 \text{ А}$, $I_5 = 10 \text{ А}$.

2. *Метод контурных токов.* Число составляемых по методу контурных токов уравнений сокращается до $m - (n - 1)$. Произвольно обозначаем на схеме (рис. 1.15) положительные направления контурных токов J_I , J_{II} и J_{III} . Получаем по второму закону Кирхгофа уравнения для контурных токов:

$$E_1 = (R_1 + R_2)J_I - R_2 J_{II}; \quad 56 = 13J_I - 12J_{II};$$

$$-E_3 - E_4 = (R_2 + R_3 + R_4)J_{II} - R_2 J_I - R_4 J_{III};$$

$$-90 = -12J_I + 26,5J_{II} - 10J_{III};$$

$$E_4 = (R_4 + R_5)J_{III} - R_4 J_{II}; \quad 80 = -10J_{II} + 12J_{III}.$$

Решаем полученную систему уравнений методом определителей:

$$J_I = \frac{\Delta_I}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 56 & -12 & 0 \\ -90 & 26,5 & -10 \\ 80 & -10 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -12 & 0 \\ -12 & 26,5 & -10 \\ 0 & -10 & 12 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{56 \cdot 26,5 \cdot 12 + 12 \cdot 10 \cdot 80 - 12 \cdot 12 \cdot 90 - 10 \cdot 10 \cdot 56}{13 \cdot 26,5 \cdot 12 - 12 \cdot 12 \cdot 12 - 10 \cdot 10 \cdot 13} = \frac{8848}{1106} = 8 \text{ А};$$

$$J_{II} = \frac{\Delta_{II}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 13 & 56 & 0 \\ -12 & -90 & -10 \\ 0 & 80 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -12 & 0 \\ -12 & 26,5 & -10 \\ 0 & -10 & 12 \end{vmatrix}} = 4 \text{ A};$$

$$J_{III} = \frac{\Delta_{III}}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 13 & -12 & 56 \\ -12 & 26,5 & -90 \\ 0 & -10 & 80 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 13 & -12 & 0 \\ -12 & 26,5 & -10 \\ 0 & -10 & 12 \end{vmatrix}} = 10 \text{ A}.$$

Действительный ток каждой из ветвей равен алгебраической сумме контурных токов, проходящих по данной ветви:

$$I_1 = J_I = 8 \text{ A}; \quad I_2 = J_I - J_{II} = 8 - 4 = 4 \text{ A};$$

$$I_3 = J_{II} = 4 \text{ A}; \quad I_4 = J_{III} - J_{II} = 6 \text{ A}; \quad I_5 = J_{III} = 10 \text{ A}.$$

3. *Метод узловых потенциалов.* Его рекомендуется использовать в тех случаях, когда число составляемых по этому методу уравнений $(n - 1)$ меньше числа уравнений, составляемых по методу контурных токов $(m - n + 1)$.

Принимаем потенциал одного из узлов, например узла с, равным нулю (рис. 1.15). Записываем систему уравнений для определения потенциалов узлов a и b :

$$\varphi_a \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \varphi_b \frac{1}{R_3} = E_1 \frac{1}{R_1} + E_3 \frac{1}{R_3};$$

$$\varphi_b \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) - \varphi_a \frac{1}{R_3} = E_4 \frac{1}{R_4} - E_3 \frac{1}{R_3}.$$

Решение системы уравнений дает: $\varphi_a = 48 \text{ В}$, $\varphi_b = 20 \text{ В}$.

Токи ветвей находим по закону Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_c - \varphi_a + E_1}{R_1} = \frac{0 - 48 + 56}{1} = 8 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_2} = \frac{48 - 0}{12} = 4 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_b - E_3}{R_3} = 4 \text{ A}; \quad I_4 = \frac{\varphi_c - \varphi_b + E_4}{R_4} = 6 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = 10 \text{ A}.$$

Задача 1.23. Питание потребителей осуществляется от двух параллельно включенных генераторов; ЭДС первого генератора – 230 В и внутреннее сопротивление $R_1 = 0,05$ Ом; ЭДС второго генератора – 220 В и $R_2 = 0,025$ Ом (рис. 1.16). Определить ток каждого генератора и напряжение на их зажимах, если общий ток потребителей $I = 200$ А.

Решение. Запишем уравнения первого и второго законов Кирхгофа для рассматриваемой цепи:

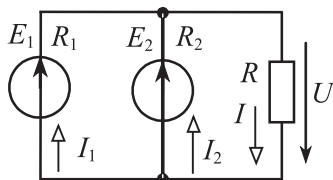


Рис. 1.16

$$I_1 + I_2 = I; \quad I_1 + I_2 = 200;$$

$$U = E_1 - R_1 I_1; \quad U = 230 - 0,05 I_1;$$

$$U = E_2 - R_2 I_2; \quad U = 220 - 0,025 I_2.$$

Решив систему уравнений, получим:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2 + R_2 I}{R_1 + R_2} = 200 \text{ A}; \quad I_2 = I - I_1 = 0; \quad U = 220 \text{ В}.$$

Таким образом, второй генератор не нагружен ($I_2 = 0$), его ЭДС уравновешивается напряжением на зажимах первого генератора.

Задача может быть решена также путем замены активных ветвей одной эквивалентной с источником ЭДС E_3 и внутренним сопротивлением R_3 :

$$E_3 = \frac{g_1 E_1 + g_2 E_2}{g_1 + g_2} = \frac{E_1/R_1 + E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} = 223,33 \text{ В};$$

$$R_3 = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = 0,0166 \text{ Ом}.$$

Напряжение на зажимах эквивалентного источника ЭДС

$$U = E_{\text{э}} - R_{\text{э}}I = 220 \text{ В.}$$

Вычисляем токи генераторов:

$$I_1 = (E_1 - U)/R_1 = 200 \text{ А; } I_2 = (E_2 - U)/R_2 = 0.$$

Задача 1.24. Два гальванических элемента, соединенных параллельно в батарею, питают общую нагрузку (рис. 1.17, а); ЭДС элементов $E_1 = E_2 = 1,8 \text{ В}$, внутренние сопротивления $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 1,5 \text{ Ом}$. Сопротивление нагрузки $R = 3 \text{ Ом}$. Определить токи ветвей: 1) методом двух узлов; 2) методом наложения.

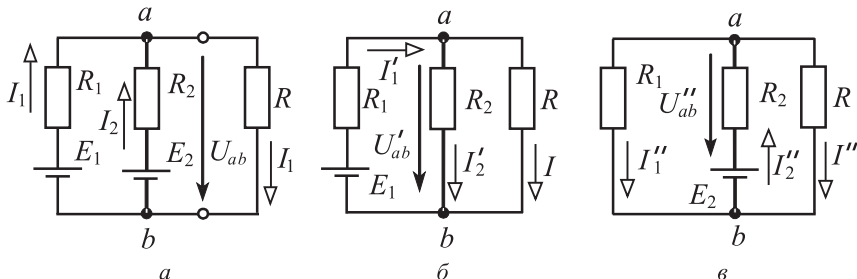


Рис. 1.17

Решение. 1. Метод двух узлов. Узловое напряжение

$$U_{ab} = \frac{\Sigma gE}{\Sigma g} = \frac{g_1E_1 + g_2E_2}{g_1 + g_1 + g} = \frac{E_1/R_1 + E_2/R_2}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R} = 1,5 \text{ В.}$$

Находим токи ветвей (с учетом их направления на рис. 1.17, а):

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = 0,3 \text{ А; } I_2 = \frac{E_2 - U_{ab}}{R_2} = 0,2 \text{ А;}$$

$$I = \frac{U_{ab}}{R} = 0,5 \text{ А.}$$

2. Метод наложения. С помощью расчетных схем (рис. 1.17, б, в) определяем частичные токи от каждой из ЭДС в отдельности. Частичные токи ветвей от первого источника (рис. 1.17, б):

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}} = 0,9 \text{ А; } I'_2 = \frac{U'_{ab}}{R_2} = \frac{E_1 - R_1 I'_1}{R_2} = 0,6 \text{ А;}$$

$$I' = \frac{U'_{ab}}{R} = 0,3 \text{ A.}$$

Частичные токи ветвей от второго источника (рис. 1.17, в):

$$I_2'' = \frac{E_2}{R_2 + \frac{RR_1}{R+R_1}} = 0,8 \text{ A}; \quad I_1'' = \frac{U''_{ab}}{R_1} = \frac{\frac{RR_1}{R+R_1} I_2''}{R_1} = 0,6 \text{ A};$$

$$I'' = U''_{ab} / R = 0,2 \text{ A.}$$

Действительные токи ветвей определяем алгебраическим (т.е. с учетом их направления) суммированием частичных токов:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 0,9 - 0,6 = 0,3 \text{ A}; \quad I_2 = I_2' - I_2'' = 0,2 \text{ A};$$

$$I = I' + I'' = 0,5 \text{ A.}$$

Задача 1.25. Трамвайная линия длиной $l = 10$ км питается в конечных пунктах от двух подстанций, на которых поддерживаются постоянные напряжения $U_1 = 620$ В и $U_2 = 580$ В. Общее сопротивление контактного провода и рельсов $R_0 = 0,1$ Ом/км. По линии движется вагон, потребляющий постоянный ток $I = 200$ А. В какой точке линии напряжение между контактным проводом и рельсами будет минимальным? Чему равно это напряжение?

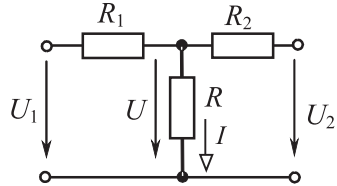


Рис. 1.18

Решение. Расчетная схема, составленная по условию задачи, изображена на рис. 1.18. На ней $R_1 = R_0 x$ – сопротивление участка линии длиной x км от первой подстанции до вагона; $R_2 = R_0(l - x)$ – сопротивление участка линии длиной $(l - x)$ км от второй подстанции до вагона; $R = U/I$ – сопротивление нагрузки, т.е. электродвигателей вагона.

Используя расчетную схему (рис. 1.18), определяем по методу двух узлов напряжение между контактным проводом и рельсами в месте расположения вагона

$$U = \frac{\frac{1}{R_1} U_1 + \frac{1}{R_2} U_2}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{1}{R_0 x} U_1 + \frac{1}{R_0(l-x)} U_2}{\frac{1}{R_0 x} + \frac{1}{R_0(l-x)} + \frac{1}{U}}. \quad (1)$$

После преобразования уравнение (1) принимает вид

$$U = U_1 + \frac{R_0 I}{l} x^2 + \left(\frac{U_2 - U_1 - R_0 I l}{l} \right) x. \quad (2)$$

Для определения точки линии, в которой напряжение U минимально, находим производную dU/dx и приравняем ее нулю:

$$\frac{dU}{dx} = \frac{2R_0 I}{l} x + \frac{U_2 - U_1 - R_0 I l}{l} = 0,$$

откуда

$$x = \frac{U_1 - U_2 + R_0 I l}{2R_0 I} = \frac{620 - 580 + 0,1 \cdot 10 \cdot 200}{2 \cdot 0,1 \cdot 200} = 6 \text{ км.}$$

Подставляя в уравнение (2) значение $x = 6$ км, определяем минимальное напряжение между контактным проводом и рельсами:

$$U_{\min} = 620 + \frac{0,1 \cdot 200}{10} \cdot 6^2 + \frac{(580 - 620 - 200)}{10} \cdot 6 = 548 \text{ В.}$$

Задача 1.26. Определить ток I в цепи (рис. 1.19, а) по методу эквивалентного генератора, если $E_1 = 120$ В, $E_2 = 40$ В, $R = 20$ Ом, $R_1 = R_2 = 10$ Ом, $R_3 = R_4 = 20$ Ом, $R_5 = 5$ Ом.

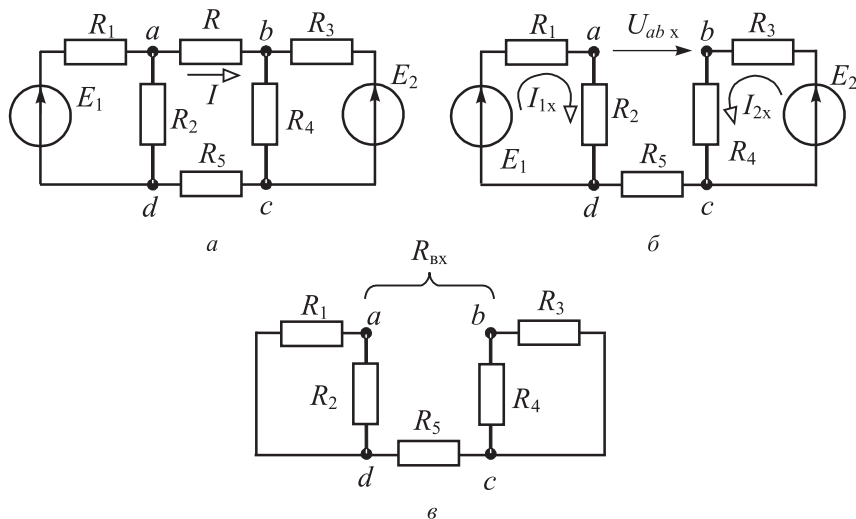


Рис. 1.19

Решение. Согласно методу эквивалентного генератора

$$I = \frac{U_{ab\ x}}{R + R_{\text{вх}}},$$

где $U_{ab\ x}$ – напряжение на зажимах разомкнутой ветви с сопротивлением R (напряжение холостого хода); $R_{\text{вх}}$ – входное сопротивление цепи по отношению к зажимам расчетной ветви.

Для определения $U_{ab\ x}$ размыкаем ветвь с сопротивлением R (рис. 1.19, б) и рассчитываем токи I_{1x} и I_{2x} в оставшейся части схемы:

$$I_{1x} = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = 6 \text{ A};$$

$$I_{2x} = \frac{E_2}{R_3 + R_4} = 1 \text{ A}.$$

Тогда напряжение $U_{ab\ x}$ находим, записав уравнение второго закона Кирхгофа для любого контура, в который входит искомое напряжение, например для контура $abcd$:

$$0 = U_{ab\ x} + R_4 I_{2x} - R_2 I_{1x},$$

откуда

$$U_{ab\ x} = R_2 I_{1x} - R_4 I_{2x} = 40 \text{ В}.$$

Исключаем из схемы источники ЭДС (оставляя их внутренние сопротивления, если они имеются) и получаем расчетную схему для определения $R_{\text{вх}}$ (рис. 1.19, в):

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 20 \text{ Ом}.$$

Итак, ток в ветви с сопротивлением R

$$I = \frac{40}{20 + 20} = 1 \text{ A}.$$

Задача 1.27. В цепи (рис. 1.20) $E_1 = E_2 = E_3 = 60 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$, $R_6 = 15 \text{ Ом}$. Определить показание вольтметра, считая его сопротивление равным бесконечности.

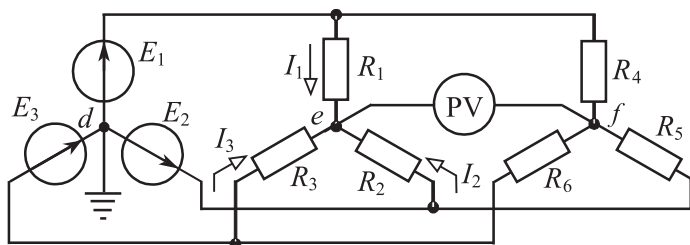


Рис. 1.20

Решение. Показание вольтметра в цепи равняется разности потенциалов точек e и f

$$U_V = \varphi_e - \varphi_f = U_{ef}.$$

Равенство нулю внутренних сопротивлений источников ЭДС (что практически имеет место при их достаточно большой мощности) позволяет производить расчет потенциалов точек e и f раздельно, используя метод двух узлов.

Приняв потенциал точки d равным нулю, определим потенциал точки e :

$$U_{ed} = \varphi_e - \varphi_d = \varphi_e = \frac{\Sigma gE}{\Sigma g} = \frac{\frac{1}{R_1}E_1 + \frac{1}{R_2}E_2 - \frac{1}{R_3}E_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 40 \text{ В.}$$

Аналогично найдем потенциал точки f :

$$U_{fd} = \varphi_f - \varphi_d = \varphi_f = \frac{\Sigma gE}{\Sigma g} = \frac{\frac{1}{R_4}E_1 + \frac{1}{R_5}E_2 - \frac{1}{R_6}E_3}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = 20 \text{ В.}$$

Показание вольтметра $U_V = \varphi_e - \varphi_f = U_{ef} = 40 - 20 = 20 \text{ В.}$

Задача 1.28. В цепи (рис. 1.20) вместо вольтметра включен амперметр, сопротивление которого можно принять равным нулю. Параметры элементов цепи: $E_1 = E_2 = E_3 = 60 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 15 \text{ Ом}$, $R_3 = 30 \text{ Ом}$, $R_4 = 10 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$, $R_6 = 15 \text{ Ом}$. Определить показание амперметра.

Решение. Если пренебречь сопротивлением амперметра, то потенциалы точек e и f окажутся равными. По этой причине нагрузка источников представляет собой три пары параллельно соединенных сопротивлений R_1 и R_4 , R_2 и R_5 , R_3 и R_6 .

Находим узловое напряжение цепи:

$$U_{ed} = U_{fd} = \frac{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}\right)E_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5}\right)E_2 - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6}\right)E_3}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = 30 \text{ В.}$$

Находим токи ветвей:

$$I_1 = g_1(E_1 - U_{ed}) = \frac{E_1 - U_{ed}}{R_1} = 3 \text{ А;}$$

$$I_2 = \frac{E_2 - U_{ed}}{R_2} = 2 \text{ А; } I_3 = \frac{-E_3 - U_{ed}}{R_3} = -3 \text{ А.}$$

Произвольно приняв положительное направление тока в ветви с амперметром от узла e к узлу f , составим уравнение по первому закону Кирхгофа:

$$I_A = I_1 + I_2 + I_3 = 3 + 2 - 3 = 2 \text{ А.}$$

Проверку правильности решения задачи легко выполнить, рассчитав показание амперметра методом эквивалентного генератора. Электродвижущая сила эквивалентного генератора $E_{\text{э}}$ равна напряжению холостого хода между точками e и f , т.е. показанию вольтметра в предыдущей задаче. Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению цепи относительно зажимов e и f (рис. 1.20). Так как входное сопротивление цепи определяется при закороченных источниках ЭДС, то сопротивления R_1 , R_2 и R_3 оказываются соединенными параллельно друг другу, как и сопротивления R_4 , R_5 и R_6 . Между собой же эти две группы сопротивлений соединены последовательно:

$$R_{\text{э}} = R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} + \frac{R_4 R_5 R_6}{R_4 R_5 + R_5 R_6 + R_6 R_4} = 5 + 5 = 10 \text{ Ом.}$$

Показание амперметра:

$$I_A = \frac{E_{\text{э}}}{R_{\text{э}} + R_A} = \frac{E_{\text{э}}}{R_{\text{э}}} = \frac{U_{\text{эф.х}}}{R_{\text{э}}} = \frac{U_V}{R_{\text{ВХ}}} = \frac{20}{10} = 2 \text{ А.}$$

Задача 1.29. К источнику напряжением 12 В последовательно подключены линейный резистор сопротивлением $R_1 = 5 \text{ Ом}$ и нелинейный элемент (НЭ), вольт-амперная характеристика (ВАХ) которого $I_2 = 0,1U_2^2$ (рис. 1.21, а). Определить ток цепи и напряжение на каждом элементе.

Решение аналитическое. Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для цепи:

$$U = R_1 I + U_2.$$

Так как при последовательном соединении токи обоих элементов одинаковы, то $I_1 = I_2 = I = 0,1U_2^2$ и $U = 0,1U_2^2 R_1 + U_2$. Тогда

$$U_2^2 + 2U_2 - 24 = 0.$$

Решая это уравнение, получаем: $U_2 = 4 \text{ В}$ (отрицательный корень отбрасываем как не имеющий физического смысла). Напряжение на линейном резисторе $U_1 = U - U_2 = 8 \text{ В}$.

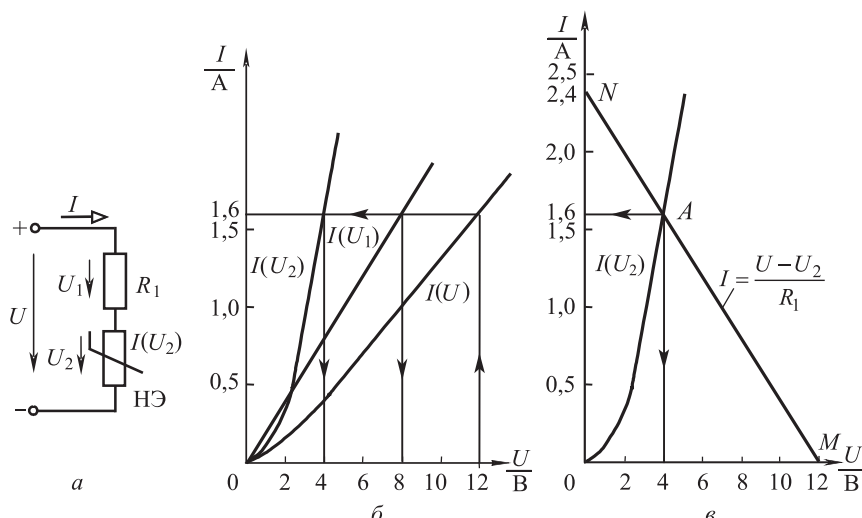


Рис. 1.21

Ток цепи

$$I = \frac{U_1}{R_1} = 1,6 \text{ А}$$

или с помощью ВАХ нелинейного элемента находим:

$$I = 0,1U_2^2 = 1,6 \text{ А.}$$

Решение графическое. Строим ВАХ элементов цепи. Для резистора сопротивлением R_1 ВАХ представляет собой прямую линию, которую строим по двум точкам. Одной точкой является начало координат (0; 0), другая должна удовлетворять равенству $R_1 = 5 \text{ Ом} = U_1/I$, например (5; 1) или (10; 2) и т.д. Прямая $I(U_1)$ и ВАХ нелинейного элемента $I(U_2)$, построенная по уравнению $I = 0,1U_2^2$, приведены на рис. 1.21, б. При последовательном соединении напряжение на входе будет равно сумме напряжений на участках цепи:

$$U = U_1 + U_2,$$

поэтому для построения эквивалентной ВАХ выполняем суммирование характеристик $I(U_1)$ и $I(U_2)$ по оси напряжений. Результирующая кривая $I(U)$ изображена на рис. 1.21, б.

По оси напряжений откладываем заданное значение напряжения $U = 12 \text{ В}$ и проводим вертикальную линию до пересечения с ВАХ $I(U)$. Точка пересечения определяет ток цепи $I = 1,6 \text{ А}$. Напряжения на участках цепи находим, опустив перпендикуляры на ось U из точек пересечения с ВАХ $I(U_1)$ и $I(U_2)$, получаем: $U_1 = 8 \text{ В}$, $U_2 = 4 \text{ В}$.

Графическое решение задачи можно выполнить также *методом пересечения характеристик*. В методе реализуется графическое решение двух уравнений с двумя неизвестными. Одним из уравнений считаем зависимость $I(U_2)$ нелинейного элемента, которому соответствует его ВАХ. Другое уравнение, связывающее те же I и U_2 , получим по второму закону Кирхгофа:

$$U = R_1 I + U_2,$$

откуда $I = (U - U_2)/R_1$, т.е. $I = f(U_2)$.

Очевидно, что зависимость $I = f(U_2)$ линейная, и эту прямую строим по двум точкам (рис. 1.21, в): при $I = 0$ напряжение $U_2 = U = 12 \text{ В}$ (точка М); при $U_2 = 0$ ток $I = U/R_1 = 12/5 = 2,4 \text{ А}$ (точка N).

Ток в элементах последовательной цепи одинаков, следовательно, точка пересечения ВАХ нелинейного элемента $I(U_2)$ и нагрузочной характеристики $I = f(U_2)$ (рис. 1.21, в) определяет искомое решение: $I = 1,6$ А, $U_1 = 8$ В, $U_2 = 4$ В.

Задача 1.30. Нелинейный элемент, ВАХ которого $I_1 = 0,01U^2$, и линейный резистор сопротивлением $R_2 = 5$ Ом соединены параллельно (рис. 1.22, а). В неразветвленном участке цепи ток $I = 3$ А. Определить напряжение на зажимах цепи и токи в каждом элементе.

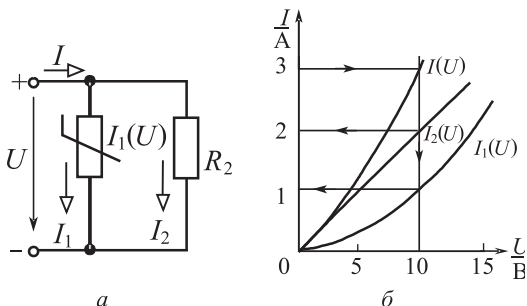


Рис. 1.22

Решение аналитическое. По первому закону Кирхгофа

$$I = I_1 + I_2$$

или

$$I = 0,01U^2 + U/R_2.$$

После преобразования получим квадратное уравнение

$$U^2 + 20U - 300 = 0,$$

решение которого позволит определить напряжение $U = 10$ В (отрицательный корень отбрасываем как не имеющий физического смысла). Зная напряжение U , рассчитываем токи в ветвях

$$I_1 = 0,01U^2 = 1 \text{ А}; \quad I_2 = U/R_2 = 2 \text{ А}.$$

Решение графическое. Для нахождения напряжения источника по заданному току цепи необходимо заменить исходную цепь, состоящую из двух параллельно соединенных элементов, цепью с одним эквивалентным нелинейным элементом. С этой целью

строим ВАХ каждого элемента по уравнениям $I_1 = 0,01U^2$, $I_2 = U/5$ и заменяем их суммарной ВАХ (рис. 1.22, б). При параллельном соединении элементов напряжение на них будет одинаковым, а общий ток равен сумме токов ветвей, поэтому для построения суммарной ВАХ произвольно задаемся напряжением и определяем соответствующий ток по уравнению

$$I = I_1 + I_2.$$

Таким образом, суммируя ВАХ $I_1(U)$ и $I_2(U)$ по оси токов, получаем эквивалентную ВАХ цепи $I(U)$ (рис. 1.22, б). По оси токов откладываем заданное значение тока $I = 3$ А и проводим горизонтальную линию до пересечения с суммарной ВАХ $I(U)$. Точка пересечения определяет напряжение $U = 10$ В. Токи в ветвях обусловлены найденным напряжением и определяются точками пересечения с ВАХ $I_1(U)$ и $I_2(U)$:

$$I_1 = 1 \text{ А}; I_2 = 2 \text{ А}.$$

Задача 1.31. Два полупроводниковых диода включены последовательно (рис. 1.23, а). Напряжение $U = 60$ В. Обратные ветви ВАХ диодов приведены на рис. 1.23, б. Определить сопротивление резистора, который следует включить параллельно одному из диодов, чтобы обратные напряжения на диодах были одинаковыми.

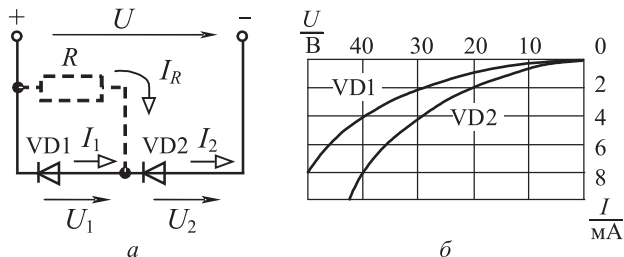


Рис. 1.23

Решение. Из ВАХ следует, что при любом значении тока, проходящего по последовательно соединенным диодам, имеет место неравенство $U_1 > U_2$. Это объясняется тем, что обратное сопротивление диода VD1 больше, чем диода VD2.

Для того чтобы напряжения на последовательных участках цепи были одинаковыми, сопротивления этих участков должны

быть равными. С этой целью параллельно диоду VD1 подключаем резистор, сопротивление которого

$$R = \frac{U/2}{I_R} = \frac{U/2}{I_{2(30)} - I_{1(30)}} = \frac{30}{0,004 - 0,002} = 15 \text{ кОм},$$

где $U/2 = 30 \text{ В}$ – половина напряжения источника, приходящегося на каждый из последовательных участков; I_R – ток, проходящий по резистору; $I_{2(30)}$ – ток второго диода при напряжении 30 В; $I_{1(30)}$ – ток первого диода при напряжении 30 В.

Задача 1.32. Кремниевый стабилитрон VD используется для стабилизации напряжения на нагрузке $R_2 = 500 \text{ Ом}$ (рис. 1.24, а). Напряжение $U = 15 \text{ В}$. Вольт-амперная характеристика стабилитрона приведена на рис. 1.24, б. Определить минимальное сопротивление балластного резистора R_1 , при котором ток стабилизации стабилитрона не превышает 100 мА. До какого значения может упасть напряжение источника питания при условии сохранения стабилизирующего эффекта стабилитрона? Определить коэффициент стабилизации напряжения.

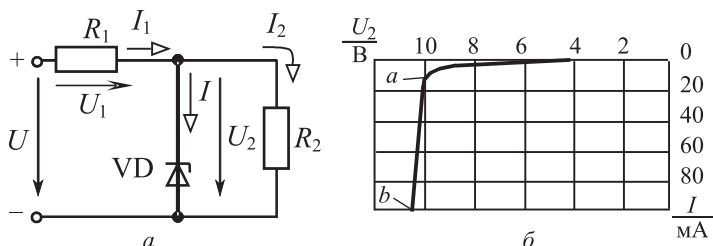


Рис. 1.24

Решение. Согласно ВАХ стабилитрона максимальному току стабилизации $I_{\max} = 100 \text{ мА}$ соответствует напряжение $U_{2 \max} = 10,5 \text{ В}$. При этом ток нагрузки

$$I_{2 \max} = U_{2 \max} / R_2 = 21 \text{ мА}.$$

Минимальное сопротивление балластного резистора

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U - U_{2 \max}}{I_{\max} + I_{2 \max}} = \frac{15 - 10,5}{0,1 + 0,021} = 37,2 \text{ Ом}.$$

Стабилизирующий эффект стабилитрона сохраняется, пока его рабочая точка находится на участке ab (рис. 1.24, б). Точка a ха-

рактизуется минимальным током стабилизации $I_{\min} = 10$ мА и минимальным напряжением стабилизации $U_{2 \min} = 10$ В.

Минимальное напряжение источника питания при работе стабилизатора в точке a

$$\begin{aligned} U_{\min} &= U_{1 \min} + U_{2 \min} = R_1 I_{1 \min} + U_{2 \min} = \\ &= R_1 \left(I_{\min} + \frac{U_{2 \min}}{R_2} \right) + U_{2 \min} = 11,1 \text{ В.} \end{aligned}$$

Коэффициент стабилизации напряжения

$$k_U = \frac{\Delta U/U}{\Delta U_2/U_2} = \frac{(U - U_{\min})/U}{(U_{2 \max} - U_{2 \min})/U_{2 \max}} = \frac{(15 - 11,1)/15}{(10,5 - 10)/10,5} = 5,4.$$

Задача 1.33. В цепи (рис. 1.25, a) $U = 12$ В, $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 60$ Ом. Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента приведена на рис. 1.25, b (кривая НЭ). Определить напряжение на нелинейном элементе. Задачу решить методом эквивалентного генератора.

Решение. При использовании метода эквивалентного генератора аналитический расчет сводится к определению ЭДС эквивалентного генератора и его внутреннего сопротивления.

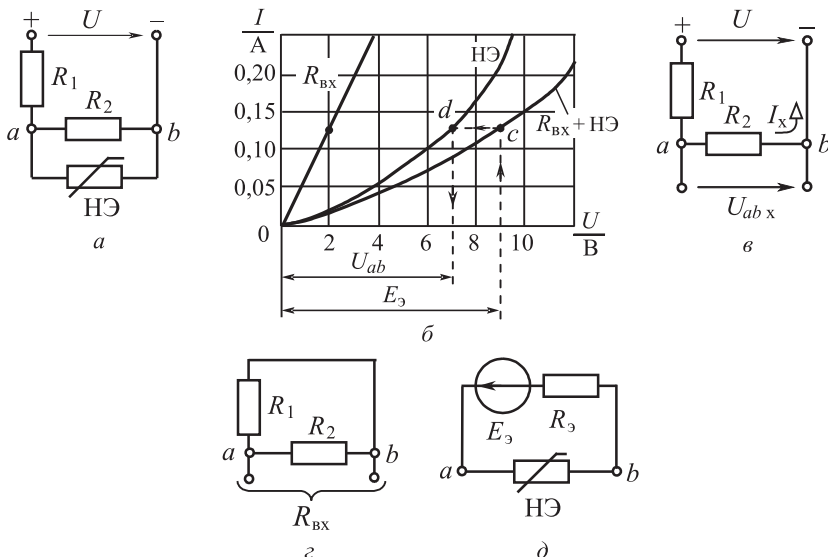


Рис. 1.25

Электродвижущая сила эквивалентного генератора равна напряжению между точками a и b при разомкнутой ветви с нелинейным элементом (рис. 1.25, θ):

$$E_{\text{э}} = U_{ab \text{ x}} = R_2 I_{\text{x}} = \frac{R_2 U}{R_1 + R_2} = \frac{60 \cdot 12}{20 + 60} = 9 \text{ В.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению цепи относительно точек a и b при разомкнутой ветви с нелинейным элементом и закороченном источнике питания (рис. 1.25, ζ):

$$R_{\text{э}} = R_{\text{вх}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 60}{20 + 60} = 15 \text{ Ом.}$$

Дальнейший расчет выполняем графическим методом. На рис. 1.25, δ строим ВАХ линейного сопротивления $R_{\text{вх}}$ (прямая $R_{\text{вх}}$). Затем, суммируя абсциссы характеристик $R_{\text{вх}}$ и НЭ, получаем результирующую ВАХ ($R_{\text{вх}} + \text{НЭ}$) последовательной цепи (рис. 1.25, ∂). По результирующей кривой определяем ток, соответствующий ЭДС $E_{\text{э}} = 9 \text{ В}$ (точка c), и искомое напряжение на нелинейном элементе $U_{ab} = 7 \text{ В}$ (точка d).

Контрольные задачи

Задача 1.34. При последовательном соединении двух реостатов сопротивлениями R_1 и R_2 мощность, расходуемая во втором реостате, оказалась в 2 раза больше мощности, расходуемой в первом. Каково будет соотношение мощностей, расходуемых в реостатах, при их параллельном соединении?

Задача 1.35. В неразветвленной цепи (рис. 1.26) $E_1 = 48 \text{ В}$, $E_2 = 20 \text{ В}$, а сопротивления $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 3 \text{ Ом}$. Определить напряжение между точками a и b .

Задача 1.36. К источнику постоянного тока напряжением 220 В подключена электрическая печь мощностью 2 кВт. Нагревательный элемент печи выполнен из константовой проволоки диаметром 1 мм. Удельное сопротивление константана $\rho = 0,5 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$. Определить длину проволоки, плотность тока в ней, а также суточный расход электроэнергии при непрерывной работе печи.

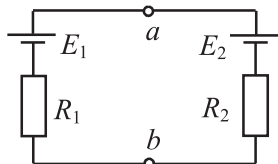


Рис. 1.26

Задача 1.37. Рассчитать диаметр и длину нихромовой проволоки для нагревательного элемента электрической плитки мощностью 600 Вт. Удельное сопротивление нихрома в нагретом состоянии $\rho = 1,3 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$, допускаемая плотность тока 8 А/мм^2 . Напряжение сети 220 В.

Задача 1.38. Если два резистора, соединенных последовательно, включить в сеть напряжением 120 В, то ток в цепи будет равен 4,8 А. Если же резисторы соединить параллельно и включить в ту же сеть, то общий ток нагрузки будет равен 20 А. Чему равны сопротивления резисторов?

Задача 1.39. Милливольтметр на номинальное напряжение 100 мВ имеет сопротивление 5 Ом. Каково должно быть сопротивление шунта к этому прибору, чтобы его можно было применять в качестве амперметра для измерения токов до 50 А?

Задача 1.40. Определить сопротивление добавочного резистора, который нужно включить последовательно с милливольтметром (см. задачу 1.39), чтобы им можно было измерить напряжение 150 В.

Задача 1.41. Три потребителя, сопротивления которых равны R , $2R$ и $3R$, включены параллельно в сеть напряжением 120 В. Общая потребляемая мощность 240 Вт. Определить сопротивление R и мощность каждого потребителя.

Задача 1.42. Имеется двухпроводная изолированная сеть постоянного тока напряжением 220 В. Нормальное сопротивление изоляции каждого полюса сети по отношению к земле 100 кОм. Вследствие увлажнения сопротивление изоляции одного полюса уменьшилось до 10 кОм. Прикосновение к какому из полюсов – с нормальной или ухудшенной изоляцией – опаснее для человека, стоящего на влажном бетонном полу? При каком минимальном сопротивлении «поврежденного» полюса сети ток, проходящей через человека при его прикосновении к полюсу с нормальной изоляцией, не превысит 10 мА? Принять сопротивление человека $R = 1 \text{ кОм}$.

Задача 1.43. Под напряжение 120 В последовательно включены две лампы накаливания. Вольтметр, имеющий сопротивление 2000 Ом, поочередно подключается параллельно каждой лампе. Показания вольтметра при этом одинаковы и равны 50 В. Определить сопротивление каждой лампы.

Задача 1.44. При коротком замыкании источник ЭДС развивает мощность 100 Вт. Какую наибольшую мощность может отдать этот источник во внешнюю цепь?

Задача 1.45. К зажимам аккумулятора, ЭДС которого 12 В и внутреннее сопротивление 3 Ом, постоянно присоединена нагрузка сопротивлением 9 Ом. При каком сопротивлении реостата, включенного параллельно нагрузке, в нем будет развиваться наибольшая мощность? Чему равна эта мощность?

Задача 1.46. Двухпроводная линия длиной 74 м, выполненная из медного провода, площадь сечения которого 25 мм^2 , питает электродвигатель. Напряжение в начале линии 230 В. Определить напряжение на зажимах электродвигателя, если потребляемая им мощность 20 кВт. Принять удельное сопротивление меди $\rho = 0,0185 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$.

Задача 1.47. Лампа накаливания, сопротивление которой 242 Ом, питается от электрической сети по двухпроводной линии из медного провода ($\rho = 0,0185 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$). Длина линии 100 м, площадь сечения провода $1,5 \text{ мм}^2$. Определить, на сколько процентов снизится напряжение на лампе, если параллельно ей включить нагревательный прибор сопротивлением 48,4 Ом. Сопротивление лампы накаливания считать постоянным.

Задача 1.48. Для измерения температуры применяется неуравновешенная четырехплечая мостовая цепь, в противоположные плечи которой включены два одинаковых медных терморезистора, помещенных в одну и ту же среду. В остальные плечи включены резисторы сопротивлениями $R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}$. Сопротивление терморезисторов связано с температурой следующей зависимостью:

$$R_t = 100(1 + 0,00426t) \text{ Ом}.$$

В одну диагональ моста включен источник питания $U = 1,5 \text{ В}$, во вторую – миллиамперметр сопротивлением $R_A = 10 \text{ Ом}$. Начертить схему моста. Определить температуру терморезисторов, если миллиамперметр показывает 2 мА.

Задача 1.49. В цепи (рис. 1.27) $E_1 = 100 \text{ В}$, $E_2 = 35 \text{ В}$, а сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 40 \text{ Ом}$, $R_5 = 30 \text{ Ом}$. Определить, при каком значении сопротивления R_6 ток в ветви с источником ЭДС E_2 будет равен нулю. Найти все токи.

Задача 1.50. В цепи (рис. 1.28) $E_1 = 120 \text{ В}$, $R_{01} = 2 \text{ Ом}$, $E_2 = 88 \text{ В}$, $R_{02} = 8 \text{ Ом}$, $R_1 = R_2 = 12 \text{ Ом}$, $R_3 = 4 \text{ Ом}$, $R_4 = 2 \text{ Ом}$. Записать уравнения по законам Кирхгофа для определения токов в ветвях схемы. Определить токи в ветвях методом контурных токов. Найти напряжения U_1 и U_2 на зажимах источников.

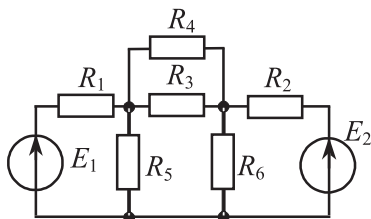


Рис. 1.27

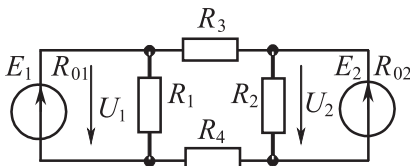


Рис. 1.28

Задача 1.51. Две батареи, ЭДС которых равны 4,0 и 4,5 В, а внутренние сопротивления – по 0,1 Ом, соединены параллельно и работают на общую нагрузку. Если ток первой батареи равен 5 А, то чему равен ток нагрузки?

Задача 1.52. В цепи (рис. 1.29) $E_1 = E_2 = E_3 = 100$ В, $R_1 = R_2 = 20$ Ом, $R_3 = 10$ Ом. Определить показание вольтметра, сопротивление которого считать равным бесконечности.

Задача 1.53. В цепи (рис. 1.29) вместо вольтметра включен амперметр, сопротивление которого можно считать равным нулю. Параметры элементов цепи взять из условия задачи 1.52. Определить показание амперметра.

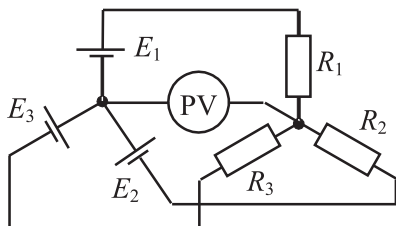


Рис. 1.29

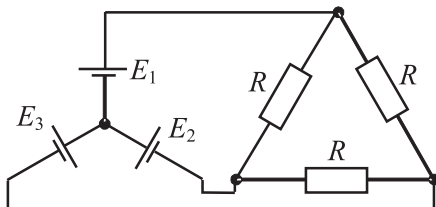


Рис. 1.30

Задача 1.54. Определить мощности, отдаваемые каждым источником в цепи, приведенной на рис. 1.30, если $E_1 = 40$ В, $E_2 = 20$ В, $E_3 = 10$ В, $R = 10$ Ом.

Задача 1.55. В цепи (рис. 1.30) определить методом эквивалентного генератора ток в ветви с источником ЭДС E_1 . Параметры элементов цепи взять из условия задачи 1.54.

Задача 1.56. Лампа накаливания, рассчитанная на номинальное напряжение 127 В, подключена последовательно с реостатом к сети напряжением 220 В. Вольт-амперная характеристика лампы приведена на рис. 1.31 (кривая 1). Сопротивление реостата подо-

брано таким образом, что напряжение на лампе равно 127 В. Определить сопротивление реостата.

Задача 1.57. Параллельно лампе накаливания, ВАХ которой приведена на рис. 1.31 (кривая 1), включен реостат сопротивлением $R = 160$ Ом. При каком напряжении сети мощности лампы и реостата окажутся одинаковыми?

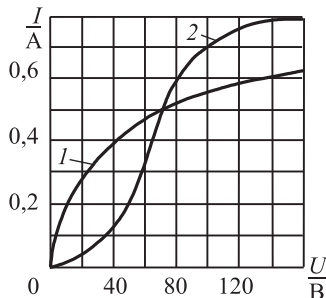


Рис. 1.31

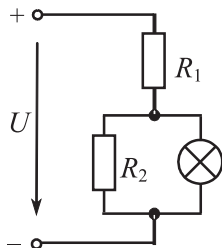


Рис. 1.32

Задача 1.58. Определить мощность, выделяющуюся в лампе накаливания (рис. 1.32), если к цепи приложено напряжение $U = 120$ В. Сопротивления $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 400$ Ом. Вольт-амперная характеристика лампы приведена на рис. 1.31 (кривая 1).

Задача 1.59. Два нелинейных элемента, ВАХ которых приведены на рис. 1.31, соединены параллельно. Какое минимальное сопротивление должен иметь резистор, включенный последовательно с источником питания, чтобы ток любого из нелинейных элементов не превышал 0,7 А? Напряжение источника питания 120 В.

Задача 1.60. Два нелинейных элемента, ВАХ которых приведены на рис. 1.31, и резистор соединены последовательно. Какое минимальное сопротивление должен иметь резистор, чтобы напряжение на любом из нелинейных элементов не превышало 50 В? Напряжение источника питания 100 В.

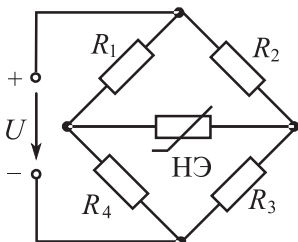


Рис. 1.33

Задача 1.61. В цепи (рис. 1.33) $U = 100$ В, $R_1 = R_3 = 40$ Ом, $R_2 = R_4 = 60$ Ом. Вольт-амперная характеристика нелинейного элемента приведена на рис. 1.31 (кривая 1). Определить мощность, выделяющуюся в нелинейном элементе.

Ответы к контрольным задачам

1.34. $P_1 : P_2 = 2$. **1.35.** 32 В. **1.36.** 38 м, 11,6 А/мм², 48 кВт·ч. **1.37.** 0,66 мм, 21,2 м. **1.38.** 15 Ом, 10 Ом. **1.39.** $2 \cdot 10^{-3}$ Ом. **1.40.** 7495 Ом. **1.41.** 110 Ом, 130,91 Вт, 65,45 Вт, 43,64 Вт. **1.42.** С нормальной изоляцией; 20,8 кОм. **1.43.** 800 Ом. **1.44.** 25 Вт. **1.45.** 2,25 Ом, 9 Вт. **1.46.** 220 В. **1.47.** На 4,5%. **1.48.** $t_1 = 98$ °С, $t_2 = -54$ °С. **1.49.** $R_6 = 165$ Ом, $I_1 = 1,52$ А, $I_6 = 0,212$ А. **1.50.** $I_1 = 12$ А, $I_2 = 2$ А, $U_1 = 96$ В, $U_2 = 72$ В. **1.51.** 15 А. **1.52.** 50 В. **1.53.** 10 А. **1.54.** $P_1 = 360$ Вт, $P_2 = 180$ Вт, $P_3 = 0$. **1.55.** 9 А. **1.56.** 155 Ом. **1.57.** 85 В. **1.58.** 27 Вт. **1.59.** 16 Ом. **1.60.** 200 Ом. **1.61.** 2 Вт.

2. ОДНОФАЗНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Задачи с решениями

Задача 2.1. Прямоугольная катушка, состоящая из $w = 54$ витков, вращается с постоянной частотой $n = 3000$ об/мин в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Ширина катушки $d = 0,1$ м, длина $l = 0,2$ м. Записать уравнение для мгновенного значения ЭДС в катушке и определить ее действующее значение.

Решение. При вращении катушки в однородном магнитном поле в ней возникает синусоидальная ЭДС

$$e = 2Blvw\sin\omega t = E_m\sin\omega t, \quad (1)$$

где $v = \pi dn/60$ – скорость катушки, м/с; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота вращения катушки, рад/с; E_m – амплитудное значение ЭДС, В.

Поскольку одному обороту катушки соответствует один период ЭДС, то число периодов в секунду (частота) равно числу оборотов катушки в секунду, т.е.

$$f = \frac{n}{60} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ Гц.}$$

Подставив в формулу (1) числовые значения, получим:

$$e = 2 \cdot 1 \cdot 0,2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,1 \cdot 3000}{60} \cdot 54 \sin 314t = 340 \sin 314t \text{ В.}$$

Действующее значение синусоидальной ЭДС

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{340}{\sqrt{2}} = 240 \text{ В.}$$

Задача 2.2. Электрический ток изменяется по синусоидальному закону с амплитудой $I_m = 10$ А и частотой $f = 50$ Гц. Через какой минимальный промежуток времени от начала периода мгновенное значение тока с нулевой начальной фазой численно равно: действующему значению тока ($i_1 = I$); току $i_2 = -5$ А?

Решение. На рис. 2.1 приведена диаграмма $i(t)$ синусоидального тока

$$i = I_m \sin 2\pi f t. \quad (2)$$

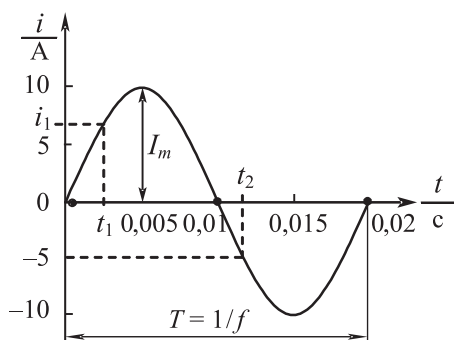


Рис. 2.1

Действующее значение синусоидального тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 7,07 \text{ А.}$$

Искомые промежутки времени t_1 и t_2 определяем, подставляя в уравнение (2) значения токов $i_1 = I = 7,07$ А и $i_2 = -5$ А:

$$i_1 = I_m \sin 2\pi f t_1, \quad 7,07 = 10 \sin 314 t_1;$$

$$i_2 = I_m \sin 2\pi f t_2, \quad -5 = 10 \sin 314 t_2,$$

откуда

$$t_1 = \frac{\arcsin(i_1/I_m)}{2\pi f} = \frac{\arcsin 0,707}{314} = \frac{0,785}{314} = 0,0025 \text{ с};$$

$$t_2 = \frac{\pi - \arcsin(i_2/I_m)}{2\pi f} = \frac{\pi - \arcsin(-0,5)}{314} = \frac{3,66}{314} = 0,01166 \text{ с.}$$

Задача 2.3. Катушка с активным сопротивлением $R = 20$ Ом и индуктивностью $L = 125$ мГн подключена к источнику напряжением $u = 311 \sin(314t + 30^\circ)$ В (рис. 2.2, а). Определить показания электромагнитных приборов, активную, реактивную и полную мощности, коэффициент мощности. Построить векторную диаграмму, треугольники сопротивлений и мощностей. Записать выражения для мгновенных значений тока, активной и реактивной составляющих напряжения.

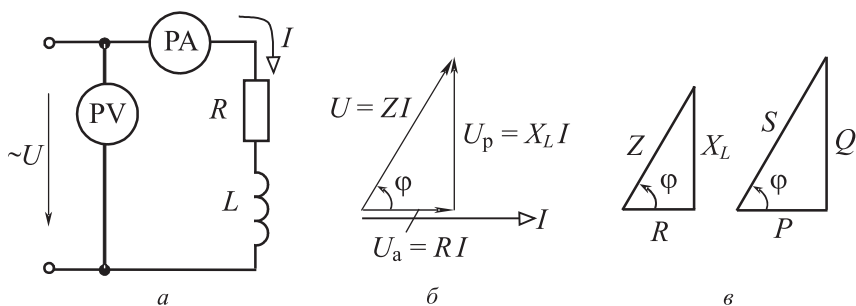


Рис. 2.2

Решение. Индуктивное сопротивление катушки

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 125 \cdot 10^{-3} = 39,3 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{20^2 + 39,3^2} = 44 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения (показание вольтметра)

$$U = U_m / \sqrt{2} = 311 / \sqrt{2} = 220 \text{ В.}$$

Действующее значение тока (показание амперметра)

$$I = U / Z = 220 / 44 = 5 \text{ А.}$$

Активная мощность

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,455 = 500 \text{ Вт}$$

или

$$P = RI^2 = 20 \cdot 25 = 500 \text{ Вт,}$$

где коэффициент мощности $\cos \varphi = R / Z = 0,455$ ($\varphi = 63^\circ$).

Реактивная мощность

$$Q = UI \sin \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,893 = 983 \text{ вар}$$

или

$$Q = X_L I^2 = 39,3 \cdot 25 = 983 \text{ вар,}$$

где $\sin \varphi = X_L / Z = 0,893$.

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1100 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Для построения векторной диаграммы (рис. 2.2, б) определяем активную и индуктивную составляющие напряжения:

$$U_a = RI = 100 \text{ В}; \quad U_p = X_L I = 196 \text{ В}.$$

Начинаем построение с вектора тока \vec{I} , затем откладываем активную составляющую напряжения \vec{U}_a , совпадающую по фазе с током, и индуктивную \vec{U}_p , опережающую ток по фазе на 90° . Треугольники сопротивлений и мощностей приведены на рис. 2.2, в.

Запишем выражения для мгновенных значений тока i , активной u_a и реактивной u_p составляющих напряжения:

$$i = 5\sqrt{2}\sin(314t + 30^\circ - 63^\circ) = 7,05\sin(314t - 33^\circ) \text{ А};$$

$$u_a = 100\sqrt{2}\sin(314t - 33^\circ) \text{ В};$$

$$u_p = 196\sqrt{2}\sin(314t - 33^\circ + 90^\circ) = 276\sin(314t + 57^\circ) \text{ В}.$$

Задача 2.4. В схеме, приведенной на рис. 2.3, а, $R = 10 \text{ Ом}$, $C = 136 \text{ мкФ}$, $u = 179\sin(314t + 45^\circ) \text{ В}$. Определить показания приборов. Рассчитать реактивную, полную мощности и угол сдвига фаз напряжения и тока. Построить векторную диаграмму и диаграммы $i(\omega t)$, $u(\omega t)$. Записать выражения для мгновенных значений тока цепи i и падения напряжения на реостате (u_R) и конденсаторе (u_C).

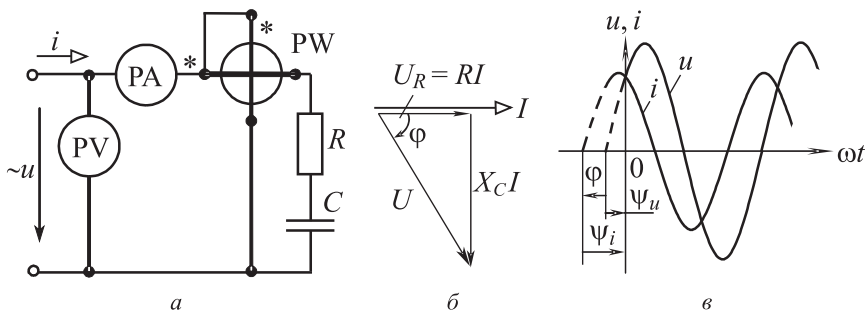


Рис. 2.3

Решение. Емкостное сопротивление конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 136 \cdot 10^{-6}} = 23,4 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = 25,4 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения (показание вольтметра)

$$U = U_m / \sqrt{2} = 179 / \sqrt{2} = 127 \text{ В.}$$

Действующее значение тока (показание амперметра)

$$I = U / Z = 5 \text{ А.}$$

Показание ваттметра (активная мощность цепи)

$$P = UI \cos \varphi = 127 \cdot 5 \cdot 0,394 = 250 \text{ Вт или } P = RI^2,$$

где $\cos \varphi = R / Z = 10 / 25,4 = 0,394$.

Угол сдвига фаз напряжения и тока

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -66^\circ 48'$$

(минус говорит о том, что ток опережает напряжение).

Реактивная мощность

$$Q_C = -X_C I^2 = UI \sin \varphi = -585 \text{ вар.}$$

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 635 \text{ В·А.}$$

Для построения векторной диаграммы (рис. 2.3, б) определяем падения напряжения на реостате U_R и конденсаторе U_C :

$$U_R = RI = 50 \text{ В; } U_C = X_C I = 117 \text{ В.}$$

Начинаем построение с вектора тока \vec{I} , одинакового для обоих участков цепи. Затем откладываем векторы напряжения \vec{U}_R , совпадающего по фазе с током, и напряжения \vec{U}_C , отстающего по фазе от тока на угол $\pi/2$.

Запишем выражения для мгновенных значений тока i и напряжений u_R и u_C :

$$i = 5\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ + 66^\circ 48') = 7,05\sin(\omega t + 111^\circ 48') \text{ А};$$

$$u_R = 50\sqrt{2}\sin(\omega t + 111^\circ 48') \text{ В};$$

$$u_C = 117\sqrt{2}\sin(\omega t + 11^\circ 48' - 90^\circ) = 165\sin(\omega t + 21^\circ 48') \text{ В}.$$

Диаграммы $i(\omega t)$ и $u(\omega t)$ приведены на рис. 2.3, в.

Задача 2.5. К источнику напряжением $u = 240\sin(1000 t + \pi/12)$ В подключена катушка, ток в которой $i = 12\sin(1000t - \pi/4)$ А. Построить диаграммы $u(\omega t)$, $i(\omega t)$ и векторную диаграмму напряжения и тока. Определить индуктивность и активное сопротивление катушки.

Решение. Сравнение заданных уравнений с аналогичными уравнениями синусоидального напряжения и тока, записанными в общем виде ($u = U_m\sin(\omega t + \psi_u)$, $i = I_m\sin(\omega t + \psi_i)$), позволяет определить следующие величины:

а) амплитудные и действующие значения напряжения и тока:

$$U_m = 240 \text{ В}; U = U_m/\sqrt{2} = 170 \text{ В};$$

$$I_m = 12 \text{ А}; I = I_m/\sqrt{2} = 8,5 \text{ А};$$

б) угловую частоту:

$$\omega = 1000 \text{ рад/с};$$

в) начальные фазы напряжения и тока:

$$\psi_u = \pi/12 \text{ рад}; \psi_i = -\pi/4 \text{ рад}.$$

Диаграмма изменения мгновенных значений и векторные диаграммы амплитудных и действующих значений напряжения и тока приведены на рис. 2.4.

Из диаграмм следует, что ток отстает по фазе от напряжения на угол $\phi = \psi_u - \psi_i = \pi/12 - (-\pi/4) = \pi/3$ рад.

Полное сопротивление катушки

$$Z = U/I = U_m/I_m = 240/12 = 20 \text{ Ом}.$$

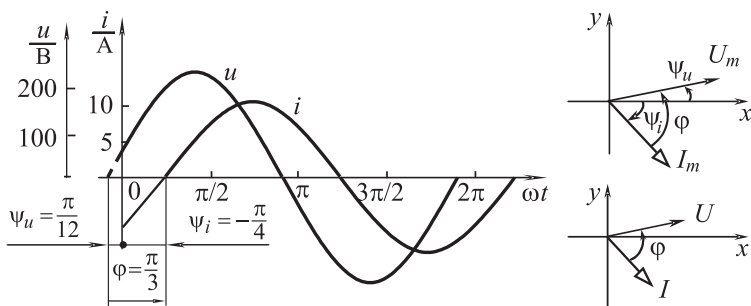


Рис. 2.4

Активное и индуктивное сопротивления катушки

$$R = Z \cos \varphi = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ Ом};$$

$$X_L = \omega L = Z \sin \varphi = 20 \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,3 \text{ Ом}.$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{17,3}{1000} = 17,3 \text{ мГн}.$$

Задача 2.6. На рис. 2.5 а приведена диаграмма мгновенных значений тока и напряжения индуктивной катушки; $U_m = 28,2 \text{ В}$, $I_m = 1,41 \text{ А}$, $T = 0,02 \text{ с}$. Определить параметры последовательной схемы замещения катушки (рис. 2.5, б), а также активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму тока и напряжения, треугольник сопротивлений катушки и диаграмму мгновенной мощности $p(t)$.

Решение. Находим действующие значения напряжения и тока:

$$U = U_m / \sqrt{2} = 28,2 / \sqrt{2} = 20 \text{ В}; \quad I = I_m / \sqrt{2} = 1,41 / \sqrt{2} = 1 \text{ А}.$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = U / I = U_m / I_m = 20 \text{ Ом}.$$

Определяем активное и индуктивное сопротивления катушки:

$$R = Z \cos \varphi = 20 \cos \frac{\pi}{3} = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ Ом}; \quad X_L = Z \sin \varphi = 17,32 \text{ Ом},$$

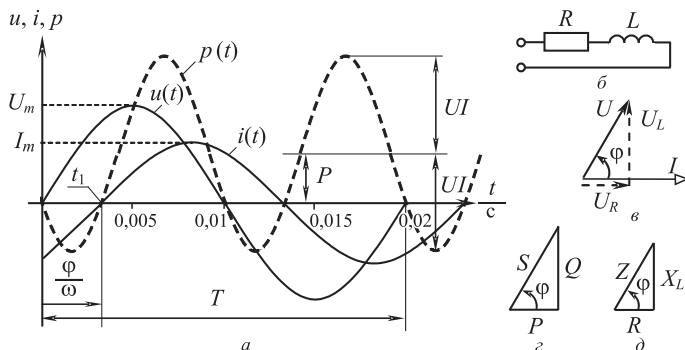


Рис. 2.5

где $\varphi = \frac{t_1}{T} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{3}$ – угол, на который ток отстает по фазе от напряжения.

Индуктивность катушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{X_L}{2\pi/T} = \frac{17,32}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 55,1 \text{ мГн.}$$

Активную, реактивную и полную мощности определяем двояко:

$$P = RI^2 = 10 \cdot 1^2 = 10 \text{ Вт}; \quad P = UI \cos \varphi = 20 \cdot 1 \cdot 0,5 = 10 \text{ Вт};$$

$$Q = X_L I^2 = 17,32 \cdot 1^2 = 17,32 \text{ вар};$$

$$Q = UI \sin \varphi = 20 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,32 \text{ вар};$$

$$S = ZI^2 = 20 \cdot 1^2 = 20 \text{ В} \cdot \text{А}; \quad S = UI = 20 \cdot 1 = 20 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Диаграмма мгновенной мощности $p = ui$ приведена на рис. 2.5, а (кривая $p(t)$). Она может быть получена умножением ординат кривых тока и напряжения. Векторная диаграмма напряжения и тока, а также треугольники мощностей и сопротивлений даны на рис. 2.5 в–д соответственно.

Задача 2.7. На рис. 2.6 приведена диаграмма мгновенной мощности цепи синусоидального тока. Определить коэффициент мощности цепи.

Решение. Мгновенная мощность цепи синусоидального тока

$$p = ui = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi) = P - S\cos(2\omega t - \varphi),$$

где $P = UI\cos\varphi$ – активная мощность; $S = UI$ – полная мощность цепи.

Из уравнения мгновенной мощности и рис. 2.6 следует, что мгновенная мощность изменяется с двойной частотой тока от положительного значения $P + S = 80 \text{ В} \cdot \text{А}$ до отрицательного значения $P - S = -20 \text{ В} \cdot \text{А}$.

Среднее значение мгновенной мощности есть активная мощность цепи

$$P = \frac{(P + S) + (P - S)}{2} = \frac{80 - 20}{2} = 30 \text{ Вт}.$$

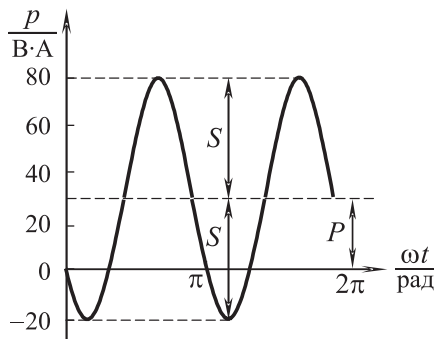


Рис. 2.6

Полная мощность S численно равна амплитуде колебаний

мгновенной мощности относительно ее среднего значения:

$$S = (P + S) - P = 80 - 30 = 50 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos\varphi = P/S = 30/50 = 0,6.$$

Задача 2.8. Лампа накаливания мощностью $P = 60 \text{ Вт}$ с номинальным напряжением $U_{\text{ном}} = 120 \text{ В}$ подключена последовательно с конденсатором к сети синусоидального напряжения $U = 220 \text{ В}$.

Частота напряжения сети $f = 50 \text{ Гц}$. Рассчитать емкость конденсатора, при которой напряжение на лампе будет равным номинальному.

Решение. Ток цепи определим, используя номинальные данные лампы:

$$I = P/U_{\text{ном}} = 60/120 = 0,5 \text{ А}.$$

Воспользовавшись векторной диаграммой (рис. 2.7), найдем падение напряжения на конденсаторе:

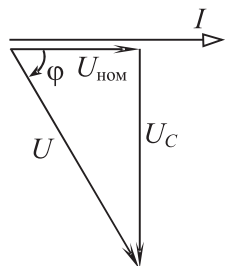


Рис. 2.7

$$U_C = \sqrt{U^2 - U_{\text{ном}}^2} = \sqrt{220^2 - 120^2} = 184 \text{ В.}$$

Тогда сопротивление конденсатора

$$X_C = U_C / I = 368 \text{ Ом.}$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{10^6}{314 \cdot 368} = 8,65 \text{ мкФ.}$$

Задача 2.9. К источнику напряжением $U = 220 \text{ В}$ и частотой $f = 50 \text{ Гц}$ подключили последовательно катушку ($R = 40 \text{ Ом}$, $L = 223 \text{ мГн}$) и конденсатор емкостью $C = 31,8 \text{ мкФ}$ (рис. 2.8, а). 1. Определить ток, активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму. 2. При какой частоте в цепи возникает резонанс? Как изменятся при этом ток и мощность цепи?

Р е ш е н и е. 1. В последовательной цепи

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi f L - 1/(2\pi f C))^2}} = \frac{200}{\sqrt{40^2 + (70 - 100)^2}} = \frac{200}{50} = 4 \text{ А.}$$

Активная мощность цепи

$$P = RI^2 = 40 \cdot 4^2 = 640 \text{ Вт.}$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = 220 \cdot 4 = 800 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = UI \sin \phi = -\sqrt{S^2 - P^2} = -480 \text{ вар.}$$

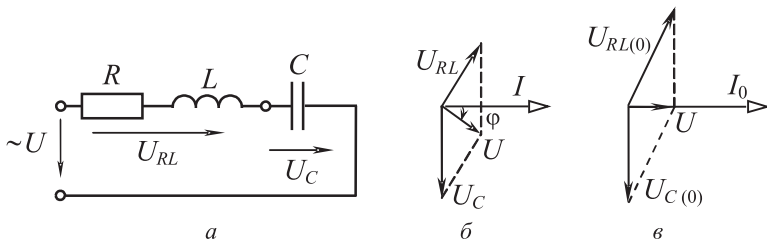


Рис. 2.8

Поскольку емкостное сопротивление $X_C = 1/(2\pi fC) = 100 \text{ Ом}$ больше индуктивного сопротивления $X_L = 2\pi fL = 70 \text{ Ом}$, то ток опережает по фазе напряжение источника на угол $\varphi = -36,9^\circ$ ($\text{tg}\varphi = (X_L - X_C)/R = -0,75$).

Находим напряжения на катушке и конденсаторе:

$$U_{RL} = Z_{RL}I = \sqrt{R^2 + X_L^2} I = \sqrt{40^2 + 70^2} \cdot 4 = 322,4 \text{ В};$$

$$U_C = X_C I = 100 \cdot 4 = 400 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма тока и напряжений приведена на рис. 2.8, б.

2. Условием возникновения резонанса напряжений в последовательной цепи является равенство индуктивного и емкостного сопротивлений: $\omega_0 L = 1/(\omega_0 C)$, или $2\pi f_0 L = 1/(2\pi f_0 C)$, откуда резонансная частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 60 \text{ Гц}.$$

Ток при резонансе имеет максимальное значение и совпадает по фазе с напряжением источника:

$$I_0 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L - 1/(2\pi f_0 C))^2}} = \frac{U}{R} = 5 \text{ А}.$$

Находим активную, полную и реактивную мощности резонансной цепи:

$$P_0 = RI_0^2 = 1000 \text{ Вт}; \quad S_0 = UI_0 = 1000 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$Q_0 = \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = 0.$$

Напряжения на катушке и конденсаторе в резонансном режиме увеличиваются:

$$U_{RL(0)} = \sqrt{R^2 + (2\pi f_0 L)^2} I_0 = 465 \text{ В};$$

$$U_{C(0)} = \frac{1}{2\pi f_0 C} I_0 = 420 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма тока и напряжений в резонансном режиме дана на рис. 2.8, в.

Задача 2.10. В цепи (рис. 2.9, а) $U = 100$ В, $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 50$ Ом, $X_L = 90$ Ом, $X_C = 30$ Ом. Построить топографическую диаграмму и определить по ней напряжение между точками с и е.

Решение. Ток в цепи

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_L - X_C)^2}} = 1 \text{ А.}$$

Определяем напряжения на отдельных элементах цепи:

$$U_{R1} = R_1 I = 30 \text{ В; } U_L = X_L I = 90 \text{ В;}$$

$$U_{R2} = R_2 I = 50 \text{ В; } U_C = X_C I = 30 \text{ В.}$$

Для построения топографической диаграммы произвольно располагаем вектор тока (рис. 2.9, б) и относительно него ориентируем векторы напряжений в той же последовательности, в какой расположены элементы цепи. При этом направление обхода цепи выбираем противоположным положительному направлению тока. Из точки е проводим вектор напряжения \vec{U}_C на конденсаторе, отстающий по фазе от вектора тока на 90° . Из конца вектора \vec{U}_C (точка d)

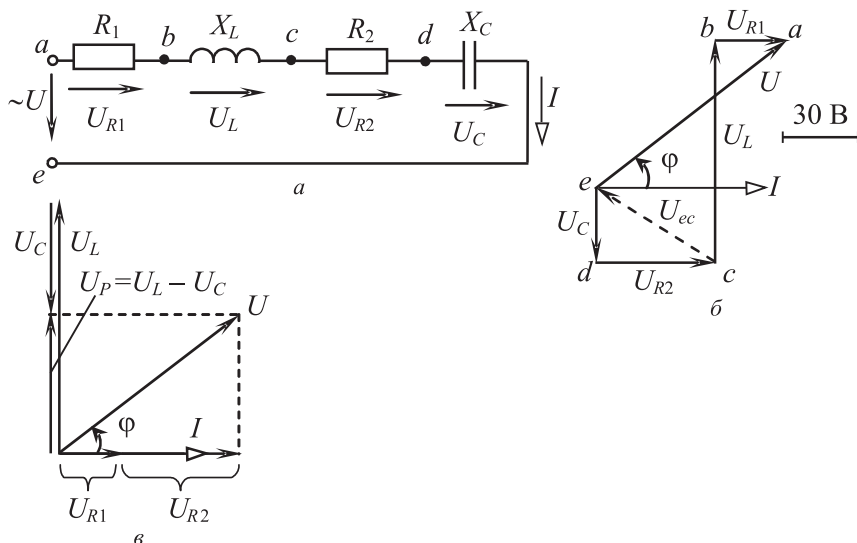


Рис. 2.9

строим вектор напряжения \vec{U}_{R_2} , совпадающий по фазе с вектором тока. Аналогично откладываем остальные векторы диаграммы. Начала и концы векторов обозначаем буквами, соответствующими точкам схемы.

Чтобы найти напряжение между точками c и e , проводим на топографической диаграмме вектор U_{ec} , соединяющий точки c и e . Измерив длину вектора и умножив ее на принятый масштаб, получаем: $U_{ec} = 58 \text{ В}$.

Проверка: $U_{ec} = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} I = 58,3 \text{ В}$.

Для сравнения на рис. 2.9, *в* приведена векторная диаграмма, построенная без учета соответствия порядка расположения векторов последовательности элементов цепи. Недостатком этой векторной диаграммы является невозможность определения напряжения между любыми точками цепи.

Задача 2.11. К сети напряжением 220 В последовательно подключены катушка и реостат. Катушка потребляет активную мощность $P_1 = 250 \text{ Вт}$ при $\cos \varphi_1 = 0,6$, а реостат — $P_2 = 800 \text{ Вт}$ (рис. 2.10, *а*). Определить ток и коэффициент мощности цепи.

Решение. Реактивная мощность катушки и цепи

$$Q = Q_L = P_1 \tan \varphi_1 = 250 \cdot 1,33 = 332,5 \text{ вар.}$$

Активная мощность цепи равна сумме активных мощностей обоих приемников:

$$P = P_1 + P_2 = 250 + 800 = 1050 \text{ Вт.}$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = 1100 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Треугольники мощностей катушки и цепи приведены на рис. 2.10, *б*.

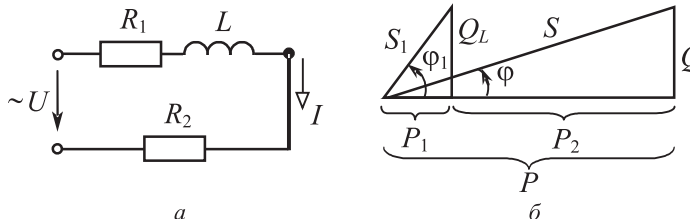


Рис. 2.10

Ток $I = S/U = 1100/220 = 5$ А, а коэффициент мощности всей цепи $\cos\varphi = P/S = 1050/1100 = 0,955$.

Задача 2.12. При электрической дуговой сварке на переменном токе частотой 50 Гц в дуге развивается мощность $P_d = 1000$ Вт при токе 40 А. Напряжение источника $U = 60$ В. Для обеспечения необходимого напряжения на дуге последовательно с ней включена катушка индуктивности, активное сопротивление которой $R_k = 0,275$ Ом (рис. 2.11, а). Определить индуктивность катушки. Каким должно быть сопротивление реостата R_p , которым можно заменить катушку? Определить КПД и коэффициент мощности цепи с катушкой и реостатом.

Решение. Сопротивление дуги

$$R_d = P_d / I^2 = 1000 / 40^2 = 0,625 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = U / I = 60 / 40 = 1,5 \text{ Ом.}$$

Так как $Z = \sqrt{(R_k + R_d)^2 + X_L^2}$, то

$$X_L = 2\pi fL = \sqrt{Z^2 - (R_k + R_d)^2} = 1,2 \text{ Ом.}$$

Отсюда индуктивность катушки

$$L = X_L / (2\pi f) = 3,82 \text{ мГн.}$$

Векторная диаграмма напряжений и тока цепи приведена на рис. 2.11, б.

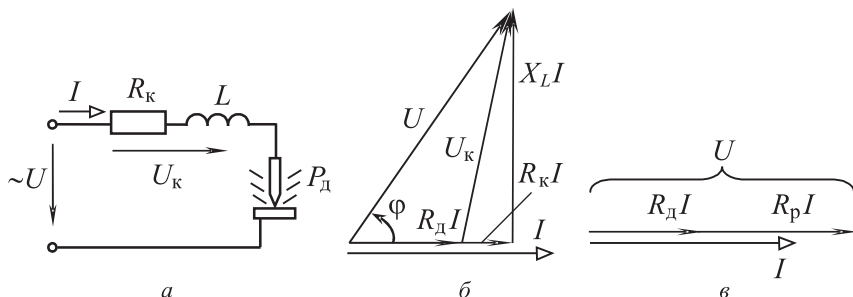


Рис. 2.11

При замене катушки реостатом полное сопротивление цепи должно остаться прежним, т.е. равным 1,5 Ом, значит, сопротивление реостата $R_p = 1,5 - 0,625 = 0,875$ Ом. Ток и напряжение в этом режиме совпадают по фазе, векторная диаграмма изображена на рис. 2.11, в.

Коэффициент полезного действия цепи определяется отношением мощности дуги P_d к мощности $P_{ист}$, потребляемой от источника. В случае с катушкой индуктивности

$$\eta = \frac{P_d}{P_{ист}} = \frac{R_d I^2}{(R_k + R_d) I^2} \approx 0,69;$$

с реостатом

$$\eta = \frac{R_d I^2}{(R_p + R_d) I^2} = 0,42.$$

Коэффициент мощности цепи с катушкой индуктивности

$$\cos \varphi = (R_k + R_d) / Z = 0,9 / 1,5 = 0,6;$$

с реостатом

$$\cos \varphi = (R_p + R_d) / Z = 1.$$

Таким образом, индуктивный регулирующий элемент более экономичен, хотя $\cos \varphi$ при этом ниже.

Задача 2.13. В цепи (рис. 2.12) показания приборов при частоте $f = 50$ Гц следующие: $U = 220$ В, $I = 5$ А, $P = 600$ Вт. Как изменятся показания амперметра и ваттметра при $U = 220$ В и частоте $f = 200$ Гц?

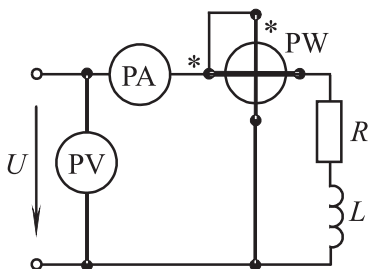


Рис. 2.12

Решение. Определяем полное Z , активное R и индуктивное X_L сопротивления при частоте $f = 50$ Гц:

$$Z = U / I = 220 / 5 = 44 \text{ Ом};$$

$$R = P / I^2 = 600 / 25 = 24 \text{ Ом};$$

$$X_L = 2\pi f L = \sqrt{Z^2 - R^2} = 37 \text{ Ом}.$$

С ростом частоты индуктивное сопротивление увеличивается:

$$X'_L = 2\pi f' L = X_L \frac{f'}{f} = 37 \frac{200}{50} = 148 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление при частоте 200 Гц

$$Z' = \sqrt{R^2 + (X'_L)^2} = \sqrt{24^2 + 148^2} = 150 \text{ Ом.}$$

Коэффициент мощности

$$\cos\varphi' = \frac{R}{Z'} = \frac{24}{150} = 0,16.$$

Показания амперметра и ваттметра при $f' = 200$ Гц следующие:

$$I' = \frac{U}{Z'} = \frac{220}{150} = 1,47 \text{ А;}$$

$$P' = UI' \cos\varphi' = 220 \cdot 1,47 \cdot 0,16 = 51,7 \text{ Вт}$$

или

$$P' = R(I')^2 = 24 (1,47)^2 = 51,7 \text{ Вт.}$$

Задача 2.14. К цепи (рис. 2.13, а) приложено синусоидальное напряжение $u = 311 \sin \omega t$ В. Активное сопротивление и индуктивность имеют следующие значения: $R = 100$ Ом, $L = 156$ мГн. Определить показания амперметров и построить векторную диаграмму. Записать выражения для мгновенных значений токов.

Решение. Индуктивное сопротивление

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 156 \cdot 10^{-3} = 49 \text{ Ом.}$$

Действующее значение напряжения

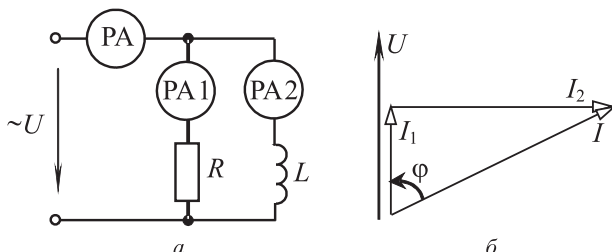


Рис. 2.13

$$U = U_m / \sqrt{2} = 220 \text{ В.}$$

Определяем действующие значения токов в параллельных ветвях (показания амперметров A1 и A2):

$$I_1 = \frac{U}{R} = 2,2 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U}{X_L} = 4,5 \text{ А.}$$

Ток I в неразветвленной части цепи равен векторной сумме найденных токов. Для определения его воспользуемся векторной диаграммой.

При построении векторной диаграммы (рис. 2.13, б) в качестве исходного вектора удобно взять вектор напряжения, общего для параллельных ветвей. Ток I_1 совпадает по фазе с напряжением, I_2 отстает от напряжения на 90° . Общий ток

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 5 \text{ А.}$$

Угол сдвига фаз

$$\varphi = \arctg \frac{I_2}{I_1} = 64^\circ.$$

Запишем уравнения мгновенных значений токов:

$$i_1 = 2,2\sqrt{2}\sin 314t \text{ А}; \quad i_2 = 4,5\sqrt{2}\sin(314t - 90^\circ) \text{ А};$$

$$i = 5\sqrt{2}\sin(314t - 64^\circ) \text{ А.}$$

Задача 2.15. Определить показания амперметров в цепи (рис. 2.14, а), построить векторную диаграмму токов и напряжения, записать выражения для мгновенных значений токов, если $u = 179\sin 314t \text{ В}$, $R = 50 \text{ Ом}$, $C = 77,5 \text{ мкФ}$.

Решение. Емкостное сопротивление конденсатора

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 77,5} = 41 \text{ Ом.}$$

Определяем действующие значения токов параллельных ветвей (показания амперметров A1 и A2):

$$I_1 = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{\sqrt{2}R} = \frac{179}{\sqrt{2} \cdot 50} = 2,54 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U}{X_C} = \frac{U_m}{\sqrt{2} \cdot X_C} = 3,1 \text{ А.}$$

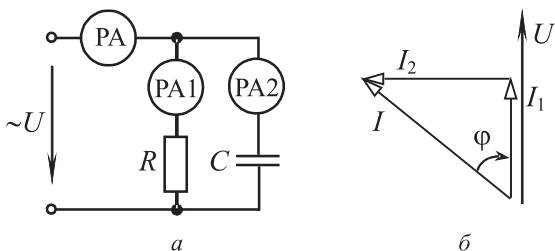


Рис. 2.14

Ток I в неразветвленной части цепи равен векторной сумме токов I_1 и I_2 . Векторная диаграмма приведена на рис. 2.14, б. Построения выполнены по аналогии с диаграммой к задаче 2.14.

Находим:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 4 \text{ A.}$$

Угол сдвига фаз напряжения и тока

$$\varphi = \arctg \frac{I_2}{I_1} = 50^\circ 40'.$$

Записываем уравнения для мгновенных значений токов:

$$i_1 = 2,54\sqrt{2}\sin 314t \text{ A};$$

$$i_2 = 3,1\sqrt{2}\sin(314t + 90^\circ) \text{ A};$$

$$i = 4\sqrt{2}\sin(314t + 50^\circ 40') \text{ A.}$$

Задача 2.16. Определить токи I, I_1, I_2, I_3, I_4 в цепи (рис. 2.15, а), если $R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$, $U = 100 \text{ В}$. Чему равны активная, реактивная и полная мощности цепи?

Решение. Параллельные ветви цепи находятся под одинаковым напряжением U , и токи в ветвях равны соответственно:

$$I_1 = \frac{U}{R} = 10 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{U}{X_L} = 10 \text{ A}; I_3 = \frac{U}{X_C} = 10 \text{ A}.$$

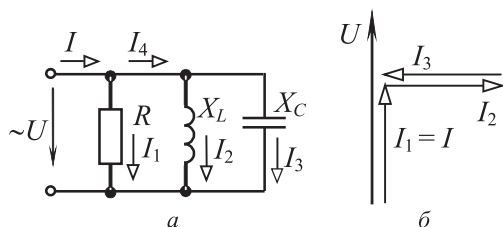


Рис. 2.15

Воспользуемся векторной диаграммой, приведенной на рис. 2.15, б, для нахождения токов I и I_4 . Ток I_4 , равный векторной сумме токов I_2 и I_3 , равен нулю, поскольку токи I_2 и I_3 противоположны по фазе и компенсируют друг друга. В цепи имеет место резонанс токов. Ток I в неразветвленной части цепи, равный векторной сумме токов I_1 и I_4 , равен току I_1 , т.е. $I = 10$ А.

Активная мощность цепи

$$P = UI \cos \varphi = RI_1^2 = 1000 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность

$$Q = UI \sin \varphi = X_L I_2^2 - X_C I_3^2 = 0.$$

Полная мощность

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1000 \text{ В} \cdot \text{А}, \quad \cos \varphi = P/S = 1.$$

Задача 2.17. В цепи (рис. 2.16, а)

$$i_1 = 2 \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ А}; \quad i_2 = 3 \sin(\omega t - 40^\circ) \text{ А}.$$

Записать уравнение мгновенного значения тока i . Определить показание амперметра.

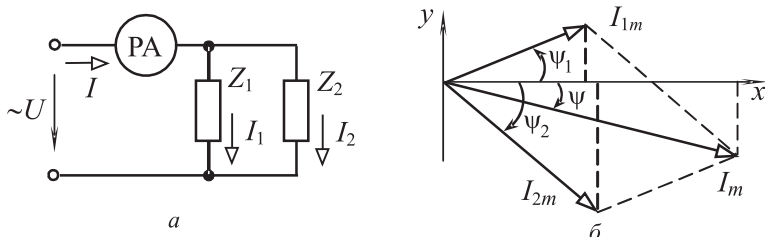


Рис. 2.16

Решение. Согласно первому закону Кирхгофа общий ток i , равный сумме двух синусоидальных токов i_1 и i_2 , также изменяется по синусоидальному закону:

$$i = i_1 + i_2 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \sin(\omega t + \psi_2) = I_m \sin(\omega t + \psi),$$

где $I_{1m} = 2$ А, $I_{2m} = 3$ А – амплитудные значения токов; $\psi_1 = 20^\circ$ и $\psi_2 = -40^\circ$ – начальные фазы токов.

Амплитуду I_m и начальную фазу ψ общего тока находим с помощью векторной диаграммы амплитудных значений токов (рис. 2.16, б). На ней вектор \vec{I}_m получен геометрическим сложением (по правилу параллелограмма) векторов \vec{I}_{1m} и \vec{I}_{2m} .

Используя проекции векторов токов на координатные оси, можно записать:

$$I_m = \sqrt{(I_{1m} \cos \psi_1 + I_{2m} \cos \psi_2)^2 + (I_{1m} \sin \psi_1 + I_{2m} \sin \psi_2)^2} = 4,36 \text{ А.}$$

Начальная фаза общего тока

$$\psi = \arctg \frac{I_{1m} \sin \psi_1 + I_{2m} \sin \psi_2}{I_{1m} \cos \psi_1 + I_{2m} \cos \psi_2} = \arctg(-0,298) = -16,6^\circ.$$

Таким образом, уравнение мгновенного значения общего тока имеет вид

$$i = 4,36 \sin(\omega t - 16,6^\circ) \text{ А.}$$

Задача 2.18. Коэффициент мощности нагрузки, состоящей из последовательно соединенных реостата и конденсатора, $\cos \varphi_1 = 0,866$. Каков будет коэффициент мощности нагрузки, содержащей те же реостат и конденсатор в параллельном соединении?

Решение. Последовательная и параллельная схемы и соответствующие им треугольники сопротивлений и проводимостей приведены на рис. 2.17.

Из треугольников находим:

$$\operatorname{ctg} \varphi_1 = R/X;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{b}{g} = \frac{1/X}{1/R} = \frac{R}{X} = \operatorname{ctg} \varphi_1;$$

$$\cos \varphi_1 = 0,866; \varphi_1 = 30^\circ;$$

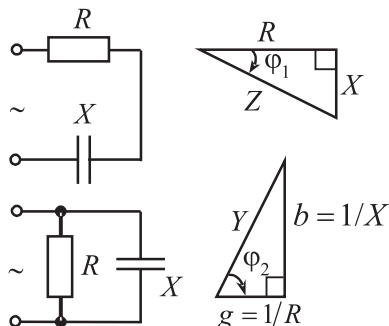


Рис. 2.17

$$\operatorname{ctg} \varphi_1 = \sqrt{3} = \operatorname{tg} \varphi_2;$$

$$\varphi_2 = 60^\circ; \cos \varphi_2 = 0,5.$$

Задачу можно решить другим способом. Из треугольников сопротивлений и проводимостей следует:

$$\cos \varphi_1 = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}};$$

$$\begin{aligned} \cos \varphi_2 = \frac{g}{y} = \frac{g}{\sqrt{g^2 + b^2}} &= \frac{1/R}{\sqrt{1/R^2 + 1/X^2}} = \frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{R \operatorname{tg} \varphi_1}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \\ &= \cos \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = \cos \varphi_1 \frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} = \sin \varphi_1 = \sin 30^\circ = 0,5; \end{aligned}$$

$$\cos \varphi_2 = 0,5; \varphi_2 = 60^\circ.$$

Задача 2.19. В цепи (рис. 2.18, *а*) $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $X_L = 8$ Ом, $X_C = 3$ Ом. Определить параметры последовательной и параллельной схем замещения цепи.

Решение. Для получения параметров эквивалентной промежуточной схемы (рис. 2.18, *б*) рассчитываем активные и реактивные проводимости каждой ветви:

$$g_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = \frac{6}{6^2 + 8^2} = 0,06 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = 0,16 \text{ См};$$

$$b_L = \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = 0,08 \text{ См}; \quad b_C = \frac{X_C}{Z_2^2} = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,12 \text{ См}.$$

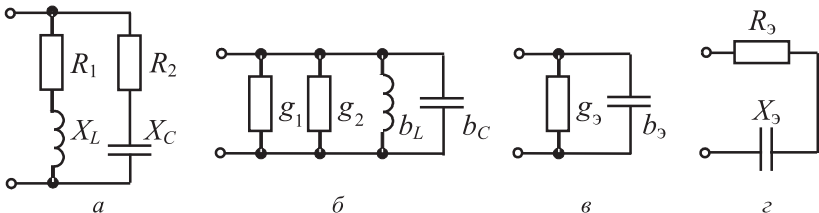


Рис. 2.18

Суммируя активные проводимости и вычитая реактивные (вследствие их разного характера), определяем параметры эквивалентной параллельной схемы замещения цепи (рис.2.18, в)

$$g_3 = g_1 + g_2 = 0,22 \text{ См}; \quad b_3 = b_L - b_C = -0,04 \text{ См (емк.)}.$$

Используя формулы обратного перехода от проводимостей к сопротивлениям, вычисляем параметры последовательной схемы замещения (рис. 2.18, з):

$$R_3 = \frac{g_3}{y_3^2} = \frac{g_3}{g_3^2 + b_3^2} = 4,4 \text{ Ом};$$

$$X_3 = \frac{b_3}{y_3^2} = \frac{b_3}{g_3^2 + b_3^2} = -0,8 \text{ Ом (емк.)}.$$

Аналогичные результаты можно получить и при использовании комплексного метода. Активное и реактивное сопротивления последовательной схемы замещения цепи равны соответственно вещественной и мнимой частям входного комплексного сопротивления цепи:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_3 = R_3 + jX_3 &= \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(R_1 + jX_L)(R_2 - jX_C)}{R_1 + jX_L + R_2 - jX_C} = \frac{(6 + j8)(4 - j3)}{6 + j8 + 4 - j3} = \\ &= \frac{48 + j14}{10 + j5} = \frac{(48 + j14)(10 - j5)}{(10 + j5)(10 - j5)} = \frac{550 - j100}{125} = (4,4 - j0,8) \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$R_3 = 4,4 \text{ Ом}; \quad X_3 = -0,8 \text{ Ом}.$$

Активная и реактивная проводимости параллельной схемы замещения равны соответственно вещественной и мнимой частям входной комплексной проводимости цепи:

$$\underline{Y}_3 = g_3 - jb_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{4,4 - j0,8} = (0,22 + j0,04) \text{ См};$$

$$g_3 = 0,22 \text{ См}; \quad b_3 = -0,04 \text{ См}.$$

Задача 2.20. В цепи (рис. 2.19, а) $U = 220 \text{ В}$, $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $X_L = 8 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 12 \text{ Ом}$. Определить токи на участках цепи и построить векторную диаграмму. Вычислить активные, реактивные и полные мощности каждой ветви и всей цепи. Записать уравнения баланса мощностей.

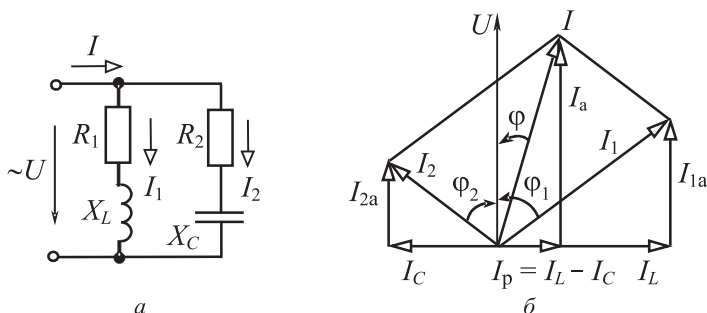


Рис. 2.19

Решение. Определяем токи в параллельных ветвях:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_L^2}} = 22 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}} = 14,1 \text{ A}.$$

Ток первой ветви отстает по фазе от напряжения на угол φ_1 :

$$\sin \varphi_1 = X_L / Z_1 = 0,8; \quad \varphi_1 = 53^\circ.$$

Ток I_2 опережает напряжение на угол φ_2 :

$$\sin \varphi_2 = -X_C / Z_2 = -0,77; \quad \varphi_2 = -50^\circ.$$

Для определения общего тока I предварительно находим активные и реактивные составляющие токов (рис. 2.19, б):

$$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1 = 13,2 \text{ A}; \quad I_{1p} = I_L = I_1 \sin \varphi_1 = 17,6 \text{ A};$$

$$I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 = 9 \text{ A}; \quad I_{2p} = I_C = I_2 \sin \varphi_2 = 10,85 \text{ A}.$$

Тогда

$$I = \sqrt{(I_{1a} + I_{2a})^2 + (I_L - I_C)^2} = 23,2 \text{ A}.$$

Общий ток можно определить также с помощью проводимостей цепи. Рассчитываем активные и реактивные проводимости каждой ветви:

$$g_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_L^2} = 0,06 \text{ См}; \quad b_L = \frac{X_L}{R_1^2 + X_L^2} = 0,08 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} \approx 0,041 \text{ См}; \quad b_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,049 \text{ См}.$$

Полная проводимость цепи

$$y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_L - b_C)^2} = 0,106 \text{ См}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = yU = 23,2 \text{ А}.$$

Векторная диаграмма приведена на рис. 2.19, б.

Активные мощности ветвей:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 2,9 \text{ кВт}; \quad P_2 = R_2 I_2^2 = 2 \text{ кВт}.$$

Реактивные мощности ветвей:

$$Q_L = X_L I_1^2 \approx 3,87 \text{ квар}; \quad Q_C = X_C I_2^2 \approx 2,4 \text{ квар}.$$

Полные мощности ветвей:

$$S_1 = UI_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_L^2} = 4,84 \text{ кВт} \cdot \text{А};$$

$$S_2 = UI_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_C^2} = 3,1 \text{ кВт} \cdot \text{А}.$$

Активная и реактивная мощности, потребляемые из сети:

$$P = UI \cos \varphi = 4,9 \text{ кВт}, \quad Q = UI \sin \varphi = 1,47 \text{ квар},$$

где $\cos \varphi = g/y = I_a/I = 0,955$; $\sin \varphi = b/y = I_p/I = 0,29$.

Полная мощность цепи

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 5,1 \text{ кВт} \cdot \text{А} \quad (S \neq S_1 + S_2).$$

Выполняется баланс для активных и реактивных мощностей:

$$P = P_1 + P_2; \quad Q = Q_L - Q_C.$$

Задача 2.21. В цепи (рис. 2.20, а) $U = 220 \text{ В}$, $f = 50 \text{ Гц}$, $R = 60 \text{ Ом}$, $X_L = 80 \text{ Ом}$. Определить токи цепи и емкость конденсатора, если в цепи имеет место резонанс токов.

Решение. Условием резонанса токов является равенство индуктивной и емкостной проводимостей ветвей ($b_L = b_C$).

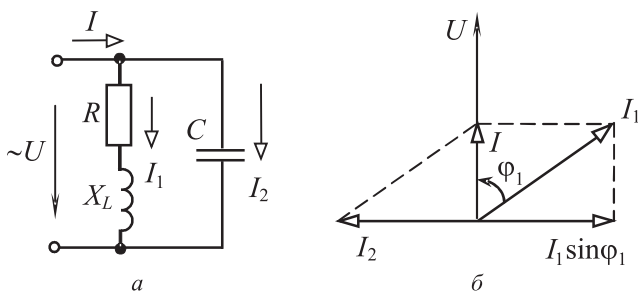


Рис. 2.20

Индуктивная проводимость

$$b_L = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2} = 0,008 \text{ См.}$$

Емкостная проводимость $b_C = \omega C = 0,008 \text{ См}$, значит, емкость конденсатора

$$C = \frac{b_C}{\omega} = \frac{b_C}{2\pi f} = \frac{0,008 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 50} = 25,4 \text{ мкФ.}$$

Определяем токи цепи:

$$I_1 = y_1 U = \sqrt{g^2 + b_L^2} U = 2,2 \text{ А; } I_2 = b_C U = 1,76 \text{ А;}$$

$$I = y U = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} U = g U = 1,32 \text{ А,}$$

где $g = \frac{R}{R^2 + X_L^2} = 0,006 \text{ См.}$

На рис. 2.20, б приведена векторная диаграмма цепи в режиме резонанса.

Задача 2.22. В цепи (рис. 2.21, а) $U = 127 \text{ В}$, $f = 50 \text{ Гц}$, $R = 2 \text{ Ом}$, $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 10,7 \text{ Ом}$, $X_L = 16 \text{ Ом}$. Определить емкость, при которой наступает резонанс, рассчитать токи. Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов. Графически определить напряжение между точками b и e (U_{be}).

Решение. При резонансе $b_L = b_C$:

$$b_L = \frac{X_L}{(R + R_1)^2 + X_L^2} = 0,04 \text{ См;}$$

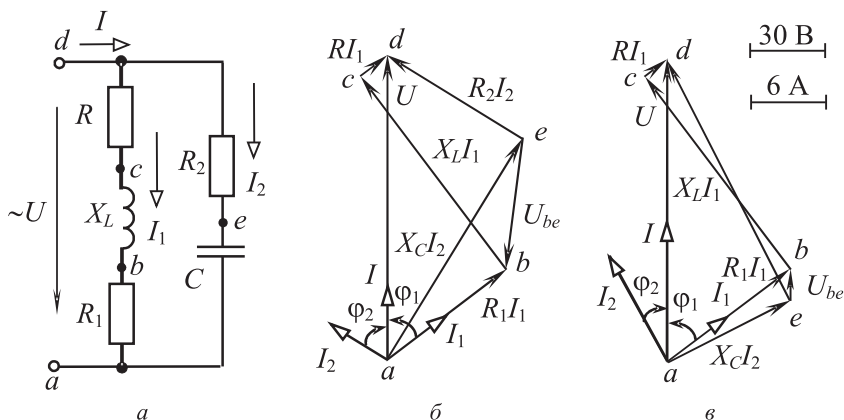


Рис. 2.21

$$b_C = \frac{X_C}{R_2^2 + X_C^2} = 0,04 \text{ См.}$$

Подставив числовое значение $R_2 = 10,7 \text{ Ом}$ в последнее соотношение, получим уравнение

$$X_C^2 - 25X_C + 114 = 0,$$

решение которого дает два значения емкостного сопротивления: X_{C1} и X_{C2} . Далее рассчитываем емкости C_1 и C_2 , при которых возможен резонанс:

$$X_{C1} = 19 \text{ Ом; } C_1 = \frac{10^6}{2\pi f X_{C1}} = 167 \text{ мкФ;}$$

$$X_{C2} = 6 \text{ Ом; } C_2 = \frac{10^6}{2\pi f X_{C2}} = 530 \text{ мкФ.}$$

При резонансной емкости $C_1 = 167 \text{ мкФ}$ активные проводимости ветвей равны:

$$g_1 = \frac{R + R_1}{(R + R_1)^2 + X_L^2} = 0,03 \text{ См; } g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_C^2} = 0,0225 \text{ См.}$$

В первой ветви ток

$$I_1 = \sqrt{g_1^2 + b_L^2} U = 6,35 \text{ А}$$

отстает по фазе от напряжения на угол

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg}(b_L/g_1) \approx 53^\circ.$$

Во второй ветви ток

$$I_2 = \sqrt{g_2^2 + b_C^2} U = 5,83 \text{ A}$$

опережает по фазе напряжение на угол

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg}(-b_C/g_2) \approx -60^\circ.$$

Общий ток цепи

$$I = (g_1 + g_2)U = 6,65 \text{ A}.$$

Он совпадает по фазе с напряжением.

Векторная диаграмма токов, совмещенная с топографической диаграммой, приведена на рис. 2.21, б. Для построения топографической диаграммы потенциал точки *a* принимаем равным нулю и, поочередно обходя ветви цепи в направлении, противоположном положительному направлению токов, откладываем падения напряжения на элементах цепи. У концов векторов напряжений ставим буквы в соответствии с обозначениями, принятыми на схеме. При этом $R_1 I_1 = 63,5 \text{ В}$, $X_L I_1 = 102 \text{ В}$, $R I_1 = 12,7 \text{ В}$, $X_C I_2 = 111 \text{ В}$, $R_2 I_2 = 62,4 \text{ В}$.

Расстояние между точками *b* и *e* на топографической диаграмме с учетом масштаба определяет напряжение $U_{be} = 56 \text{ В}$.

Расчет при резонансной емкости $C_2 = 530 \text{ мкФ}$ выполняется аналогично:

$$I_1 = 6,35 \text{ A}; \varphi_1 = 53^\circ; I_2 = 10,4 \text{ A}; \varphi_2 = -29^\circ 10';$$

$$I = 12,5 \text{ A}; \varphi = 0.$$

Векторная диаграмма токов, совмещенная с топографической диаграммой в этом режиме, приведена на рис. 2.21, в ($U_{be} = 10 \text{ В}$).

Задача 2.23. Приемник электроэнергии потребляет активную мощность $P = 5 \text{ кВт}$ при токе $I_1 = 35 \text{ А}$, напряжении $U = 220 \text{ В}$ и $f = 50 \text{ Гц}$. Рассчитать емкость C конденсаторов, которые необходимо включить параллельно приемнику (рис. 2.22, а), чтобы повысить $\cos \varphi$ до единицы. Построить векторную диаграмму токов и напряжения, треугольники мощностей приемника и цепи после подключения конденсаторов.

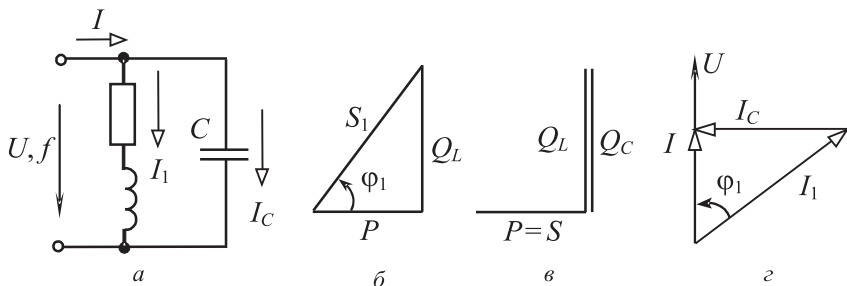


Рис. 2.22

Решение. Поскольку активная мощность приемника $P = UI_1 \cos \varphi_1$, то коэффициент мощности и угол сдвига фаз между напряжением и током приемника равны:

$$\cos \varphi_1 = \frac{P}{UI_1} = \frac{5000}{220 \cdot 35} = 0,65; \varphi_1 = 49^\circ 30'.$$

Находим реактивную индуктивную Q_L и полную S_1 мощности приемника:

$$Q_L = P \operatorname{tg} \varphi_1 = 5000 \cdot 1,17 = 5854 \text{ вар};$$

$$S_1 = UI_1 = \sqrt{P^2 + Q_L^2} = 7700 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Треугольник мощностей приемника изображен на рис. 2.22, б.

Для повышения коэффициента мощности цепи до единицы необходимо, чтобы реактивная емкостная мощность параллельно подключенных конденсаторов компенсировала индуктивную мощность приемника, т.е.

$$Q_C = Q_L = U^2 / X_C = \omega C U^2 = 2\pi f C U^2.$$

Отсюда

$$C = \frac{Q_C}{2\pi f U^2} = \frac{5854 \cdot 10^6}{314 \cdot 220^2} = 386 \text{ мкФ}.$$

При этом реактивная мощность цепи $Q = Q_L - Q_C = 0$, а активная мощность не изменяется и равна полной мощности цепи S (рис. 2.22, в). Ток, потребляемый от источника, уменьшается и совпадает по фазе с напряжением. Векторная диаграмма токов и напряжения приведена на рис. 2.22, г. Здесь $I_C = U / X_C = \omega C U = 26,7 \text{ А}$.

Задачу можно решить иначе:

$$C = \frac{P}{\omega U^2} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi) = \frac{5000 \cdot 10^6}{314 \cdot 220^2} (1,17 - 0) = 386 \text{ мкФ}.$$

Задача 2.24. В цехе установлены три группы приемников:

- 1) $P_1 = 9 \text{ кВт}$, $\cos \varphi_1 = 0,5$, $\varphi_1 > 0$;
- 2) $P_2 = 6 \text{ кВт}$, $\cos \varphi_2 = 0,707$, $\varphi_2 > 0$;
- 3) $P_3 = 10 \text{ кВт}$, $\cos \varphi_3 = 1,0$.

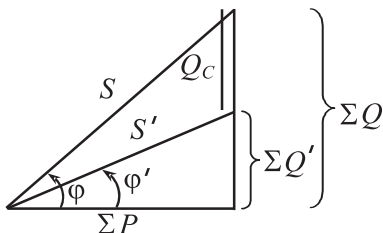


Рис. 2.23

Определить $\cos \varphi$ всей нагрузки. Рассчитать мощность конденсаторов, которые нужно включить параллельно нагрузке, чтобы повысить коэффициент мощности цеха до $\cos \varphi' = 0,92$.

Решение. Определяем реактивную мощность приемников:

$$Q_1 = P_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = 9 \cdot 1,73 = 15,6 \text{ квар};$$

$$Q_2 = P_2 \operatorname{tg} \varphi_2 = 6 \cdot 1 = 6 \text{ квар}; \quad Q_3 = P_3 \cdot \operatorname{tg} \varphi_3 = 0.$$

Из треугольника мощностей всей нагрузки (рис. 2.23) находим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Sigma Q}{\Sigma P} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{P_1 + P_2 + P_3} = \frac{21,6}{25} = 0,865; \quad \cos \varphi = 0,75.$$

При подключении конденсаторов часть индуктивной мощности компенсируется емкостной мощностью конденсаторов. Тогда реактивная мощность, поступающая из сети,

$$\Sigma Q' = \Sigma P \operatorname{tg} \varphi' = 25 \cdot 0,42 = 10,5 \text{ квар}.$$

Как видно из треугольника мощностей, мощность конденсаторов

$$Q_C = \Sigma Q - \Sigma Q' = 21,6 - 10,5 = 11,1 \text{ квар}.$$

Задача 2.25. Приемник электроэнергии питается от сети напряжением $U = 220 \text{ В}$ двухжильным кабелем (площадь сечения 70 мм^2), допускаемая токовая нагрузка для которого $I_{\text{доп}} = 325 \text{ А}$. Потребляемый приемником ток $I_{\text{п}} = 318 \text{ А}$ при $\cos \varphi_{\text{п}} = 0,707$ ($\varphi_{\text{п}} > 0$). К сети нужно дополнительно подключить осветительную нагрузку мощностью $P_{\text{осв}} = 17 \text{ кВт}$, но этого делать нельзя, поскольку

ку ток в кабеле превысит $I_{\text{доп}} = 325 \text{ А}$. Было решено повысить коэффициент мощности установки с помощью батареи конденсаторов, чтобы при включении дополнительной осветительной нагрузки ток в кабеле не превышал 318 А . Рассчитать $\cos\varphi$ установки после включения батареи конденсаторов и дополнительной нагрузки $P_{\text{осв}}$, необходимые мощность и емкость батареи конденсаторов, ток дополнительной осветительной нагрузки. Построить векторную диаграмму.

Решение. Вычисляем полную, активную и реактивную мощности до установки конденсаторов:

$$S_1 = UI_{\Pi} = 220 \cdot 318 = 70 \text{ кВ} \cdot \text{А};$$

$$P_1 = S_1 \cos\varphi_{\Pi} = 70 \cdot 0,707 = 49,5 \text{ кВт};$$

$$Q_1 = S_1 \sin\varphi_{\Pi} = 70 \cdot 0,707 = 49,5 \text{ квар.}$$

После подключения конденсаторов и дополнительной осветительной нагрузки коэффициент мощности

$$\cos\varphi = (P_1 + P_{\text{осв}})/S_1 = (49,5 + 17)/70 = 0,95, \quad (\varphi = 18^\circ).$$

При неизменной полной мощности $S_1 = S = 70 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ благодаря подключению конденсаторов можно получить из сети активную мощность

$$P = S \cos\varphi = 70 \cdot 0,95 = 66,5 \text{ кВт} = P_1 + P_{\text{осв}}$$

и уменьшить реактивную мощность до

$$Q = S \sin\varphi = 70 \cdot 0,309 = 21,6 \text{ квар.}$$

Находим реактивную мощность и емкость батареи конденсаторов:

$$Q_C = Q_1 - Q = 49,5 - 21,6 = 27,9 \text{ квар};$$

$$C = Q_C / (\omega U^2) = 27 \cdot 900 \cdot 10^6 / (314 \cdot 48 \cdot 400) = 1840 \text{ мкФ}.$$

Ток дополнительной осветительной нагрузки

$$I_{\text{осв}} = P_{\text{осв}} / U = 17 \cdot 000 / 220 = 77 \text{ А}.$$

На рис. 2.24, а, б приведены эквивалентная схема замещения и векторная диаграмма установки. После подключения осветительной нагрузки сопротивлением $R_{\text{осв}}$ и конденсаторов сопротивлением X_C результирующий ток I остался равным 318 А, уменьшился лишь сдвиг фаз между напряжением и током.

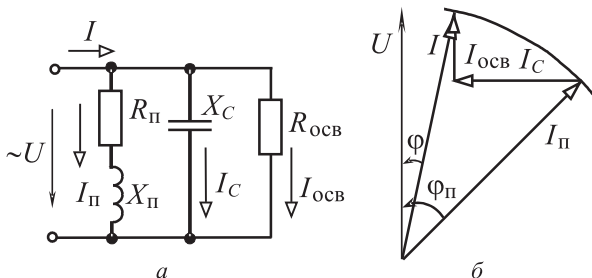


Рис. 2.24

Задача 2.26. Напряжение и ток приемника (рис. 2.25, а) изменяются по закону

$$u = 141\sin(314t + 53^\circ) \text{ В}; \quad i = 7,07\sin(314t + 37^\circ) \text{ А}.$$

Записать комплексные действующие значения напряжения и тока. Определить комплексное сопротивление нагрузки и параметры последовательной схемы замещения (рис. 2.25, б). Найти активную и реактивную мощности.

Решение. Заданным напряжению u и току i (рис. 2.25, в) на комплексной плоскости соответствуют вращающиеся векторы (рис. 2.25, г), длина и положение которых для момента времени $\omega t = 0$ определяют комплексные амплитуды напряжения и тока:

$$\underline{U}_m = U_m e^{j\psi_u} = 141e^{j53^\circ} \text{ В}; \quad \underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i} = 7,07e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

Комплексные действующие значения напряжения и тока определяются векторами, длина которых в $\sqrt{2}$ раз меньше (рис. 2.25, д):

$$\underline{U} = 100e^{j53^\circ} \text{ В}; \quad \underline{I} = 5e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

Комплексное сопротивление нагрузки

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{100e^{j53^\circ}}{5e^{j37^\circ}} = 20e^{j16^\circ} = 20(\cos 16^\circ + j\sin 16^\circ) = (19,3 + j5,5) \text{ Ом}.$$

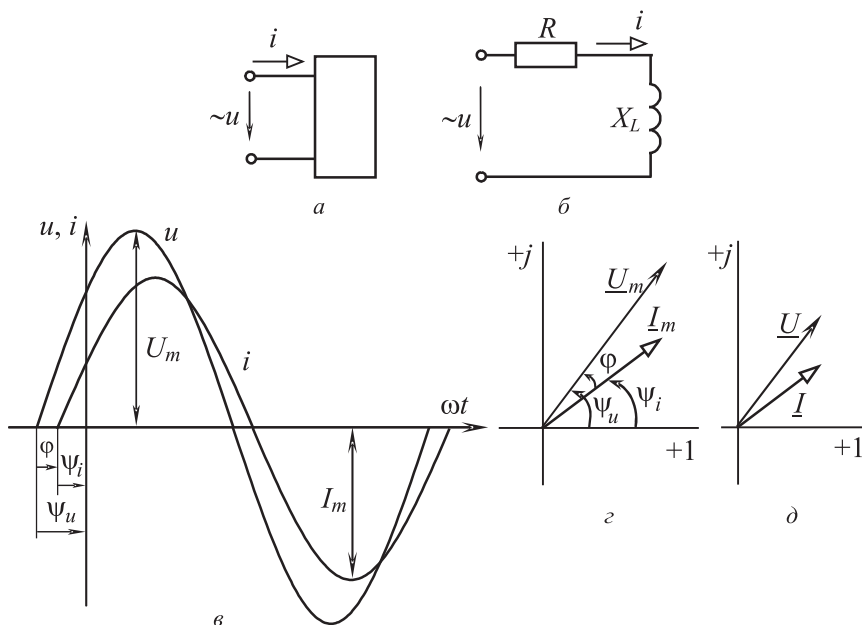


Рис. 2.25

Значит, параметры последовательной схемы замещения (рис. 2.25, б) следующие: $R = 19,3 \text{ Ом}$, $X_L = 5,5 \text{ Ом}$.

Для определения комплексной мощности умножаем комплекс напряжения на сопряженный комплекс тока:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{U} \underline{I}^* = 100e^{j53^\circ} \cdot 5e^{-j37^\circ} = 500e^{j16^\circ} = 500(\cos 16^\circ + j\sin 16^\circ) = \\ &= (482 + j138) \text{ В} \cdot \text{А}. \end{aligned}$$

Отсюда получаем: $S = 500 \text{ В} \cdot \text{А}$, $P = 482 \text{ Вт}$, $Q_L = 138 \text{ вар}$.

Задача 2.27. В цепи (рис. 2.26, а) $U = 100 \text{ В}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $X_L = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 6 \text{ Ом}$, $X_C = 8 \text{ Ом}$. Определить токи I_1 , I_2 , I . Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений. По ней определить напряжение между точками b и c схемы. Как изменится это напряжение, если во второй ветви элементы R_2 и X_C поменять местами?

Решение. Выполняем комплексным методом. Принимаем $\underline{U} = U$.

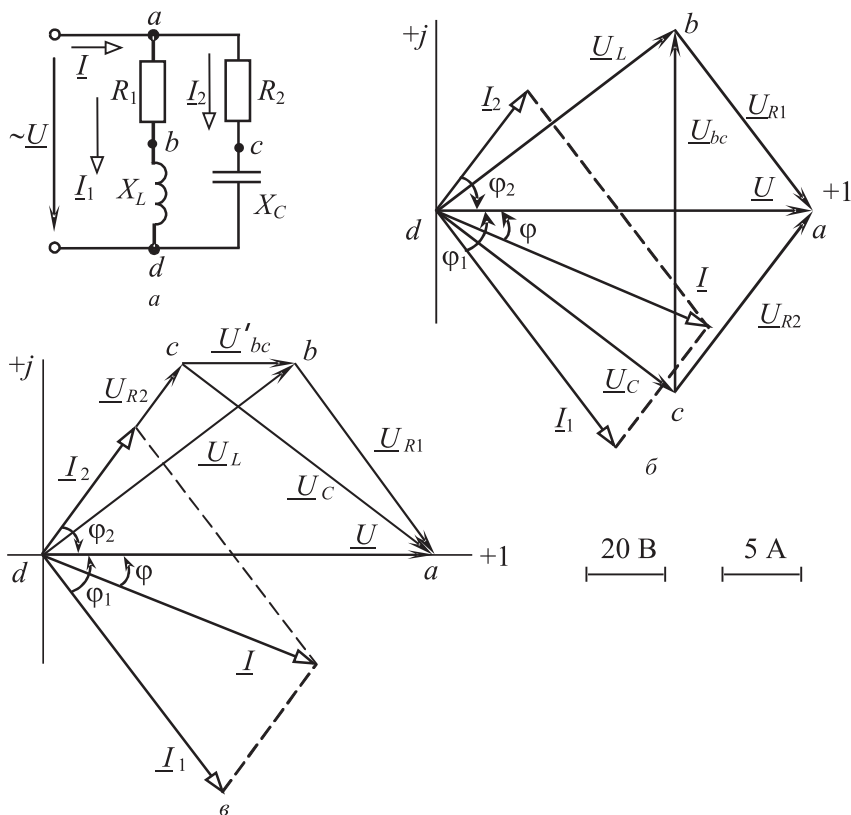


Рис. 2.26

Комплексы токов:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}}{R_1 + jX_L} = \frac{100}{3 + j4} = 12 - j16 = 20e^{-j53^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}}{R_2 - jX_C} = \frac{100}{6 - j8} = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 18 - j8 = 19,7e^{-j24^\circ} \text{ A}.$$

Действующие значения токов: $I_1 = 20 \text{ A}$, $I_2 = 10 \text{ A}$, $I = 19,7 \text{ A}$.

Комплекс искомого напряжения

$$\begin{aligned}\underline{U}_{bc} &= jX_L \underline{I}_1 - (-jX_C) \underline{I}_2 = j4(12 - j16) - (-j8)(6 + j8) = \\ &= j96 = 96e^{j90^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

При перестановке местами R_2 и X_C

$$\underline{U}'_{bc} = jX_L \underline{I}_1 - R_2 \underline{I}_2 = j4(12 - j16) - 6(6 + j8) = 28 = 28e^{j0^\circ} \text{ В.}$$

Действующее значение напряжения равно модулю его комплекса. Следовательно, в первом случае $U_{bc} = 96 \text{ В}$, во втором $U'_{bc} = 28 \text{ В}$. Отметим, что $\underline{U}_{bc} = -\underline{U}_{cb}$ и $|\underline{U}_{bc}| = |\underline{U}_{cb}|$.

Задача 2.28. В цепи (рис. 2.27) активная мощность $P = 120 \text{ Вт}$, полная мощность $S = 150 \text{ В}\cdot\text{А}$, $U_{ab} = 120 \text{ В}$, $I_3 = 1 \text{ А}$. Определить индуктивное сопротивление X_L .

Решение. Так как $P = U_{ab} I_2$, то

$$I_2 = \frac{P}{U_{ab}} = \frac{120}{120} = 1 \text{ А.}$$

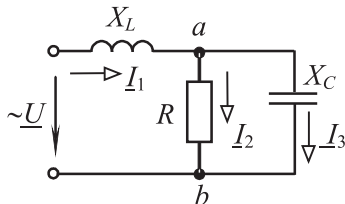


Рис. 2.27

По первому закону Кирхгофа ток на общем участке цепи

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 1 + 1e^{j90^\circ} = 1 + j1 = 1,41e^{j45^\circ} \text{ А.}$$

Реактивную мощность цепи выразим двояко:

$$Q = \pm \sqrt{S^2 - P^2} = \pm \sqrt{150^2 - 120^2} \approx \pm 90 \text{ вар.}$$

или

$$Q = X_L I_1^2 - X_C I_3^2,$$

где $X_C = U_{ab} / I_3 = 120 \text{ Ом}$. Тогда

$$\pm 90 = X_L \cdot 1,41^2 - 120 \cdot 1^2.$$

Отсюда находим:

$$X_{L1} = \frac{90 + 120}{2} = 105 \text{ Ом}; \quad X_{L2} = \frac{-90 + 120}{2} = 15 \text{ Ом.}$$

Задача 2.29. В цепи (рис. 2.28, а) $U = 220 \text{ В}$, сопротивления $R_0 = 5,4 \text{ Ом}$, $R_1 = 12 \text{ Ом}$, $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $X_0 = 8 \text{ Ом}$, $X_1 = 16 \text{ Ом}$,

$X_2 = 10$ Ом. Определить токи, активную, реактивную и полную мощности каждой ветви цепи. Проверить баланс активных и реактивных мощностей. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Решение. Используя метод проводимости, заменим схему, представленную на рис. 2.28, а, эквивалентной последовательной схемой (рис. 2.28, б).

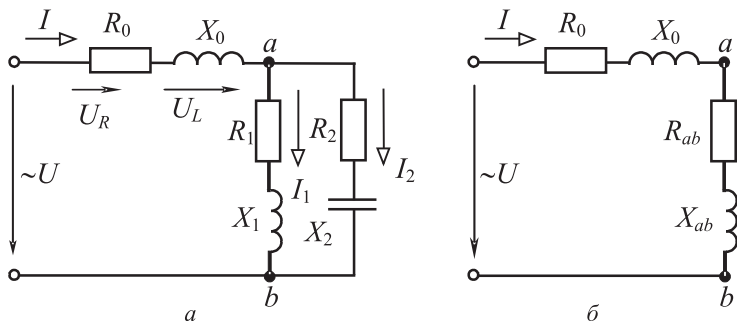


Рис. 2.28

Вначале определяем активную, реактивную и полную проводимости параллельных ветвей:

$$g_1 = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} = 0,03 \text{ См}; \quad b_1 = \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2} = 0,04 \text{ См};$$

$$y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2} = 0,05 \text{ См};$$

$$g_2 = \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} = 0,04 \text{ См}; \quad b_2 = \frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2} = 0,02 \text{ См};$$

$$y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2} = 0,0447 \text{ См}.$$

Затем находим эквивалентную активную, реактивную и полную проводимости параллельного участка цепи:

$$g_{ab} = g_1 + g_2 = 0,07 \text{ См}; \quad b_{ab} = b_1 - b_2 = 0,02 \text{ См (инд.)};$$

$$y_{ab} = \sqrt{g_{ab}^2 + b_{ab}^2} = 0,0726 \text{ См}.$$

Вычисляем активное, реактивное и полное сопротивления параллельного участка:

$$R_{ab} = \frac{g_{ab}}{y_{ab}^2} = 13,2 \text{ Ом}; \quad X_{ab} = \frac{b_{ab}}{y_{ab}^2} = 3,78 \text{ Ом};$$

$$Z_{ab} = \sqrt{R_{ab}^2 + X_{ab}^2} = 13,7 \text{ Ом}.$$

Теперь схему можно заменить эквивалентной, в которой все сопротивления включены последовательно (рис. 2.28, б).

Общий ток цепи

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R_{ab})^2 + (X_0 + X_{ab})^2}} = \frac{220}{22} = 10 \text{ А}.$$

Напряжение на участке ab

$$U_{ab} = Z_{ab}I = 137 \text{ В}.$$

Находим токи в параллельных ветвях:

$$I_1 = y_1 U_{ab} = 6,85 \text{ А}; \quad I_2 = y_2 U_{ab} = 6,12 \text{ А}.$$

Рассчитываем активные, реактивные и полные мощности в ветвях цепи:

$$P_0 = R_0 I^2 = 540 \text{ Вт}; \quad Q_0 = X_0 I^2 = 800 \text{ вар};$$

$$S_0 = \sqrt{P_0^2 + Q_0^2} = 965 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 567 \text{ Вт}; \quad Q_1 = X_1 I_1^2 = 750 \text{ вар};$$

$$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 938 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$P_2 = R_2 I_2^2 = 753 \text{ Вт}; \quad Q_2 = X_2 I_2^2 = 372 \text{ вар};$$

$$S_2 = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = 835 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Мощности, потребляемые цепью от источника:

$$P = UI \cos \varphi = 1860 \text{ Вт}; \quad Q = UI \sin \varphi = 1178 \text{ вар};$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} = 2200 \text{ В} \cdot \text{А},$$

$$\text{где } \cos\varphi = \frac{R_0 + R_{ab}}{Z} = 0,845; \sin\varphi = \frac{X_0 + X_{ab}}{Z} = 0,535.$$

Проверка баланса мощностей показывает, что $P = P_0 + P_1 + P_2$, $Q = Q_0 + Q_1 - Q_2$.

При построении векторной диаграммы (рис. 2.29) за исходный вектор целесообразно принять вектор напряжения \vec{U}_{ab} , одинакового для обеих параллельных ветвей. Ток \vec{I}_1 отстает от \vec{U}_{ab} на угол $\varphi_1 = \arctg X_1/R_1 = 53^\circ$, ток \vec{I}_2 опережает \vec{U}_{ab} на угол $\varphi_2 = \arctg -X_2/R_2 = -26^\circ 30'$. Общий ток \vec{I} , равный векторной сумме токов \vec{I}_1 и \vec{I}_2 , отстает по фазе от напряжения \vec{U}_{ab} на угол $\varphi_{ab} = \arctg X_{ab}/R_{ab} = 16^\circ$.

Для построения вектора напряжения \vec{U} , приложенного к цепи, определяем падения напряжения на активном (R_0) и индуктивном (X_0) сопротивлениях неразветвленного участка цепи:

$$U_R = R_0 I = 54 \text{ В}; \quad U_L = X_0 I = 80 \text{ В}.$$

Поскольку $\vec{U} = \vec{U}_{ab} + \vec{U}_R + \vec{U}_L$, то с конца вектора \vec{U}_{ab} параллельно вектору тока \vec{I} проводим вектор \vec{U}_R , затем с конца вектора \vec{U}_R проводим вектор \vec{U}_L , опережающий \vec{I} на 90° . Соединив точку 0 с концом вектора \vec{U}_L , получим вектор напряжения \vec{U} , опережающего по фазе ток \vec{I} на угол

$$\varphi = \arccos \frac{R_0 + R_{ab}}{Z} = 32^\circ 20'.$$

Задача может быть решена более рационально комплексным методом.

Запишем комплексные сопротивления участков цепи:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_0 &= R_0 + jX_0 = 5,4 + j8 = \\ &= \sqrt{(5,4)^2 + 8^2} e^{j \arctg(8/5,4)} = 9,65 e^{j56^\circ} \text{ Ом}; \end{aligned}$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = 12 + j16 = 20 e^{j53^\circ} \text{ Ом};$$

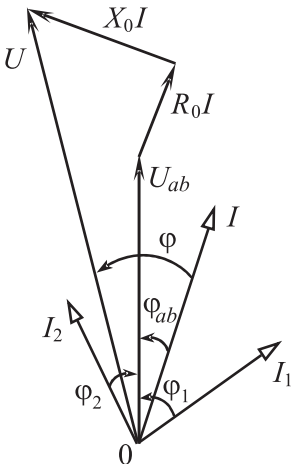


Рис. 2.29

$$\underline{Z}_2 = R_2 - jX_2 = 20 - j10 = 22,4e^{-j26^\circ 30'} \text{ Ом};$$

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{ab} &= \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{20e^{j53^\circ} \cdot 22,4e^{-j26^\circ 30'}}{12 + j16 + 20 - j10} = \frac{448e^{j26^\circ 30'}}{32 + j6} = \frac{448e^{j26^\circ 30'}}{32,6e^{j10^\circ 30'}} = \\ &= 13,7e^{j16^\circ} = 13,7\cos 16^\circ + j13,7\sin 16^\circ = (13,2 + j3,78) \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Комплексное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{ab} = 18,6 + j11,78 = 22e^{j32^\circ 20'} \text{ Ом}.$$

Совмещаем вектор напряжения \bar{U} с осью действительных величин, тогда комплексное действующее значение общего тока цепи

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{220}{22e^{j32^\circ 20'}} = 10e^{-j32^\circ 20'} \text{ А}.$$

Комплексное действующее значение напряжения на участке ab

$$\underline{U}_{ab} = \underline{Z}_{ab} \underline{I} = 13,7e^{j16^\circ} \cdot 10e^{-j32^\circ 20'} = 137e^{-j16^\circ 20'} \text{ В}.$$

Комплексные выражения токов в параллельных ветвях:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_1} = \frac{137e^{-j16^\circ 20'}}{20e^{j53^\circ}} = 6,85e^{-j69^\circ 20'} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = \frac{137e^{-j16^\circ 20'}}{22,4e^{-j26^\circ 30'}} = 6,12e^{j10^\circ 10'} \text{ А}.$$

Комплекс напряжения на неразветвленном участке цепи

$$\underline{U}_0 = \underline{Z}_0 \underline{I} = 9,65e^{j56^\circ} \cdot 10e^{-j32^\circ 20'} = 96,5e^{j23^\circ 40'} \text{ В}.$$

Комплексные мощности на участках цепи:

$$\underline{S}_0 = \underline{U}_0^* \underline{I} = 96,5e^{j23^\circ 40'} \cdot 10e^{j32^\circ 20'} = 965e^{j56^\circ} = (540 + j800) \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_{ab}^* \underline{I}_1 = 137e^{-j16^\circ 20'} \cdot 6,85e^{j69^\circ 20'} = 938e^{j53^\circ} = (567 + j750) \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_2 = \underline{U}_{ab}^* \underline{I}_2 = 137e^{-j16^\circ 20'} \cdot 6,12e^{-j10^\circ 10'} = 835e^{-j26^\circ 30'} = (753 - j372) \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Комплексная мощность всей цепи

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = 220 \cdot 10 e^{j32^\circ 20'} = 2200 e^{j32^\circ 20'} = (1860 + j1178) \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Находим активную и реактивную мощности всей цепи:

$$P = 1860 \text{ Вт}; \quad Q = 1178 \text{ вар}.$$

Составляем уравнения баланса активных и реактивных мощностей:

$$P = P_0 + P_1 + P_2; \quad 1860 = 540 + 567 + 753 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_0 + Q_1 - Q_2; \quad 1178 = 800 + 750 - 372 \text{ вар}.$$

Задача 2.30. Определить токи в ветвях и показания вольтметров в цепи (рис. 2.30, а), если $U = 100 \text{ В}$, $R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$. Решить задачу: 1) с помощью проводимостей; 2) комплексным методом.

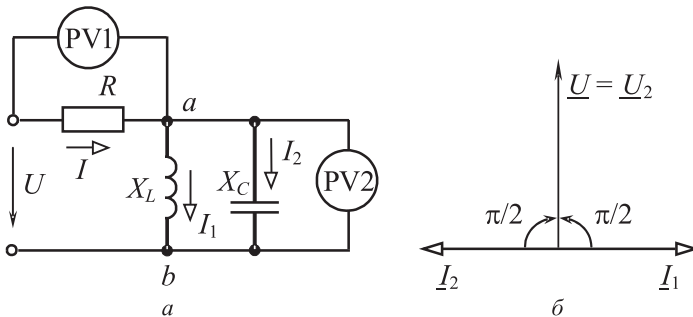


Рис. 2.30

Решение. 1. Определяем реактивные проводимости параллельных ветвей

$$b_L = \frac{1}{X_L} = 0,1 \text{ См}; \quad b_C = \frac{1}{X_C} = 0,1 \text{ См}.$$

Полная проводимость и сопротивление параллельного участка цепи равны соответственно:

$$y_{ab} = \sqrt{g_{ab}^2 + (b_L - b_C)^2} = b_L - b_C = 0; \quad Z_{ab} = 1/y_{ab} = \infty.$$

Общее сопротивление цепи $Z = \infty$.

Ток на неразветвленном участке цепи $I = U/Z = 0$; вольтметр V1 показывает $U_1 = RI = 0$.

Так как $\vec{U}_2 = \vec{U} - \vec{U}_1$, то $U_2 = 100$ В и токи в ветвях

$$I_1 = U_2/X_L = 10 \text{ А}; I_2 = U_2/X_C = 10 \text{ А}.$$

2. Сопротивление цепи в комплексной форме

$$\underline{Z} = R + \underline{Z}_{ab} = R + \frac{jX_L(-jX_C)}{jX_L - jX_C} = \infty.$$

Общий ток

$$\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z} = 0,$$

поэтому падение напряжения на резисторе $\underline{U}_1 = RI = 0$, и напряжение $\underline{U}_2 = \underline{U} - \underline{U}_1 = 100$ В.

Определяем токи в параллельных ветвях:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{jX_L} = \frac{100}{j10} = -j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{-jX_C} = \frac{100}{-j10} = j10 = 10e^{j90^\circ} \text{ А}.$$

Векторная диаграмма дана на рис. 2.30, б.

Задача 2.31. В цепи (рис. 2.31, а) $X_C = 0,4$ Ом, $X_L = 2$ Ом. Определить значение активного сопротивления R , при котором в цепи наступает резонанс. Построить векторную диаграмму напряжений и токов в режиме резонанса.

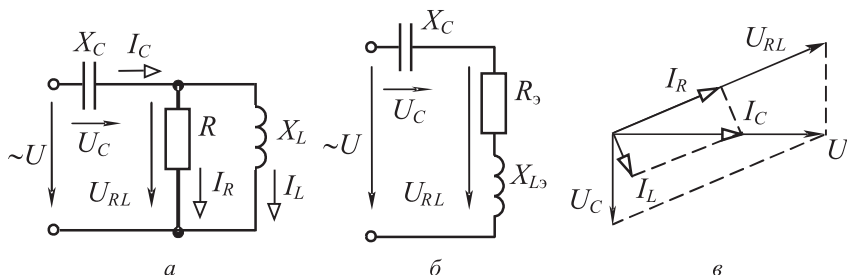


Рис. 2.31

Решение. Комплексное входное сопротивление цепи

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= -jX_C + \frac{RjX_L}{R + jX_L} = -jX_C + \frac{R^2jX_L + RX_L^2}{R^2 + X_L^2} = \\ &= \frac{RX_L^2}{R^2 + X_L^2} + j\left(\frac{R^2X_L}{R^2 + X_L^2} - X_C\right).\end{aligned}$$

При резонансе напряжений мнимая часть комплексного входного сопротивления цепи равна нулю (рис. 2.31, б):

$$j\left(\frac{R^2X_L}{R^2 + X_L^2} - X_C\right) = 0,$$

откуда

$$\frac{R^2X_L}{R^2 + X_L^2} = X_C; \quad R = X_L\sqrt{\frac{X_C}{X_L - X_C}} = 1 \text{ Ом}.$$

Векторная диаграмма показана на рис. 2.31, в.

Задача 2.32. В цепи (рис. 2.32) $U = 240$ В, $X_L = 288$ Ом, $R = 300$ Ом, $X_C = 400$ Ом. Определить активную, реактивную и полную мощности цепи, а также показание ваттметра.

Решение. Расчет токов и напряжений выполняем комплексным методом.

Комплексное входное сопротивление цепи

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= jX_L + \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} = j288 + \frac{300(-j400)}{300 - j400} = \\ &= j288 + 192 - j144 = 192 + j144 = 240e^{j36,8^\circ} \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Ток неразветвленной части цепи

$$\underline{I}_1 = \underline{U}/\underline{Z} = 240/240e^{j36,8^\circ} = 1e^{-j36,8^\circ} \text{ А}.$$

Комплекс полной мощности цепи

$$\begin{aligned}\underline{S} &= P + jQ = \underline{U} \underline{I}_1^* = 240 \cdot 1e^{j36,8^\circ} = \\ &= 240e^{j36,8^\circ} = (192 + j144) \text{ В} \cdot \text{А}\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}\underline{S} &= P + jQ = \underline{Z} \underline{I}_1^2 = (192 + j144) \cdot 1^2 = \\ &= (192 + j144) \text{ В} \cdot \text{А}.\end{aligned}$$

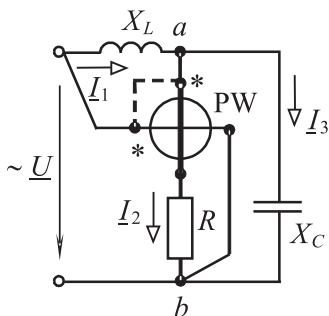


Рис. 2.32

Отсюда следует:

$$P = \operatorname{Re}(\underline{S}) = 192 \text{ Вт}; \quad Q = \operatorname{Im}(\underline{S}) = 144 \text{ вар};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 240 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Для определения показания ваттметра необходимо рассчитать ток \underline{I}_2 и, следовательно, узловое напряжение \underline{U}_{ab} :

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U} - jX_L \underline{I}_1 = 240 - 288e^{j90^\circ} \cdot 1e^{-j36,8^\circ} = 240e^{-j73,6^\circ} \text{ В}$$

или

$$\underline{U}_{ab} = \underline{Z}_{23} \underline{I}_1 = \frac{R(-jX_C)}{R - jX_C} \cdot \underline{I}_1 = \frac{300(-j400)}{300 - j400} \cdot 1e^{-j36,8^\circ} = 240e^{-j73,6^\circ} \text{ В}.$$

Ток, текущий по последовательной обмотке ваттметра,

$$\underline{I}_2 = \underline{U}_{ab} / R = 240e^{-j73,6^\circ} / 300 = 0,8e^{-j73,6^\circ} \text{ А}.$$

Показание ваттметра можно определить двояко:

$$P_W = \operatorname{Re}(\underline{U} \underline{I}_2^*) = \operatorname{Re}(240 \cdot 0,8e^{j73,6^\circ}) = \operatorname{Re}(54,6 + j184) = 54,6 \text{ Вт}$$

или

$$P_W = UI_2 \cos(\angle UI_2) = 240 \cdot 0,8 \cos 73,6^\circ = 54,6 \text{ Вт}.$$

Из расчета следует, что при данной схеме включения ваттметра его показание не соответствует ни активной, ни реактивной, ни полной мощности цепи. При необходимости измерить активную мощность цепи генераторный зажим параллельной обмотки ваттметра следует переключить на точку a (штриховая линия на рис. 2.32).

Задача 2.33. При каком соотношении между сопротивлениями X_C и X_L ток \underline{I}_2 не будет зависеть от сопротивления \underline{Z}_2 (рис. 2.33)? Написать выражение тока \underline{I}_2 , используя найденное соотношение.

Решение. Определяем ток в ветви с сопротивлением \underline{Z}_2 по методу двух узлов:

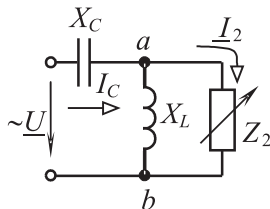


Рис. 2.33

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}j\frac{1}{X_C}}{\left(j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) + \frac{1}{\underline{Z}_2}\right)\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}j\frac{1}{X_C}}{j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)\underline{Z}_2 + 1}.$$

Из последнего выражения следует, что ток \underline{I}_2 не будет зависеть от \underline{Z}_2 , если $1/X_C - 1/X_L = 0$, т.е. $X_C = X_L$. При этом

$$\underline{I}_2 = j\frac{\underline{U}}{X_C}.$$

Данную цепь можно использовать в качестве стабилизатора тока при изменении нагрузки \underline{Z}_2 как по модулю, так и по фазе.

Задачу проще решить методом контурных токов. Полагаем, что по элементам контура, включающего источник напряжения \underline{U} и сопротивления X_C , X_L , проходит контурный ток \underline{I}_C , а по контуру, образованному элементами X_L и \underline{Z}_2 , – контурный ток \underline{I}_2 . Тогда

$$(jX_L - jX_C)\underline{I}_C - jX_L\underline{I}_2 = \underline{U}.$$

Из последнего уравнения следует, что $\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{-jX_L} = j\frac{\underline{U}}{X_L}$ не зависит от \underline{Z}_2 при $X_C = X_L$.

Задача 2.34. Мостовая цепь, питаемая переменным напряжением (рис. 2.34), используется для измерения параметров катушки R и L . Параметры плеч моста: $R_0 = 0,5$ кОм, $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 0,1$ кОм, $C_0 = 2$ мкФ. Определить активное сопротивление и индуктивность катушки при нулевом показании вольтметра.

Решение. Находим комплексные сопротивления плеч моста:

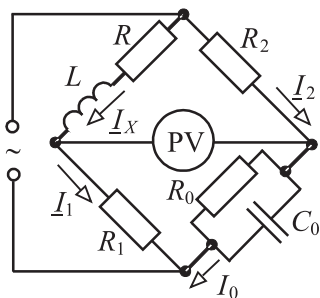


Рис. 2.34

$$\underline{Z}_X = R + j\omega L; \quad \underline{Z}_1 = R_1; \quad \underline{Z}_2 = R_2;$$

$$\underline{Z}_0 = \frac{R_0 \left(-j\frac{1}{\omega C_0} \right)}{R_0 - j\frac{1}{\omega C_0}} = \frac{R_0}{1 + j\omega R_0 C_0}.$$

Нулевое показание вольтметра будет иметь место при $\underline{Z}_X \underline{I}_X = \underline{Z}_2 \underline{I}_2$; $\underline{Z}_1 \underline{I}_1 = \underline{Z}_0 \underline{I}_0$. Разделив последние уравнения одно на другое и учитывая, что

при нулевом показании вольтметра $\underline{I}_X = \underline{I}_1$ и $\underline{I}_2 = \underline{I}_0$, получим условие равновесия мостовой цепи:

$$\underline{Z}_X / \underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 / \underline{Z}_0 \text{ или } \underline{Z}_X \underline{Z}_0 = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2;$$

$$\frac{R + j\omega L}{R_1} = \frac{R_2(1 + j\omega R_0 C_0)}{R_0}; \quad \frac{R}{R_1} + j\omega \frac{L}{R_1} = \frac{R_2}{R_0} + j\omega R_2 C_0.$$

Если два комплекса равны, то равны соответственно их действительные и мнимые части:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{R_2}{R_0}; \quad j\omega \frac{L}{R_1} = j\omega R_2 C_0.$$

Отсюда

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_0} = \frac{1 \cdot 0,1}{0,5} = 0,2 \text{ кОм};$$

$$L = R_1 R_2 C_0 = 10^3 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 0,2 \text{ Гн}.$$

Задача 2.35. В цепи (рис. 2.35, а) $E = 100 \text{ В}$, $R = 100 \text{ Ом}$, $X_L = X_C = 50 \text{ Ом}$. Определить в общем виде ток нагрузки \underline{I} методом эквивалентного генератора. При каком значении сопротивления нагрузки в ней выделяется наибольшая активная мощность? Рассчитать эту мощность.

Решение. Для определения ЭДС эквивалентного генератора \underline{E}_Σ размыкаем ветвь с нагрузкой и находим напряжение холостого хода между точками a и b (рис. 2.35, б):

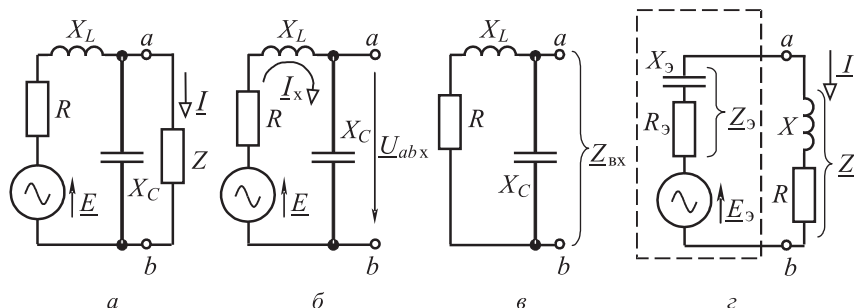


Рис. 2.35

$$\begin{aligned}\underline{E}_\vartheta &= \underline{U}_{ab\ x} = -jX_C I_x = -jX_C \frac{\underline{E}}{R + jX_L - jX_C} = -j50 \cdot \frac{100}{100 + j50 - j50} = \\ &= -j50 = 50e^{-j90^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению пассивной цепи между точками a и b при разомкнутой ветви с нагрузкой \underline{Z} (рис. 2.35, $в$):

$$\begin{aligned}\underline{Z}_\vartheta &= \underline{Z}_{\text{вх}} = R_\vartheta - jX_\vartheta = \frac{(R + jX_L)(-jX_C)}{R + jX_L - jX_C} = \frac{X_L X_C - jRX_C}{R + jX_L - jX_C} = \\ &= (25 - j50) \text{ Ом.}\end{aligned}$$

Согласно схеме, приведенной на рис. 2.35, $з$, ток нагрузки

$$\underline{I} = \underline{E}_\vartheta / (\underline{Z}_\vartheta + \underline{Z}).$$

В нагрузке максимальная мощность выделяется в том случае, когда комплекс ее сопротивления является сопряженным комплексом внутреннего сопротивления эквивалентного генератора (согласованный режим):

$$\underline{Z} = R + jX = \underline{Z}_\vartheta^* = R_\vartheta + jX_\vartheta = (25 + j50) \text{ Ом.}$$

При этом ток и активная мощность нагрузки соответственно равны:

$$\underline{I}_{\text{max}} = \frac{\underline{E}_\vartheta}{\underline{Z}_\vartheta + \underline{Z}} = \frac{\underline{E}_\vartheta}{R_\vartheta - jX_\vartheta + R_\vartheta + jX_\vartheta} = \frac{\underline{E}_\vartheta}{2R_\vartheta} = -j1 = 1e^{-j90^\circ} \text{ А;}$$

$$P_{\text{max}} = R_\vartheta I_{\text{max}}^2 = 25 \cdot 1^2 = 25 \text{ Вт.}$$

Задача 2.36. Определить мощность в резисторе сопротивлением R (рис. 2.36, $а$), если $U = 100 \text{ В}$, $X_1 = 100 \text{ Ом}$, $X_2 = 50 \text{ Ом}$, $X_3 = 40 \text{ Ом}$, $X_4 = 60 \text{ Ом}$, $R = 200 \text{ Ом}$.

Решение. Ток в ветви с сопротивлением R находим методом эквивалентного генератора. Размыкаем расчетную ветвь (рис. 2.36, $б$) и вычисляем токи:

$$\underline{I}_{1x} = \frac{\underline{U}}{-jX_1 + jX_2} = \frac{100}{-j100 + j50} = j2 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{2x} = \frac{\underline{U}}{jX_3 - jX_4} = \frac{100}{j40 - j60} = j5 \text{ А.}$$

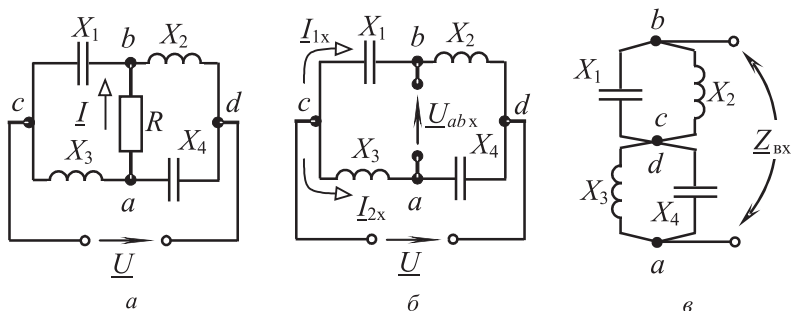


Рис. 2.36

Напряжение на зажимах разомкнутой ветви

$$\underline{U}_{ab\ x} = (-jX_1)\underline{I}_{1x} - jX_3\underline{I}_{2x} = (-j100)j2 - j40 \cdot j5 = 400 \text{ В.}$$

Закоротив источник напряжения, определим входное сопротивление цепи по отношению к зажимам расчетной ветви (рис. 2.36, в):

$$\underline{Z}_{\text{BX}} = \frac{-jX_1 \cdot jX_2}{-jX_1 + jX_2} + \frac{jX_3(-jX_4)}{jX_3 - jX_4} = j100 + j120 = j220 \text{ Ом.}$$

Ток в ветви с сопротивлением R

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_{ab\ x}}{R + \underline{Z}_{\text{BX}}} = \frac{400}{200 + j220} = 1,35e^{j47^\circ 45'} \text{ А.}$$

Мощность, выделяющаяся в резисторе,

$$P = RI^2 = 200 \cdot 1,35^2 \approx 365 \text{ Вт.}$$

Задача 2.37. В линии электропередачи длиной 10 км потеря напряжения не должна превышать 5% напряжения в конце линии ($U_2 = 10$ кВ). Активное и индуктивное сопротивления 1 км линии – соответственно $R_0 = 0,4$ Ом/км и $X_0 = 0,4$ Ом/км. Какую максимальную мощность P_2 можно передать по линии при $\cos\varphi_2 = 1$ и $0,8$ ($\varphi_2 > 0$) ?

Решение. Поскольку в условии задано значение потери напряжения в линии относительно напряжения U_2 , то

$$\Delta U_{\text{л}} \% = \frac{U_1 - U_2}{U_2} \cdot 100\% = 5\%.$$

Это позволяет определить напряжение в начале линии:

$$U_1 = U_2 + \frac{U_2 \Delta U_{\text{л}} \%}{100 \%} = 10 + \frac{10 \cdot 5 \%}{100 \%} = 10,5 \text{ кВ.}$$

Потери напряжения в ЛЭП называют разность модулей напряжения в начале и в конце линии:

$$\Delta U_{\text{л}} = U_1 - U_2 = 10,5 - 10 = 0,5 \text{ кВ.}$$

От потери напряжения в линии следует отличать падение напряжения в линии $\underline{U}_{\text{л}}$, представляющее собой геометрическую разность векторов напряжения в начале и конце линии:

$$\underline{U}_{\text{л}} = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = \underline{Z}_{\text{л}} \underline{I}.$$

Для дальнейшего решения задачи строим векторные диаграммы при $\cos \varphi_2 = 1$ (рис. 2.37, а) и $\cos \varphi_2 = 0,8$ (рис. 2.37, б).

Диаграммы построены на основании указанных ниже положений.

1. Напряжение в начале линии (U_1) равно геометрической сумме векторов напряжения в конце линии (U_2) и падения напряжения в линии ($U_{\text{л}}$): $\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \underline{U}_{\text{л}}$.

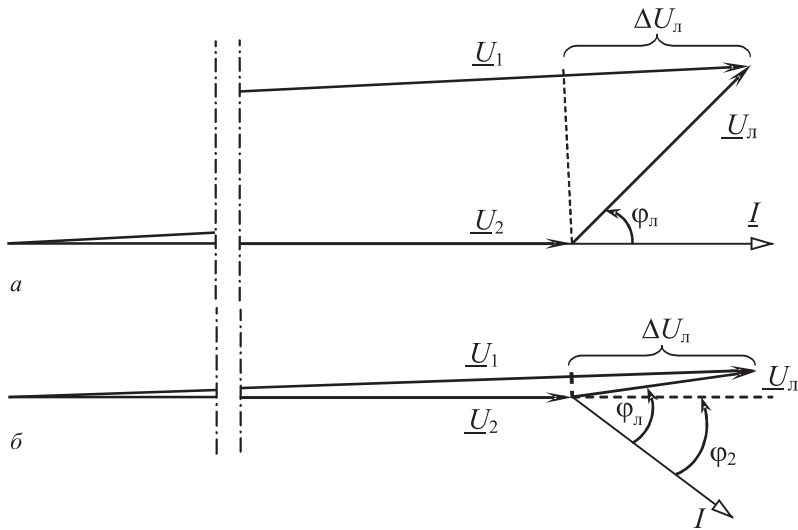


Рис. 2.37

2. На векторной диаграмме, приведенной на рис. 2.37, *а*, ток \underline{I} совпадает по фазе с напряжением \underline{U}_2 (так как $\cos\varphi_2 = 1$), а на диаграмме, изображенной на рис. 2.37, *б*, он отстает по фазе от напряжения \underline{U}_2 на угол $\varphi_2 = 37^\circ$ ($\cos\varphi_2 = 0,8$).

3. На обеих векторных диаграммах угол сдвига по фазе $\varphi_{\text{л}}$ между векторами тока \underline{I} и падения напряжения в линии $\underline{U}_{\text{л}}$ определяется соотношением активного и индуктивного сопротивлений линии:

$$\varphi_{\text{л}} = \arctg \frac{X_{\text{л}}}{R} = \arctg \frac{10X_0}{10R_0} = \arctg 1 = 45^\circ.$$

По диаграмме (рис. 2.37, *а*), используя теорему косинусов

$$U_1^2 = U_2^2 + U_{\text{л}}^2 - 2U_2U_{\text{л}}\cos(180^\circ - \varphi_{\text{л}}),$$

находим падение напряжения в линии: $U_{\text{л}} = 0,68$ кВ.

Ток линии

$$I = \frac{U_{\text{л}}}{Z_{\text{л}}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{(10R_0)^2 + (10X_0)^2}} = \frac{0,68}{\sqrt{4^2 + 4^2}} = 121 \text{ А}.$$

Передаваемая активная мощность $P_2 = U_2 I \cos\varphi_2 = 1,2$ МВт.

Аналогичный расчет выполняем при $\cos\varphi_2 = 0,8$ (рис. 2.37, *б*):

$$U_1^2 = U_2^2 + U_{\text{л}}^2 - 2U_2U_{\text{л}}\cos(180^\circ - \varphi_{\text{л}} + \varphi_2),$$

откуда

$$U_{\text{л}} = 0,51 \text{ кВ};$$

$$I = \frac{U_{\text{л}}}{Z_{\text{л}}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{(10R_0)^2 + (10X_0)^2}} = 89 \text{ А};$$

$$P_2 = U_2 I \cos\varphi_2 = 0,71 \text{ МВт}.$$

Таким образом, при неизменной потере напряжения максимальное значение передаваемой по ЛЭП мощности существенно зависит от коэффициента мощности нагрузки (1,2 и 0,71 МВт).

Задача 2.38. В конце линии электропередачи (рис. 2.38, *а*) с активным сопротивлением $R_{\text{л}} = 0,1$ Ом и индуктивным сопротивлением $X_{\text{л}} = 0,4$ Ом подключен приемник, потребляющий мощ-

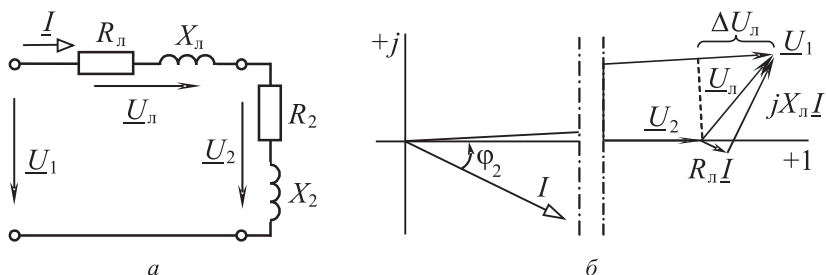


Рис. 2.38

ность $P_2 = 20$ кВт при напряжении $U_2 = 380$ В и $\cos\varphi_2 = 0,9$ ($\varphi_2 > 0$). Определить напряжение U_1 в начале линии, падение и потерю напряжения, КПД линии.

Решение. Ток потребителя и линии электропередачи

$$I = \frac{P_2}{U_2 \cos\varphi_2} = \frac{20 \cdot 10^3}{380 \cdot 0,9} = 58,5 \text{ А.}$$

Он отстает по фазе от напряжения U_2 на угол $\varphi_2 = 26^\circ$ (рис. 2.38, б).

Если вектор \underline{U}_2 совместить с осью действительных величин, то комплексное действующее значение тока запишется в виде

$$\underline{I} = 58,5e^{-j26^\circ} \text{ А.}$$

Комплексное сопротивление линии

$$\underline{Z}_l = R_l + jX_l = 0,1 + j0,4 = 0,414e^{j76^\circ} \text{ Ом.}$$

Падение напряжения в линии

$$\underline{U}_l = \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = \underline{Z}_l \underline{I} = 0,414e^{j76^\circ} \cdot 58,5e^{-j26^\circ} = 24,2e^{j50^\circ} \text{ В.}$$

Напряжение в начале линии

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \underline{U}_l = 380 + 24,2e^{j50^\circ} = 395,5 + j18,5 = 395,7e^{j2^\circ 40'} \text{ В.}$$

Потеря напряжения в линии

$$\Delta U_l = U_1 - U_2 = 395,7 - 380 = 15,7 \text{ В.}$$

Потеря мощности в линии

$$\Delta P = R_l I^2 = 0,1 \cdot 58,5^2 = 343 \text{ Вт.}$$

Коэффициент полезного действия линии

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P} = \frac{20}{20 + 0,343} = 0,985.$$

Задача 2.39. Потребляемая нагрузкой линии мощность $P_2 = 32$ кВт при коэффициенте мощности $\cos\varphi_2 = 0,6$, напряжении $U_2 = 220$ В и частоте $f = 50$ Гц. Активное сопротивление проводов линии: $R_{\text{л}} = 0,05$ Ом, индуктивное – $X_{\text{л}} = 0,06$ Ом (рис. 2.39). Рассчитать емкость, необходимую для повышения коэффициента мощности нагрузки до $\cos\varphi'_2 = 0,95$. Определить относительные потери напряжения и мощности в линии при работе без компенсирующей емкости и с емкостью.

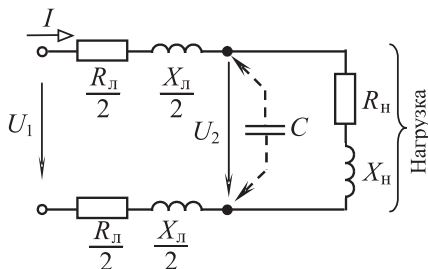


Рис. 2.39

Решение. Требуемая емкость рассчитывается по формуле

$$C = \frac{P_2}{\omega U_2^2} (\operatorname{tg}\varphi_2 - \operatorname{tg}\varphi'_2).$$

Здесь $\omega = 2\pi f = 314 \text{ с}^{-1}$; $\varphi_2 = \arccos 0,6 = 53^\circ 10'$; $\operatorname{tg}\varphi_2 = 1,33$;

$$\varphi'_2 = \arccos 0,95 = 18^\circ 10'; \operatorname{tg}\varphi'_2 = 0,328.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$C = \frac{32\,000}{314 \cdot 220^2} (1,33 - 0,328) = 0,0021 \text{ Ф} = 2100 \text{ мкФ}.$$

Ток линии без компенсирующей емкости

$$I = \frac{P_2}{U_2 \cos\varphi_2} = \frac{32\,000}{220 \cdot 0,6} = 242 \text{ А}.$$

Для определения напряжения в начале линии представим нагрузку эквивалентной последовательной схемой замещения из резистивного и индуктивного элементов. Ее параметры:

$$R_{\text{н}} = P_2 / I^2 = 0,545 \text{ Ом}; X_{\text{н}} = R_{\text{н}} \operatorname{tg}\varphi_2 = 0,72 \text{ Ом}.$$

Тогда полное сопротивление линии и нагрузки

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(R_{\text{л}} + R_{\text{н}})^2 + (X_{\text{л}} + X_{\text{н}})^2} = \\ &= \sqrt{(0,05 + 0,545)^2 + (0,06 + 0,72)^2} = 0,983 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Напряжение в начале линии

$$U_1 = ZI = 242 \cdot 0,983 = 238 \text{ В.}$$

Потеря напряжения в линии

$$\Delta U_{\text{л}} = U_1 - U_2 = 238 - 220 = 18 \text{ В.}$$

Относительная потеря напряжения

$$\Delta U_{\text{л}} \% = \frac{\Delta U_{\text{л}}}{U_1} \cdot 100 \% = \frac{18}{238} \cdot 100 \% = 7,6 \%.$$

Потеря мощности в линии

$$\Delta P_{\text{л}} = R_{\text{л}} I^2 = 2,93 \text{ кВт.}$$

Относительная потеря мощности в линии

$$\Delta P_{\text{л}} \% = \frac{\Delta P_{\text{л}}}{P_1} \cdot 100 \% = \frac{\Delta P_{\text{л}}}{P_2 + \Delta P_{\text{л}}} \cdot 100 \% = 8,4 \%.$$

Здесь $P_1 = P_2 + \Delta P_{\text{л}}$ – мощность, поступающая от источника. При этом КПД линии $\eta = 100 - \Delta P_{\text{л}} \% = 91,6 \%$.

Режим работы с компенсирующей емкостью рассчитываем аналогично (величины, относящиеся к этому режиму, отмечаем штрихом).

Ток линии

$$I' = P_2 / U_2 \cos \phi'_2 = 153 \text{ А.}$$

Параметры эквивалентной схемы замещения нагрузки (вместе с емкостью):

$$R'_{\text{н}} = \frac{P_2}{(I')^2} = \frac{32\,000}{153^2} = 1,367 \text{ Ом; } X'_{\text{н}} = R'_{\text{н}} \tan \phi'_2 = 0,45 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление линии и нагрузки

$$Z' = \sqrt{(R_{\text{л}} + R'_{\text{н}})^2 + (X_{\text{л}} + X'_{\text{н}})^2} = 1,5 \text{ Ом.}$$

Напряжение в начале линии $U'_1 = Z'I' = 1,5 \cdot 153 = 230$ В.

Потеря напряжения в линии

$$\Delta U'_{\text{л}} = U'_1 - U_2 = 230 - 220 = 10 \text{ В.}$$

Относительная потеря напряжения в линии

$$\Delta U'_{\text{л}} \% = \frac{\Delta U'_{\text{л}}}{U'_1} \cdot 100 \% = \frac{10}{230} \cdot 100 \% = 4,35 \%.$$

Потеря мощности

$$\Delta P'_{\text{л}} = R_{\text{л}}(I')^2 = 0,05 \cdot 153^2 = 1,16 \text{ кВт.}$$

Мощность, поступающая от источника,

$$P'_1 = P_2 + \Delta P'_{\text{л}} = 33,16 \text{ кВт.}$$

Относительная потеря мощности

$$\Delta P'_{\text{л}} \% = \frac{\Delta P'_{\text{л}}}{P'_1} \cdot 100 \% = 3,48 \%.$$

Коэффициент полезного действия линии

$$\eta' = 100 - 3,48 = 96,52 \%.$$

Таким образом, увеличение коэффициента мощности снижает потери напряжения и мощности в питающих сетях, повышает экономичность их работы. Работа сетей с высоким коэффициентом мощности обеспечивает также более благоприятные (экономичные) режимы работы электрических станций.

Задача 2.40. В цепи (рис. 2.40, а) $E_1 = 250$ В, $E_2 = 200$ В, $R_1 = 50$ Ом, $X_L = 61$ Ом, $R_2 = 24,5$ Ом, $X_C = 70$ Ом; ЭДС E_2 отстает по фазе от ЭДС E_1 на угол $36,9^\circ$. Определить ток и составить баланс мощностей. Построить топографическую диаграмму.

Решение. Расположим вектор ЭДС \underline{E}_1 по действительной оси комплексной плоскости, тогда:

$$\underline{E}_1 = E_1 = 250 \text{ В;}$$

$$\underline{E}_2 = E_2 e^{-j36,9^\circ} = 200 e^{-j36,9^\circ} = (160 - j120) \text{ В.}$$

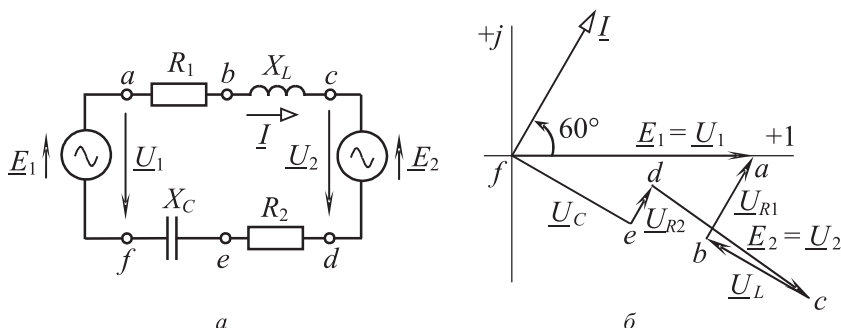


Рис. 2.40

Произвольно обозначаем на схеме условное положительное направление тока. По второму закону Кирхгофа записываем уравнение

$$\underline{E}_1 - \underline{E}_2 = (R_1 + jX_L + R_2 - jX_C)\underline{I}$$

или

$$R_1\underline{I} + jX_L\underline{I} + \underline{U}_2 + R_2\underline{I} - jX_C\underline{I} - \underline{U}_1 = 0$$

и определяем комплекс действующего значения тока:

$$\begin{aligned} \underline{I} &= \frac{\underline{E}_1 - \underline{E}_2}{R_1 + R_2 + j(X_L - X_C)} = \frac{250 - 160 + j120}{74,5 + j(61 - 70)} = \frac{90 + j120}{74,5 - j9} = \\ &= \frac{153e^{j53,1^\circ}}{75e^{-j6,9^\circ}} = 2e^{j60^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Комплексы напряжений на элементах цепи:

$$\underline{U}_{R1} = R_1\underline{I} = 100e^{j60^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_L = jX_L\underline{I} = 61e^{j90^\circ} \cdot 2e^{j60^\circ} = 122e^{j150^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2\underline{I} = 49e^{j60^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_C = -jX_C\underline{I} = 70e^{-j90^\circ} \cdot 2e^{j60^\circ} = 140e^{-j30^\circ} \text{ В.}$$

При построении топографической диаграммы (рис. 2.40, б) откладываем на комплексной плоскости вектор тока. Обходя контур

навстречу току начиная с точки f , потенциал которой принимаем за исходный, откладываем поочередно векторы напряжений в соответствии с последовательностью расположения элементов цепи.

Проверкой правильности решения задачи может служить уравнение баланса активных и реактивных мощностей генераторов и приемников энергии

$$\Sigma \underline{S}_{\text{ген}} = \Sigma \underline{S}_{\text{прием}}$$

или

$$\Sigma \underline{E} \underline{I}^* = \Sigma R I^2 + \Sigma j(X_L - X_C) I^2.$$

Для рассматриваемой цепи уравнение баланса мощностей имеет вид:

$$\underline{S}_1 + \underline{S}_2 = (R_1 + R_2) I^2 + j(X_L - X_C) I^2$$

или

$$\underline{E}_1 \underline{I}^* - \underline{E}_2 \underline{I}^* = (R_1 + R_2) I^2 + j(X_L - X_C) I^2,$$

где $\underline{S}_1, \underline{S}_2$ – комплексные мощности источников; \underline{I}^* – сопряженный комплекс тока \underline{I} .

Подставляем числовые значения в уравнение баланса мощностей:

$$250 \cdot 2e^{-j60^\circ} - 200e^{-j36,6^\circ} \cdot 2e^{-j60^\circ} = (50 + 24,5) \cdot 2^2 + j(61 - 70) \cdot 2^2;$$

$$500e^{-j60^\circ} - 400e^{-j96,9^\circ} = 298 - j36;$$

$$250 - j433 + 48 + j397 = 298 - j36;$$

$$298 - j36 = 298 - j36.$$

Задача 2.41. В цепи (рис. 2.41, *a*) $R_1 = 125$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $X_L = 40$ Ом, $X_C = 62,5$ Ом, $E_1 = 250$ В, $E_2 = 100$ В; ЭДС E_2 отстает по фазе от ЭДС E_1 на угол $66,9^\circ$. Определить токи ветвей, составить баланс мощностей и построить совмещенные топографическую диаграмму напряжений и векторную диаграмму токов.

Решение. Записываем ЭДС и сопротивления элементов в комплексной форме:

$$\underline{E}_1 = E_1 = 250 \text{ В};$$

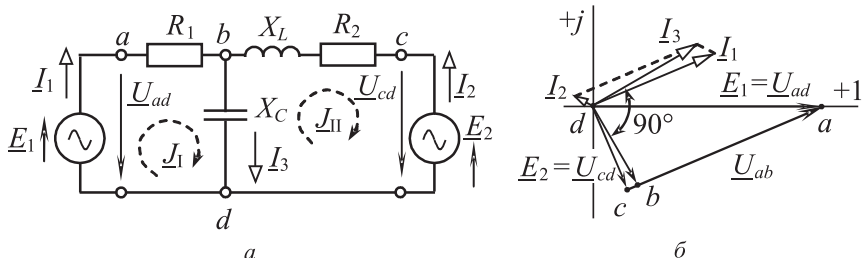


Рис. 2.41

$$\underline{E}_2 = E_2 e^{-j66,9^\circ} = 100 e^{-j66,9^\circ} = (39,3 - j91,96) \text{ В};$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 = 125 \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_L = 30 + j40 = 50 e^{j53,1^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = -jX_C = -j62,5 \text{ Ом}.$$

Расчет токов производим двумя методами: методом контурных токов и методом двух узлов.

При расчете методом контурных токов произвольно обозначаем на схеме положительные направления действительных токов ветвей $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$ и расчетных, контурных токов \underline{J}_I и \underline{J}_{II} .

По второму закону Кирхгофа составляем систему из $m - (n - 1) = 2$ уравнений, где $m = 3$ – число ветвей цепи; $n = 2$ – число узлов цепи:

$$\begin{cases} \underline{E}_1 = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)\underline{J}_I - \underline{Z}_3\underline{J}_{II}; \\ -\underline{E}_2 = -\underline{Z}_3\underline{J}_I + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)\underline{J}_{II}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{E}_1 = (R_1 - jX_C)\underline{J}_I + jX_C\underline{J}_{II}; \\ -\underline{E}_2 = jX_C\underline{J}_I + (R_2 + jX_L - jX_C)\underline{J}_{II}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 250 = (125 - j62,5)\underline{J}_I + j62,5\underline{J}_{II}; \\ -39,3 + j91,96 = j62,5\underline{J}_I + (30 + j40 - j62,5)\underline{J}_{II}. \end{cases}$$

Решая полученную систему уравнений, например с помощью определителей, находим контурные токи:

$$\underline{J}_I = 1,6 + j0,693 = 1,742e^{j23,4^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{J}_{II} = 0,214 - j0,107 = 0,239e^{-j26,5^\circ} \text{ A}.$$

С учетом положительного направления действительных и контурных токов (рис. 2.41, *a*) имеем:

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_I; \quad \underline{I}_2 = -\underline{J}_{II} = -0,214 + j0,107 = 0,239e^{j153,5^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \underline{J}_I - \underline{J}_{II} = 1,386 + j0,8 = 1,6e^{j30^\circ} \text{ A}.$$

Для расчета методом двух узлов определяем узловое напряжение:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{bd} &= \frac{\underline{Y}_1 \underline{E}_1 + \underline{Y}_2 \underline{E}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = \frac{250 \cdot 0,008 + 100e^{-j66,9^\circ} \cdot 0,02e^{-j53,1^\circ}}{0,008 + 0,012 - j0,016 + j0,016} = \\ &= 100 + 100e^{-j120^\circ} = 100e^{-j60^\circ} \text{ В}, \end{aligned}$$

где $\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1 = 1/R_1 = 0,008 \text{ См}$; $\underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2 = 0,02e^{-j53,1^\circ} = (0,012 - j0,016) \text{ См}$; $\underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_3 = 1/(-jX_C) = j/X_C = 0,016e^{j90^\circ} = j0,016 \text{ См}$ – комплексные проводимости ветвей.

С учетом обозначенных на схеме (рис. 2.41, *a*) положительных направлений токов ветвей получаем:

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\underline{E}_1 - \underline{U}_{bd}}{\underline{Z}_1} = \underline{Y}_1(\underline{E}_1 - \underline{U}_{bd}) = (250 - 100e^{-j60^\circ}) \cdot 0,008 = \\ &= 1,6 + j0,693 = 1,742e^{j23,4^\circ} \text{ A}; \end{aligned}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 - \underline{U}_{bd}}{\underline{Z}_2} = \underline{Y}_2(\underline{E}_2 - \underline{U}_{bd}) = -0,214 + j0,107 = 0,239e^{j153,5^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{bd}}{\underline{Z}_3} = \underline{Y}_3 \underline{U}_{bd} = 1,6e^{j30^\circ} = (1,386 + j0,8) \text{ A}.$$

Определяем напряжения на пассивных элементах цепи:

$$\underline{U}_{ab} = R_1 \underline{I}_1 = 200 + j86,6 = 217,8e^{j23,4^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{cb} = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = 11,95e^{j206,9^\circ} = (-9,56 - j7,1) \text{ В}.$$

При построении топографической диаграммы потенциал одной из точек, например точки d , принимаем равным нулю. На диаграмме эту точку помещаем в начало координат (рис. 2.41, б). Для получения остальных точек откладываем от точки d векторы напряжений на элементах цепи. В этой же системе координат строим комплексы токов ветвей.

Составляем уравнение баланса активных и реактивных мощностей:

$$\Sigma \underline{E} \underline{I}^* = \Sigma R I^2 + \Sigma j X_L I^2 - \Sigma j X_C I^2;$$

$$\underline{E}_1 I_1^* + \underline{E}_2 I_2^* = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + j X_L I_2^2 - j X_C I_3^2;$$

$$250(1,6 - j0,693) + 100e^{-j66,9^\circ} \cdot 0,239e^{-j153,5^\circ} = \\ = 125 \cdot 1,742^2 + 30 \cdot 0,239^2 + j40 \cdot 0,239^2 - j62,5 \cdot 1,6^2;$$

$$(400 - j173,2) + (-17 + j16,7) = 380 + 1,7 + j2,3 - j160;$$

$$383 - j156,5 \approx 381,7 - j157,7.$$

Отрицательное значение активной мощности второго источника ($P_{E_2} = -17$ Вт) свидетельствует о том, что он работает в режиме приемника энергии.

Задача 2.42. Для схемы, приведенной на рис. 2.42, составить в общем виде системы уравнений с целью определения токов ветвей методами: 1) непосредственного применения законов Кирхгофа; 2) контурных токов.

Решение. 1. *Метод непосредственного применения законов Кирхгофа.* Произвольно обозначаем на схеме положительные направления действительных токов ветвей \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , \underline{I}_3 , \underline{I}_4 и \underline{I}_5 .

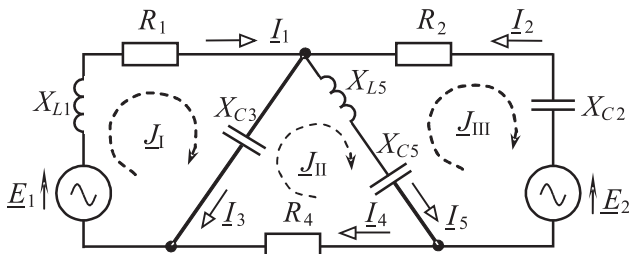


Рис. 2.42

Составляем по первому закону Кирхгофа $n - 1 = 2$ уравнений, а по второму закону Кирхгофа – $m - (n - 1) = 3$ уравнений, где $n = 3$ – число узлов цепи, $m = 5$ – число ветвей цепи:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{I}_3 + \underline{I}_5; \\ \underline{I}_3 + \underline{I}_4 = \underline{I}_1; \\ \underline{E}_1 = (R_1 + jX_{L1})\underline{I}_1 + (-jX_{C3})\underline{I}_3; \\ 0 = (jX_{L5} - jX_{C5})\underline{I}_5 + R_4\underline{I}_4 - (-jX_{C3})\underline{I}_3; \\ -\underline{E}_2 = -(R_2 - jX_{C2})\underline{I}_2 - (jX_{L5} - jX_{C5})\underline{I}_5. \end{cases}$$

2. *Метод контурных токов.* Произвольно обозначаем на схеме положительные направления контурных токов \underline{J}_I , \underline{J}_{II} и \underline{J}_{III} . Обходя элементарные контуры Кирхгофа, составляем $m - (n - 1) = 3$ уравнений по второму закону Кирхгофа для контурных токов:

$$\begin{cases} \underline{E}_1 = (R_1 + jX_{L1} - jX_{C3})\underline{J}_I - (-jX_{C3})\underline{J}_{II}; \\ 0 = (R_4 - jX_{C3} + jX_{L5} - jX_{C5})\underline{J}_{II} - (-jX_{C3})\underline{J}_I - (jX_{L5} - jX_{C5})\underline{J}_{III}; \\ -\underline{E}_2 = (R_2 - jX_{C2} - jX_{C5} + jX_{L5})\underline{J}_{III} - (jX_{L5} - jX_{C5})\underline{J}_{II}. \end{cases}$$

Действительный ток каждой ветви равен алгебраической сумме контурных токов, проходящих по данной ветви:

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_I; \underline{I}_2 = -\underline{J}_{III}; \underline{I}_3 = \underline{J}_I - \underline{J}_{II}; \underline{I}_4 = \underline{J}_{II}; \underline{I}_5 = \underline{J}_{II} - \underline{J}_{III}.$$

Задача 2.43. В цепи, изображенной на рис. 2.43, измерены напряжение, ток и активная мощность. Частота переменного тока $f = 50$ Гц. Показания приборов: при согласном включении катушек (рис. 2.43, а) $U_1 = 220$ В, $I_1 = 1$ А, $P_1 = 80$ Вт; при встречном включении катушек (рис. 2.43, б) $U_2 = 220$ В, $I_2 = 2$ А, $P_2 = 320$ Вт. Определить взаимную индуктивность M катушек.

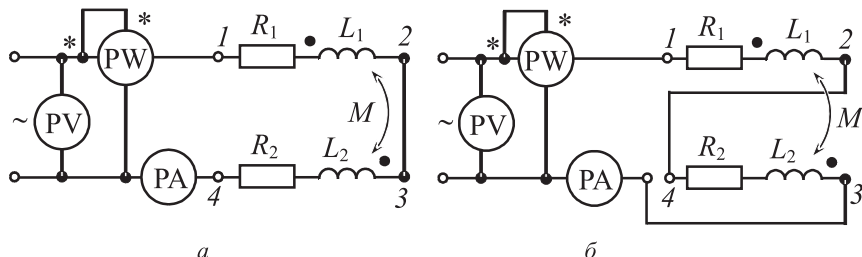


Рис. 2.43

Решение. Полное сопротивление цепи при согласном и встречном включении катушек равно соответственно:

$$Z_{\text{согл}} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_{\text{согл}}^2} = U_1/I_1 = 220/1 = 220 \text{ Ом};$$

$$Z_{\text{встр}} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + X_{\text{встр}}^2} = U_2/I_2 = 220/2 = 110 \text{ Ом},$$

где $R_1 + R_2 = P_1/I_1^2 = P_2/I_2^2 = 80 \text{ Ом}$ – сумма активных сопротивлений катушек; $X_{\text{согл}} = \omega(L_1 + L_2 + 2M)$, $X_{\text{встр}} = \omega(L_1 + L_2 - 2M)$ – эквивалентные индуктивные сопротивления цепи соответственно при согласном и встречном включениях катушек.

Очевидно, что $X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}} = 4\omega M$, откуда

$$M = \frac{X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}}}{4\omega} = \frac{\sqrt{Z_{\text{согл}}^2 - (R_1 + R_2)^2} - \sqrt{Z_{\text{встр}}^2 - (R_1 + R_2)^2}}{4 \cdot 2\pi f} = 103 \text{ мГн}.$$

Задача 2.44. Две магнитосвязанные катушки включены параллельно (рис. 2.44, а); $\underline{U} = 36 \text{ В}$, $\omega L_1 = 20 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 30 \text{ Ом}$, $\omega M = 15 \text{ Ом}$, $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$. Одноименные зажимы катушек указаны точками. Определить токи ветвей. Построить векторную диаграмму.

Решение. Произвольно указав на схеме положительные направления токов, составим уравнения по законам Кирхгофа:

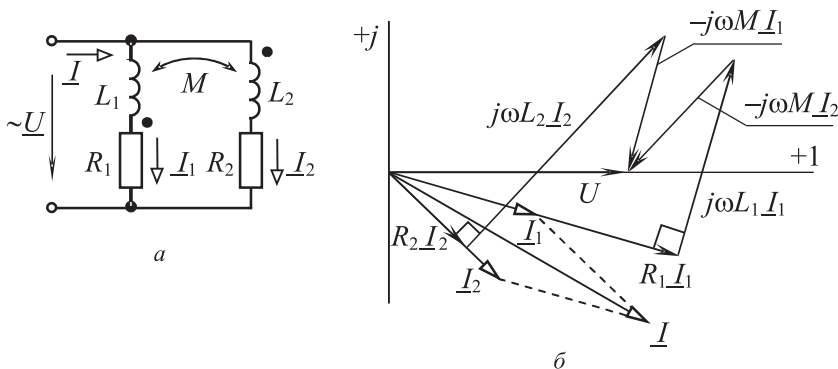


Рис. 2.44

$$\begin{cases} \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2; \\ \underline{U} = (R_1 + j\omega L_1)\underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2; \\ \underline{U} = (R_2 + j\omega L_2)\underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1. \end{cases}$$

Введем обозначения: $\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1$, $\underline{Z}_2 = R_2 + j\omega L_2$, $\underline{Z}_M = j\omega M$. Решив систему уравнений, получим:

$$\underline{I} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + 2\underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \underline{U} = 2,93e^{-j30,4^\circ} \text{ A} \quad (\underline{U} = U = 36 \text{ В});$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \underline{U} = 1,5e^{-j16,4^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_M}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2} \underline{U} = 1,52e^{-j44,4^\circ} \text{ A}.$$

Векторная диаграмма (рис. 2.44, б) построена на основании системы уравнений (1).

Задача 2.45. На рис. 2.45 приведена схема воздушного (без стального сердечника) трансформатора с нагрузкой $\underline{Z}_H = (100 - j30) \text{ Ом}$. Остальные параметры цепи:

$R_1 = 10 \text{ Ом}$, $\omega L_1 = 50 \text{ Ом}$,
 $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 60 \text{ Ом}$,
 $\omega M = 30 \text{ Ом}$. Напряжение источника $\underline{U}_1 = 220 \text{ В}$. Определить показания амперметра и вольтметра.

Решение. Произвольно обозначив на схеме положительные направления токов, составим уравнения по второму закону Кирхгофа для первичной и вторичной цепей трансформатора:

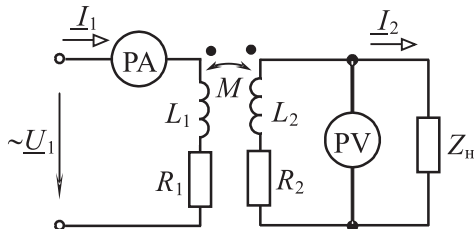


Рис. 2.45

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2; \\ 0 = (R_2 + j\omega L_2)\underline{I}_2 + \underline{Z}_H \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 220 = (10 + j50)\underline{I}_1 - j30\underline{I}_2; \\ 0 = (20 + j60)\underline{I}_2 + (100 - j30)\underline{I}_2 - j30\underline{I}_1. \end{cases}$$

Решив систему уравнений, получим:

$$\underline{I}_1 = (1,45 - j4,05) = 4,3e^{-j70,7^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_2 = (1,07 + j0,1) = 1,07e^{j5,4^\circ} \text{ А}.$$

Напряжение на нагрузке

$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_н \underline{I}_2 = (110 - j22,1) = 112e^{-j11,5^\circ} \text{ В}.$$

Показания приборов численно равны модулям соответствующих комплексов:

$$I_1 = \sqrt{1,45^2 + 4,05^2} = 4,3 \text{ А}; \quad U_2 = \sqrt{110^2 + 22,1^2} = 112 \text{ В}.$$

Контрольные задачи

Задача 2.46. Электрическое напряжение изменяется по синусоидальному закону с амплитудой $U_m = 100 \text{ В}$ и частотой $f = 50 \text{ Гц}$. Через какой минимальный промежуток времени от начала периода мгновенное значение напряжения с нулевой начальной фазой будет численно равно среднему (за полупериод) значению синусоидального напряжения?

Задача 2.47. К источнику напряжением $u = 100\sin\left(314t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ В}$

подключен конденсатор, емкость которого $C = 63,6 \text{ мкФ}$. Написать уравнение мгновенного тока конденсатора. Построить векторную диаграмму, а также диаграммы изменения тока и напряжения во времени.

Задача 2.48. К источнику напряжением $u = 141\sin 314t \text{ В}$ подключена катушка, индуктивность которой $L = 19,1 \text{ мГн}$, а активное сопротивление $R = 8 \text{ Ом}$. Написать уравнение мгновенного тока катушки индуктивности. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.49. Произведены измерения тока и напряжения катушки индуктивности сначала в цепи постоянного тока, а затем в цепи синусоидального тока промышленной частоты. При постоянном токе приборы показали $U_1 = 12 \text{ В}$ и $I_1 = 1 \text{ А}$, при переменном токе – $U_2 = 40 \text{ В}$ и $I_2 = 2 \text{ А}$. Определить параметры последовательной схемы замещения катушки индуктивности. Построить векторную диаграмму и треугольник мощностей.

Задача 2.50. Коэффициент мощности катушки индуктивности $\cos\varphi = 0,5$. Чему окажется равен коэффициент мощности катушки, если частота тока увеличится вдвое?

Задача 2.51. Катушка индуктивности подключена к источнику синусоидального напряжения $U = 100$ В. Ток в катушке $I = 10$ А. При увеличении частоты напряжения вдвое ток в цепи уменьшается до 6,93 А. Определить активное сопротивление катушки индуктивности.

Задача 2.52. К источнику синусоидального напряжения $U = 100$ В подключены последовательно две катушки, активные и индуктивные сопротивления которых соответственно равны: $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 3$ Ом, $X_1 = 2$ Ом, $X_2 = 4$ Ом. Определить ток, активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

Задача 2.53. К сети переменного тока напряжением $U = 220$ В подключены последовательно два конденсатора, емкости которых $C_1 = 1$ мкФ и $C_2 = 4$ мкФ. Частота напряжения сети $f = 50$ Гц. Определить ток цепи и напряжение на каждом из конденсаторов.

Задача 2.54. Катушка, индуктивность которой $L = 0,1$ Гн и активное сопротивление $R = 3,45$ Ом, соединена последовательно с конденсатором, емкость которого $C = 125$ мкФ. Написать уравнение мгновенного напряжения источника, если в цепи проходит ток $i = 10\sin 314t$ А. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

Задача 2.55. Коэффициент мощности приемника, состоящего из последовательно соединенных реостата и конденсатора, $\cos\varphi = 0,6$. Чему будет равен коэффициент мощности приемника, если частоту приложенного к приемнику напряжения увеличить вдвое?

Задача 2.56. Нагревательный элемент мощностью 40 Вт, рассчитанный на номинальное напряжение 127 В, необходимо питать от сети промышленной частоты напряжением 220 В. Конденсатор какой емкости необходимо включить последовательно с элементом, чтобы напряжение на нем равнялось номинальному?

Задача 2.57. Последовательно соединенные индуктивная катушка с активным сопротивлением $R = 8$ Ом и конденсатор подключены к генератору синусоидального напряжения. При напряжении генератора $U = 10$ В и частоте $f = 100$ Гц ток в цепи $I = 1$ А. При увеличении частоты вдвое и неизменном напряжении значение тока осталось прежним. Определить индуктивность катушки и емкость конденсатора.

Задача 2.58. В цепи (рис. 2.46) $U = 15$ В, $X_L = 10$ Ом, $X_C = 5$ Ом. Определить показание вольтметра. Рассчитать реактивную мощность цепи.

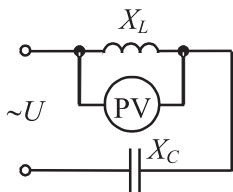


Рис. 2.46

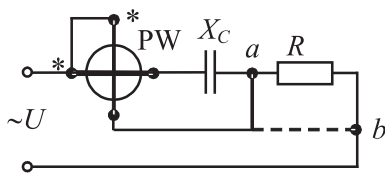


Рис. 2.47

Задача 2.59. В цепи (рис. 2.47) $U = 200$ В, $X_C = 120$ Ом, $R = 160$ Ом. Определить показания ваттметра при подключении негенераторного зажима обмотки напряжения к точкам a и b . Собственное потребление мощности ваттметром не учитывать.

Задача 2.60. К источнику переменного тока напряжением 173 В подключены индуктивная катушка и реостат, соединенные последовательно. Напряжение на каждом из элементов 100 В, ток в цепи 10 А. Определить активное и индуктивное сопротивления катушки. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.61. В сеть переменного тока промышленной частоты включили последовательно соединенные катушку индуктивности и конденсатор емкостью 10 мкФ. В контуре возник резонанс напряжений, причем напряжение на конденсаторе оказалось равным 318 В. Напряжение сети 220 В. Определить активную мощность, потребляемую из сети. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.62. Конденсатор ($C = 10$ мкФ) и катушка индуктивности ($L = 0,5$ Гн) соединены последовательно. При какой частоте в цепи наступит резонанс? Какой должна быть емкость конденсатора, чтобы при той же индуктивности резонанс возник при частоте $f = 50$ Гц?

Задача 2.63. В цепи (рис. 2.48) $I = 10$ А, $R_1 = 12$ Ом, $X_{L1} = 10$ Ом, $X_C = 20$ Ом, $X_{L2} = 22$ Ом, $R_2 = 4$ Ом. Определить напряжение источника питания. Построить векторную диаграмму и треугольник мощностей.

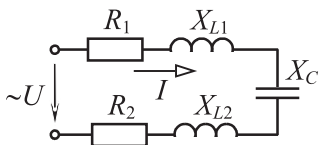


Рис. 2.48

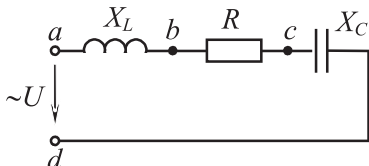


Рис. 2.49

Задача 2.64. В цепи (рис. 2.49) $U = 220$ В, $X_L = 20$ Ом, $R = 12$ Ом, $X_C = 4$ Ом. Определить ток цепи. Построить топографическую диаграмму и треугольник мощностей.

Задача 2.65. Однофазный двигатель переменного тока, потребляющий мощность $P = 2$ кВт при $\cos\varphi = 0,8$, соединен с сетью линией электропередачи ($R_{\text{л}} = 1$ Ом, $X_{\text{л}} = 1$ Ом). Чему равно напряжение в начале линии, если напряжение на зажимах двигателя равно 220 В?

Задача 2.66. Напряжение на зажимах генератора и нагрузки, соединенных ЛЭП переменного тока, равны $U_1 = U_2 = 10$ кВ. Активное и индуктивное сопротивления ЛЭП $R_{\text{л}} = 8$ Ом, $X_{\text{л}} = 6$ Ом. Ток в линии $I = 200$ А. Определить характер и коэффициент мощности нагрузки. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.67. Измерения в начале и конце ЛЭП дали следующие результаты: $U_1 = 236$ кВ, $I_1 = 10$ А, $P_1 = 1860$ Вт; $U_2 = 220$ В, $I_2 = 10$ А, $P_2 = 1760$ Вт ($\varphi > 0$). Определить комплексное сопротивление ЛЭП. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.68. В цепи (рис. 2.50) приборы показали: $U = 100$ В, $I = 5$ А, $P = 300$ Вт. Определить комплексные сопротивления и мощности цепи для следующих случаев: а) $\varphi > 0$; б) $\varphi < 0$.

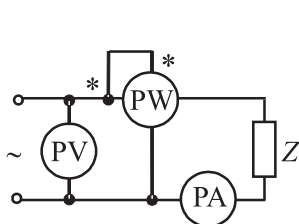


Рис. 2.50

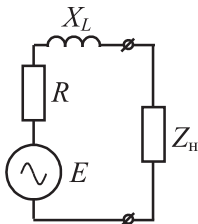


Рис. 2.51

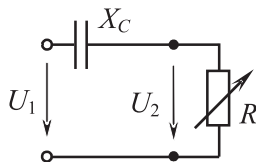


Рис. 2.52

Задача 2.69. В цепи (рис. 2.51) $E = 220$ В, $R = 1,1$ Ом, $X_L = 4$ Ом. При каком комплексном сопротивлении нагрузки активная мощность, выделяемая в ней, будет максимальной? Рассчитать эту мощность.

Задача 2.70. В цепи (рис. 2.52) $X_C = 12$ Ом. При каких сопротивлениях реостата сдвиг фаз между напряжениями U_1 и U_2 будет равен: 0° ; 45° ; 60° ?

Задача 2.71. В цепи (рис. 2.53) $u = 141\sin 314t$ В; $R = X_C = 100$ Ом. Определить показание амперметра и записать уравнение мгновенного тока в неразветвленной части цепи.

Задача 2.72. В цепи (рис. 2.54) $U = 220$ В, $X_L = 100$ Ом, $X_C = 200$ Ом. Определить действующий ток в неразветвленной

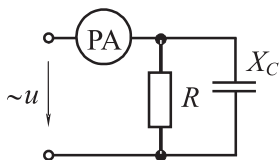


Рис. 2.53

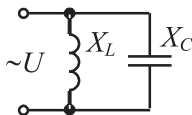


Рис. 2.54

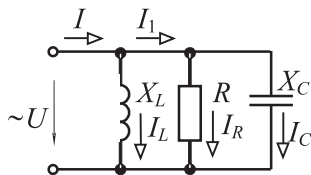


Рис. 2.55

части цепи. Как должна измениться частота напряжения источника, чтобы ток в неразветвленной части цепи стал равным нулю?

Задача 2.73. В цепи (рис. 2.55) $U = 220$ В, $X_L = 220$ Ом, $R = 220$ Ом, $X_C = 110$ Ом. Определить токи I , I_1 , I_L , I_R , I_C и построить векторную диаграмму. Рассчитать активную, реактивную и полную мощности цепи.

Задача 2.74. Катушка индуктивности и конденсатор соединены параллельно. Ток конденсатора 6 А, ток в неразветвленной части цепи 8 А. Определить ток катушки индуктивности, если в цепи имеет место резонанс токов.

Задача 2.75. В сеть напряжением $U = 220$ В включены параллельно двигатель, потребляющий активную мощность $P = 1,1$ кВт при $\cos \varphi = 0,866$, и четыре лампы накаливания мощностью по 100 Вт каждая. Определить ток в неразветвленной части цепи и коэффициент мощности всей цепи. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.76. Две индуктивные катушки соединены параллельно. Параметры катушек: $R_1 = 8$ Ом, $X_1 = 15$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $X_2 = 5$ Ом. Определить ток в неразветвленной части цепи при напряжении источника 220 В. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.77. В цепи (рис. 2.56) $U = 120$ В, $R = 10$ Ом, $X_L = 20$ Ом. Определить емкостное сопротивление конденсатора, при котором в цепи возникает резонанс. Для резонансного режима рассчитать токи цепи и построить векторную диаграмму.

Задача 2.78. В цепи (рис. 2.56) $L = 0,1$ Гн, $R = 100$ Ом, $C = 0,8$ мкФ. Определить резонансную частоту цепи.

Задача 2.79. В цепи (рис. 2.56) $X_L = 20$ Ом, $X_C = 50$ Ом. Определить активное сопротивление, при котором в цепи возникает резонанс.

Задача 2.80. В цепи (рис. 2.56) $U = 100$ В, $R = 20$ Ом, $X_L = 20$ Ом, $X_C = 40$ Ом. Определить ток неразветвленной части цепи, активную, реактивную и полную мощности цепи. Построить векторную диаграмму.

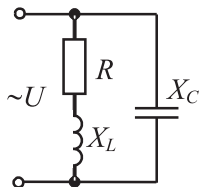


Рис. 2.56

Задача 2.81. В цепи (рис. 2.56) $R = X_L = X_C$. Определить коэффициент мощности цепи. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.82. Имеются катушка индуктивности с активным сопротивлением $R = 60$ Ом и индуктивностью $L = 0,1$ Гн и конденсатор емкостью $C = 10$ мкФ. Определить резонансные частоты при последовательном и параллельном соединениях катушки и конденсатора.

Задача 2.83. Реостат сопротивлением $R = 1$ Ом и конденсатор, емкостное сопротивление которого $X_C = 2$ Ом, включены последовательно в цепь переменного тока. Определить, каковы должны быть сопротивления реостата и конденсатора, чтобы при их параллельном соединении получилась цепь, эквивалентная последовательной.

Задача 2.84. Катушка индуктивности с активным сопротивлением $R_k = 60$ Ом и индуктивностью $L = 20$ мГн соединена параллельно с ветвью сопротивлением $R = 25$ Ом и емкостью $C = 100$ мкФ. Определить параметры последовательной схемы замещения цепи, если угловая частота переменного тока $\omega = 1000$ с⁻¹.

Задача 2.85. В цепи (рис. 2.57) $X_L = R = X_C = 100$ Ом. Определить напряжение на входе цепи, если через конденсатор проходит ток $I_C = 1$ А.

Задача 2.86. В цепи (рис. 2.57) $R = 10$ Ом, $X_L = 4$ Ом. Определить емкостное сопротивление конденсатора, при котором в цепи имеет место резонанс.

Задача 2.87. В цепи (рис. 2.57) $X_L = 8$ Ом, $X_C = 10$ Ом. Определить активное сопротивление резистора, при котором в цепи имеет место резонанс.

Задача 2.88. В цепи (рис. 2.58) $U_{ab} = 100$ В, $R_1 = 50$ Ом, $R_2 = 100$ Ом. Активная мощность цепи $P = 300$ Вт. Определить емкостное сопротивление конденсатора.

Задача 2.89. В цепи (рис. 2.58) $R_1 = R_2 = 10$ Ом, $X_C = 20$ Ом. Рассчитать комплексное входное сопротивление цепи.

Задача 2.90. В цепи (рис. 2.59) $X_0 = 10$ Ом, $R_1 = 6$ Ом, $X_1 = 8$ Ом, $X_2 = 12,5$ Ом. Определить комплексное входное сопротивление цепи. Построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи.

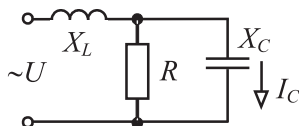


Рис. 2.57

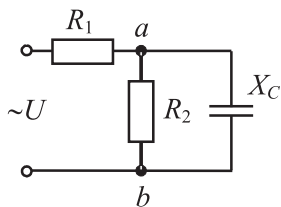


Рис. 2.58

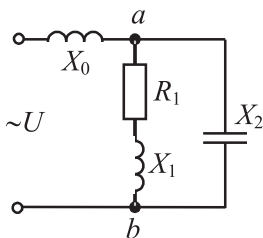


Рис. 2.59

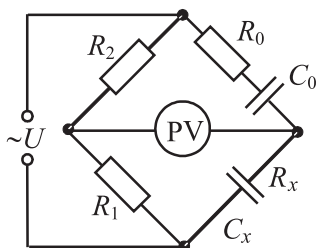


Рис. 2.60

Задача 2.91. В цепи (рис. 2.59) $U_{ab} = 100$ В, $X_0 = 10$ Ом, $R_1 = 6$ Ом, $X_1 = 8$ Ом, $X_2 = 12,5$ Ом. Определить входное напряжение цепи.

Задача 2.92. Мостовая цепь, питаемая переменным током, используется для измерения параметров конденсатора (рис. 2.60). Дано: $R_1 = 1$ кОм, $R_2 = 2$ кОм, $R_0 = 12$ кОм, $C_0 = 1,2$ мкФ. Определить параметры последовательной схемы замещения конденсатора (R_x и C_x) при нулевом показании вольтметра.

Задача 2.93. Для цепи, приведенной на рис. 2.61, составить в общем виде системы уравнений с целью определения токов ветвей методами непосредственного применения законов Кирхгофа, контурных токов и узловых потенциалов (двух узлов).

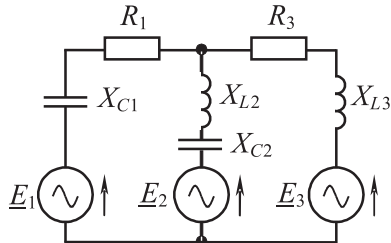


Рис. 2.61

Задача 2.94. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно в сеть переменного тока напряжением 220 В. При этом по катушкам проходит ток 2,2 А. Параметры катушек: $R_1 = 20$ Ом, $\omega L_1 = 18$ Ом, $R_2 = 40$ Ом, $\omega L_2 =$

$= 34$ Ом. Определить сопротивление взаимной индуктивности катушек и характер их включения (встречный или согласный). Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

Задача 2.95. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно в сеть переменного тока напряжением 220 В. Параметры катушек: $R_1 = 10$ Ом, $\omega L_1 = \omega L_2 = 15$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $\omega M = 5$ Ом. Определить напряжение на каждой из катушек при их согласном включении. Построить векторную диаграмму.

Задача 2.96. Цепь (рис. 2.62) применяется для измерения взаимной индуктивности двух катушек. Амперметр показал ток 10 А.

Электростатический вольтметр, измеряющий ЭДС, показал 31,4 В. Определить взаимную индуктивность катушек, если частота тока равна 50 Гц.

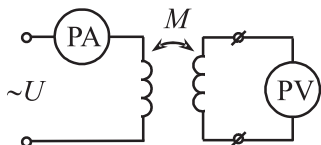


Рис. 2.62

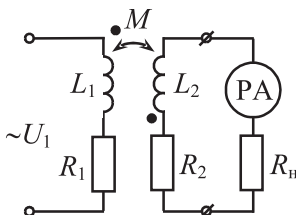


Рис. 2.63

Задача 2.97. На рис. 2.63 показана схема воздушного трансформатора, нагруженного активной нагрузкой $R_n = 70$ Ом. Остальные параметры цепи: $R_1 = 30$ Ом, $\omega L_1 = 40$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $\omega L_2 = 80$ Ом, $\omega M = 50$ Ом. Напряжение $U_1 = 100$ В. Одноименные зажимы катушек обозначены точками. Определить показание амперметра. Построить векторную диаграмму.

Ответы к контрольным задачам

2.46. 2,23 мс. 2.47. $i = 2\sin(314t + \pi/3)$ А. 2.48. $i = 14,1\sin(314t - 37^\circ)$ А. 2.49. $R = 12$ Ом, $X_L = 16$ Ом. 2.50. 0,277. 2.51. 8 Ом. 2.52. $I = 10$ А, $P = 800$ Вт, $Q = 600$ вар, $S = 1000$ В·А. 2.53. 55,3 мА, 176 В, 44 В. 2.54. $u = 68,3\sin(314t + 60^\circ)$ В. 2.55. 0,83. 2.56. 5,5 мкФ. 2.57. $L = 9,55$ мГн, $C = 132$ мкФ. 2.58. 3 А, 30 В, 45 вар. 2.59. 0; 160 Вт. 2.60. $R = 5$ Ом, $X_L = 8,66$ Ом. 2.61. 220 Вт. 2.62. 71,3 Гц, 20,3 мкФ. 2.63. 200 В. 2.64. 11 А. 2.65. 236 В. 2.66. 0,51. 2.67. $\underline{Z} = 1 + j1,33$ Ом. 2.68. а) $\underline{Z} = 12 + j16$ Ом, $\underline{S} = 300 + j400$ В·А; б) $\underline{Z} = 12 - j16$ Ом, $\underline{S} = 300 + j400$ В·А. 2.69. $1,1 - j4$ Ом, 11 кВт. 2.70. ∞ , 12, 6,93 Ом. 2.71. 1,41 А, $i = 2\sin(314t + 45^\circ)$ А. 2.72. 1,1 А, увеличится в $\sqrt{2}$ раз. 2.73. $I_1 = 2,24$ А, $I = 1,41$ А, $P = 220$ Вт, $Q = 220$ вар, $S = 311$ В·А. 2.74. 10 А. 2.75. $I = 7,4$ А, 0,921. 2.76. 53,75 А. 2.77. 25 Ом, $I = 1,4$ А, $I_{RL} = 5,37$ А, $I_c = 4,8$ А. 2.78. 540 Гц. 2.79. 24,5 Ом. 2.80. $I = 2,5$ А, $P = 250$ Вт, $Q = 0$, $S = 250$ В·А. 2.81. 0,707. 2.82. $\omega_1 = 1000$ с⁻¹; $\omega_2 = 800$ с⁻¹. 2.83. $R' = 5$ Ом, $X_C' = 2,5$ Ом. 2.84. $R = 14,9$ Ом, $X_L = 7,17$ Ом. 2.85. 100 В. 2.86. $X_{C1} = 20$ Ом, $X_{C2} = 5$ Ом. 2.87. 20 Ом. 2.88. 57,7 Ом. 2.89. $(18 - j4)$ Ом. 2.90. $(16,7 + j10)$ Ом. 2.91. 117 В. 2.92. $C = 2,4$ мкФ, $R = 6$ Ом. 2.94. 14 Ом. 2.95. $U_1 = 98,4$ В, $U_2 = 124$ В. 2.96. 10 мГн. 2.97. 0,854 А.

3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Задачи с решениями

Задача 3.1. В симметричной трехфазной цепи (рис. 3.1, а) линейное напряжение $U_{\text{л}} = 380$ В, $R = 30$ Ом, $X_L = 40$ Ом. Определить токи, активную, реактивную и полную мощности цепи: 1) в нормальном режиме работы; 2) при обрыве в фазе А.

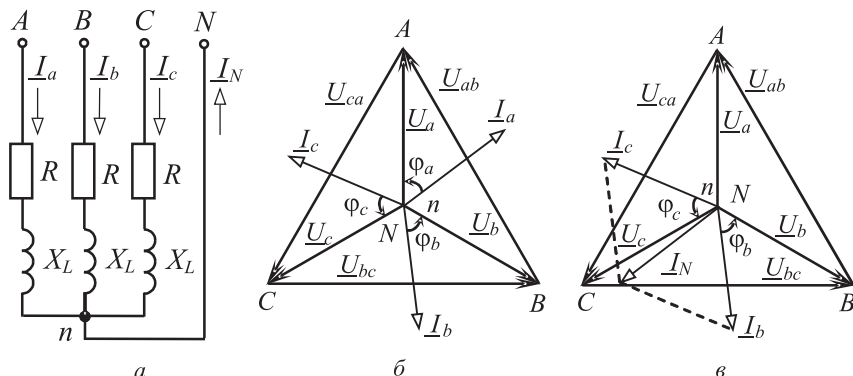


Рис. 3.1

Решение. 1. Нормальный режим. Фазные напряжения приемника, соединенного звездой,

$$U_a = U_b = U_c = U_{\phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В.}$$

Полное сопротивление фаз приемника

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом.}$$

Токи равны:

$$I_a = I_b = I_c = U_{\phi} / Z = 220 / 50 = 4,4 \text{ А.}$$

Токи отстают по фазе от создающих их фазных напряжений на угол

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi = \arccos \frac{R}{Z} = \arccos \frac{3}{5} = 53^\circ$$

и образуют симметричную систему, поэтому в нейтральном проводе ток

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0.$$

Находим мощности:

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 4,4 \cdot 0,6 = 1750 \text{ Вт};$$

$$Q = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\sin\varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 4,4 \cdot 0,8 = 2340 \text{ вар};$$

$$S = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 2900 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Векторная диаграмма для симметричного режима представлена на рис. 3.1, б.

2. *Обрыв в фазе А*. Поскольку имеется нейтральный провод, то в режимах работы фаз В и С изменений не произойдет, т.е.

$$I_b = I_c = 4,4 \text{ А}; \quad I_a = 0 \text{ А}; \quad \varphi_b = \varphi_c = \varphi = 53^\circ.$$

Определяем мощности:

$$P = P_b + P_c = 2U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}\cos\varphi = 2 \cdot 220 \cdot 4,4 \cdot 0,6 = 1161 \text{ Вт};$$

$$Q = Q_b + Q_c = 2U_{\text{ф}}I_{\text{ф}}\sin\varphi = 1549 \text{ вар};$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1936 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

В нейтральном проводе ток

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0 + \underline{I}_b + \underline{I}_c.$$

Из векторной диаграммы (рис. 3.1, в) находим: $I_N = 4,4 \text{ А}$.

Задача 3.2. В четырехпроводной трехфазной цепи (рис. 3.2, а) $R_a = 6 \text{ Ом}$, $X_a = 8 \text{ Ом}$, $R_b = 12 \text{ Ом}$, $X_b = 16 \text{ Ом}$, $R_c = 5 \text{ Ом}$. Линейное напряжение $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$. Определить токи и мощность цепи.

Решение. Полные сопротивления фаз приемника:

$$Z_a = \sqrt{R_a^2 + X_a^2} = 10 \text{ Ом}; \quad Z_b = \sqrt{R_b^2 + X_b^2} = 20 \text{ Ом};$$

$$Z_c = R_c = 5 \text{ Ом}.$$

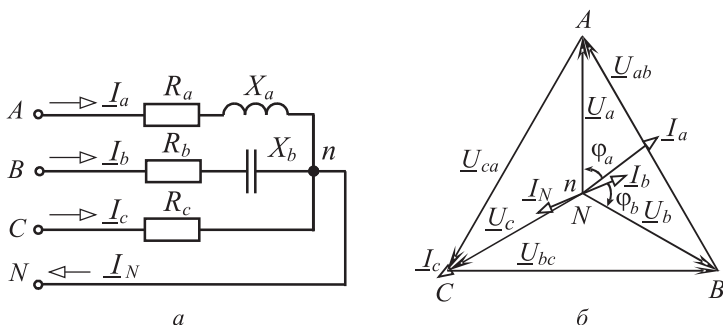


Рис. 3.2

Фазные напряжения генератора и приемника равны:

$$U_A = U_B = U_C = U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_\Delta / \sqrt{3} = 220 \text{ В.}$$

Определяем токи:

$$I_a = \frac{U_a}{Z_a} = 22 \text{ А; } I_b = \frac{U_b}{Z_b} = 11 \text{ А; } I_c = \frac{U_c}{Z_c} = 44 \text{ А.}$$

Коэффициенты мощности фаз: $\cos \varphi_a = R_a / Z_a = 0,6$ ($\varphi_a > 0$, ток отстает от напряжения на угол φ_a); $\cos \varphi_b = R_b / Z_b = 0,6$ ($\varphi_b < 0$, ток опережает напряжение); $\cos \varphi_c = 1$ (ток совпадает по фазе с напряжением).

Ток в нейтральном проводе $\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c$ определяем графически на основании векторной диаграммы (рис. 3.2, б). Из нее получаем: $I_N = 11 \text{ А}$.

Вычисляем мощности фаз:

$$P_a = U_a I_a \cos \varphi_a = 2904 \text{ Вт;}$$

$$P_b = U_b I_b \cos \varphi_b = 1452 \text{ Вт; } P_c = U_c I_c \cos \varphi_c = 9680 \text{ Вт;}$$

$$Q_a = U_a I_a \sin \varphi_a = 3872 \text{ вар (характер индуктивный);}$$

$$Q_b = U_b I_b \sin \varphi_b = -1936 \text{ вар (характер емкостный); } Q_c = 0.$$

Реактивная мощность цепи $Q = Q_a + Q_b = 3872 - 1936 = 1936 \text{ вар}$ (характер индуктивный). Активная мощность цепи

$$P = P_a + P_b + P_c = 2904 + 1452 + 9680 = 14\,036 \text{ Вт.}$$

Полная мощность цепи

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{14\,036^2 + 1936^2} = 14\,130 \text{ В·А.}$$

Выполняем расчет комплексным методом. Находим комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_a = R_a + jX_a = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ} \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_b = R_b - jX_b = 12 - j16 = 20e^{-j53^\circ} \text{ Ом; } \underline{Z}_c = R_c = 5 \text{ Ом.}$$

Записываем комплексные фазные напряжения (считаем комплекс \underline{U}_a вещественной величиной):

$$\underline{U}_a = U_\phi e^{j0} = 220 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_b = U_\phi e^{-j120^\circ} = 220e^{-j120^\circ} = 220(\cos 120^\circ - j\sin 120^\circ) = -110 - j190 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_c = U_\phi e^{j120^\circ} = 220e^{j120^\circ} = 220(\cos 120^\circ + j\sin 120^\circ) = -110 + j190 \text{ В.}$$

Рассчитываем комплексные токи:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = 22e^{-j53^\circ} = 13,2 - j17,6 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = 11e^{-j67^\circ} = 4,29 - j10,1 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = 44e^{j120^\circ} = -22 + j38 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = -4,51 + j10,3 = 11,2e^{j114^\circ} \text{ А.}$$

Вычисляем комплексные мощности фаз и цепи:

$$\underline{S}_a = \underline{U}_a \underline{I}_a^* = 220 \cdot 22e^{j53^\circ} = 4840e^{j53^\circ} = 2904 + j3872 \text{ В·А;}$$

$$\underline{S}_b = \underline{U}_b \underline{I}_b^* = 220e^{-j120^\circ} \cdot 11e^{j67^\circ} = 2420e^{-j53^\circ} = 1452 - j1936 \text{ В·А;}$$

$$\underline{S}_c = \underline{U}_c \underline{I}_c^* = 220e^{j120^\circ} \cdot 44e^{-j120^\circ} = 9680 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 14\,036 + j1936 = 14\,130e^{j7,8^\circ} \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Находим активную, реактивную и полную мощности цепи: $P = 14\,036 \text{ Вт}$; $Q = 1936 \text{ вар}$ (характер индуктивный); $S = 14\,130 \text{ В} \cdot \text{А}$.

Задача 3.3. В цепи (рис. 3.3, а) $U_\varphi = 220 \text{ В}$, $R = 6 \text{ Ом}$, $X_L = 8 \text{ Ом}$. Определить токи и мощности трехфазной цепи: 1) в симметричном режиме; 2) при обрыве линейного провода фазы А; 3) при коротком замыкании фазы А.

Решение. 1. В симметричном режиме фазные напряжения питающей сети и приемника совпадают, т.е.:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_a; \underline{U}_B = \underline{U}_b; \underline{U}_C = \underline{U}_c;$$

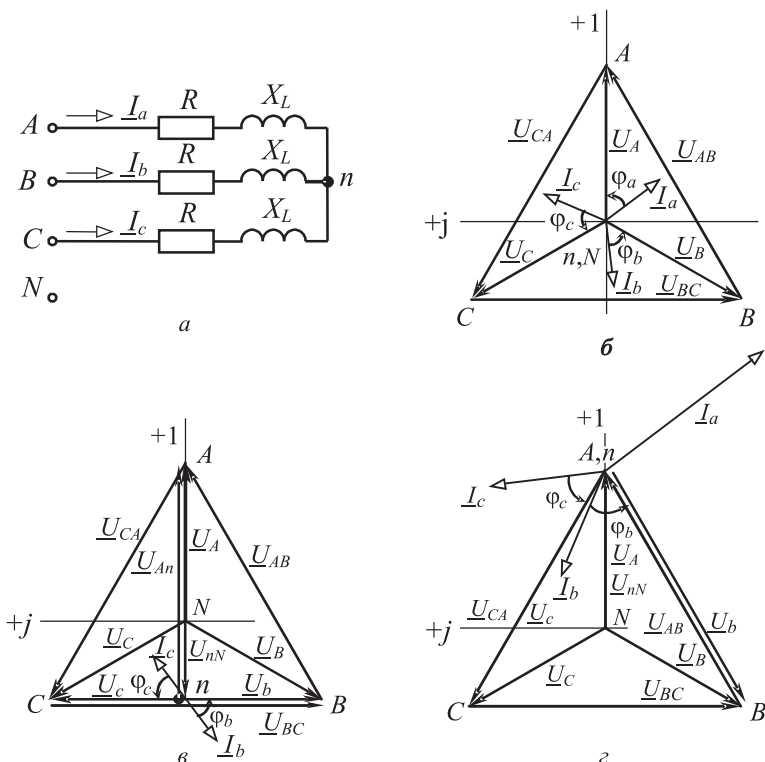


Рис. 3.3

$$U_a = U_b = U_c = U_{\text{л}} / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

Записываем в комплексной форме фазные напряжения приемника (полагаем \underline{U}_a вещественной положительной величиной):

$$\underline{U}_a = U_{\phi} e^{j0} = 127 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_b = U_{\phi} e^{-j120^\circ} = 127 e^{-j120^\circ} = -63,5 - j110 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_c = U_{\phi} e^{j120^\circ} = 127 e^{j120^\circ} = -63,5 + j110 \text{ В.}$$

Рассчитываем токи:

$$\underline{I}_a = \underline{U}_a / \underline{Z}_a = 127 / (6 + j8) = 127 / 10 e^{j53^\circ} = 12,7 e^{-j53^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_b = \underline{U}_b / \underline{Z}_b = 12,7 e^{-j173^\circ} \text{ А; } \underline{I}_c = \underline{U}_c / \underline{Z}_c = 12,7 e^{j67^\circ} \text{ А.}$$

Определяем мощности:

$$\begin{aligned} \underline{S} = P + jQ &= \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 3 \underline{S}_a = 3 \underline{U}_a \underline{I}_a^* = 3 \cdot 127 \cdot 12,7 e^{j53^\circ} = \\ &= 4800 e^{j53^\circ} = 2900 + j3850 \text{ В} \cdot \text{А,} \end{aligned}$$

откуда активная мощность $P = 2900$ Вт, реактивная $Q = 3850$ вар, полная $S = 4800$ В·А.

2. При обрыве линейного провода фазы А $Z_a = \infty$ и напряжение смещения нейтрали приемника

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nN} &= \frac{\frac{1}{\underline{Z}_a} \underline{U}_A + \frac{1}{\underline{Z}_b} \underline{U}_B + \frac{1}{\underline{Z}_c} \underline{U}_C}{\frac{1}{\underline{Z}_a} + \frac{1}{\underline{Z}_b} + \frac{1}{\underline{Z}_c}} = \\ &= \frac{\frac{1}{10 e^{j53^\circ}} \cdot 127 e^{-j120^\circ} + \frac{1}{10 e^{j53^\circ}} \cdot 127 e^{j120^\circ}}{\frac{1}{10 e^{j53^\circ}} + \frac{1}{10 e^{j53^\circ}}} = -63,5 \text{ В.} \end{aligned}$$

Вычисляем фазные напряжения и токи приемника:

$$\underline{U}_a = 0; \underline{U}_{An} = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} = 190,5 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN} = -j110 = 110e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} = j110 = 110e^{j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = 0; \quad \underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = 11e^{-j143^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = 11e^{j37^\circ} \text{ А}.$$

Находим мощности:

$$\underline{S}_a = 0; \quad \underline{S}_b = \underline{U}_b \underline{I}_b^* = 110e^{-j90^\circ} \cdot 11e^{j143^\circ} = 726 + j968 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S}_c = \underline{U}_c \underline{I}_c^* = 110e^{j90^\circ} \cdot 11e^{-j37^\circ} = 1210e^{j53^\circ} = 726 + j968 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = 1452 + j1936 = 2420e^{j53^\circ} \text{ В} \cdot \text{А},$$

откуда активная мощность $P = 1452$ Вт, реактивная $Q = 1936$ вар, полная $S = 2420$ В·А.

3. При коротком замыкании фазы А приемника $Z_a = 0$ и напряжение смещения нейтрали приемника

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nN} &= \frac{\frac{1}{\underline{Z}_a} \underline{U}_A + \frac{1}{\underline{Z}_b} \underline{U}_B + \frac{1}{\underline{Z}_c} \underline{U}_C}{1/\underline{Z}_a + 1/\underline{Z}_b + 1/\underline{Z}_c} = \\ &= \frac{\underline{U}_A + \frac{\underline{Z}_a}{\underline{Z}_b} \underline{U}_B + \frac{\underline{Z}_a}{\underline{Z}_c} \underline{U}_C}{1 + \underline{Z}_a/\underline{Z}_b + \underline{Z}_a/\underline{Z}_c} = \underline{U}_A = 127 \text{ В}. \end{aligned}$$

Определяем фазные напряжения и токи приемника:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} = 0;$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN} = -190,5 - j110 = 220e^{-j150^\circ} \text{ В} \quad (\underline{U}_b = -\underline{U}_{AB});$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} = -190,5 + j110 = 220e^{j150^\circ} \text{ В} \quad (\underline{U}_c = \underline{U}_{CA});$$

$$\underline{I}_b = \underline{U}_b / \underline{Z}_b = 22e^{-j203^\circ} \text{ А}; \quad \underline{I}_c = \underline{U}_c / \underline{Z}_c = 22e^{j97^\circ} \text{ А}.$$

На основании первого закона Кирхгофа для узла n получаем:

$$\underline{I}_a = -\underline{I}_b - \underline{I}_c = 22,9 - j30,4 = 38e^{-j53^\circ} \text{ А.}$$

Находим комплексные мощности:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_b \underline{I}_b^* + \underline{U}_c \underline{I}_c^* = 220e^{-j150^\circ} \cdot 22e^{j203^\circ} + \\ &+ 220e^{j150^\circ} \cdot 22e^{-j97^\circ} = 5800 + j7700 = 9600e^{j53^\circ} \text{ В} \cdot \text{А,} \end{aligned}$$

откуда активная мощность $P = 5800$ Вт, реактивная $Q = 7700$ вар, полная $S = 9600$ В · А.

Векторные диаграммы для всех трех режимов изображены на рис. 3.3, б, в, г соответственно.

Задача 3.4. В трехфазную цепь с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 220$ В включены конденсатор емкостью $C = 31,8$ мкФ и две лампы накаливания сопротивлением $R = 100$ Ом каждая (рис. 3.4, а). Частота $f = 50$ Гц. Рассчитать напряжения и токи конденсатора и ламп, построить векторную диаграмму.

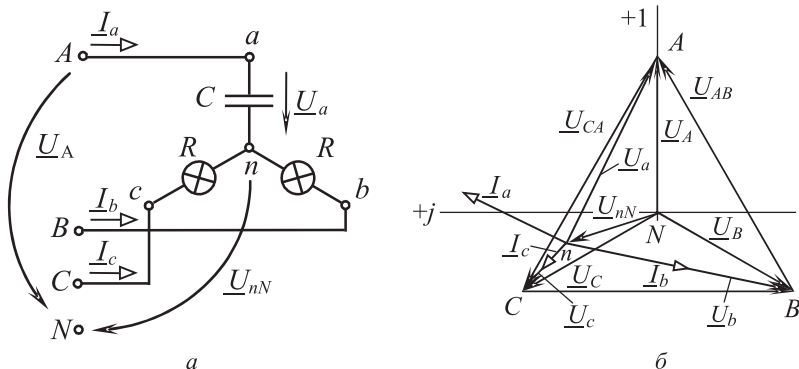


Рис. 3.4

Решение. Емкостное сопротивление конденсатора

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = - \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 31,8 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ Ом.}$$

Находим комплексные проводимости фаз приемника:

$$\underline{Y}_a = j \frac{1}{X_c} = j0,01 = 0,01e^{j90^\circ} \text{ См;}$$

$$\underline{Y}_b = \underline{Y}_c = 1/R = 0,01 \text{ См.}$$

Фазные напряжения источника

$$U_\phi = U_\pi / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

Записываем фазные напряжения источника в комплексной форме (считаем \underline{U}_A положительной вещественной величиной):

$$\underline{U}_A = \underline{U}_\phi e^{j0} = 127 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_\phi e^{-j120^\circ} = 127 e^{-j120^\circ} = -63,5 - j110 \text{ В;}$$

$$\underline{U}_C = \underline{U}_\phi e^{j120^\circ} = 127 e^{j120^\circ} = -63,5 + j110 \text{ В.}$$

Напряжение смещения нейтрали n приемника

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_a \underline{U}_A + \underline{Y}_b \underline{U}_B + \underline{Y}_c \underline{U}_C}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = -25 + j76,2 \text{ В.}$$

Определяем напряжения на фазах приемника:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} = 152 - j76,2 = 170 e^{-j26,5^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN} = -38,5 - j186,2 = 190 e^{-j101,5^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} = -38,5 + j33,8 = 51 e^{j139^\circ} \text{ В.}$$

Рассчитываем токи:

$$\underline{I}_a = \underline{Y}_a \underline{U}_a = 1,7 e^{j63,5^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_b = \underline{Y}_b \underline{U}_b = 1,9 e^{-j101,5^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_c = \underline{Y}_c \underline{U}_c = 0,51 e^{j139^\circ} \text{ А.}$$

Векторная диаграмма, построенная по результатам расчета, представлена на рис. 3.4, б.

Схема, приведенная на рис. 3.4, а, используется для опытного определения чередования фаз трехфазной сети. За фазу A принимается любая из трех. В нее включается конденсатор, а в две дру-

гие фазы – лампы накаливания. Тогда фаза, лампа которой накаливается ярче, является опережающей фазой B , а фазой C будет фаза с меньшим накалом лампы.

Задача 3.5. Три вольтметра используются для контроля сопротивления изоляции незаземленной трехфазной цепи (рис. 3.5, a). Линейное напряжение $U = 380$ В. Емкость каждой фазы по отношению к земле $C = 0,319$ мкФ. Частота $f = 50$ Гц. Сопротивление изоляции каждой фазы по отношению к земле в нормальном состоянии $R_{и} = 2 \cdot 10^5$ Ом. Сопротивления вольтметров $R_V = 50$ кОм. Определить показания вольтметров: 1) при нормальном состоянии изоляции; 2) при понижении сопротивления изоляции фазы A в 4 раза.

Решение. 1. Из схемы замещения (рис. 3.5, b) видно, что активно-емкостные сопротивления изоляции трехфазной цепи относительно земли совместно с вольтметрами образуют в нормаль-

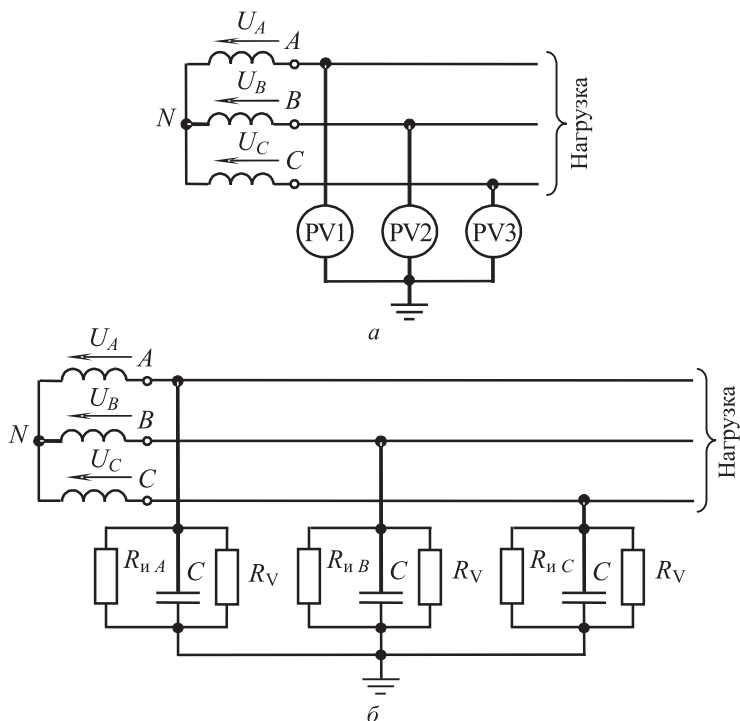


Рис. 3.5

ном состоянии ($R_{иA} = R_{иB} = R_{иC}$) симметричную звезду. При этом потенциалы нейтрали генератора и земли одинаковы. Поэтому в данном режиме показания вольтметров одинаковые и соответствуют фазному напряжению цепи $U_V = U_\phi = U_\pi / \sqrt{3} = 220$ В.

2. Изменение сопротивления изоляции любой из фаз приводит к возникновению напряжения между нейтралью генератора (точка N) и землей:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A \left(\left(\frac{1}{R_{иA}} + \frac{1}{R_V} + j\omega C \right) + e^{j240^\circ} \left(\frac{1}{R_{иB}} + \frac{1}{R_V} + j\omega C \right) + e^{j120^\circ} \left(\frac{1}{R_{иC}} + \frac{1}{R_V} + j\omega C \right) \right)}{\frac{1}{R_{иA}} + \frac{1}{R_V} + j\omega C + \frac{1}{R_{иB}} + \frac{1}{R_V} + j\omega C + \frac{1}{R_{иC}} + \frac{1}{R_V} + j\omega C} = 40 \text{ В}$$

(при $\underline{U}_A = 220$ В и $R_{и} = 5 \cdot 10^4$ Ом).

Показания вольтметров соответствуют модулям комплексных напряжений между фазами цепи и землей:

$$\underline{U}_{V1} = \underline{U}_A - \underline{U}_N = 180 \text{ В}; \quad U_{V1} = 180 \text{ В};$$

$$\underline{U}_{V2} = \underline{U}_B - \underline{U}_N = e^{j240^\circ} \underline{U}_A - \underline{U}_N = -150 - j190 = 242 e^{-j128^\circ} \text{ В};$$

$$U_{V2} = 242 \text{ В};$$

$$\underline{U}_{V3} = \underline{U}_C - \underline{U}_N = e^{j120^\circ} \underline{U}_A - \underline{U}_N = -150 + j190 = 242 e^{j128^\circ} \text{ В};$$

$$U_{V3} = 242 \text{ В}.$$

Таким образом, снижение сопротивления изоляции какой-либо фазы по отношению к земле приводит к уменьшению показания вольтметра, подключенного между этой фазой и землей, и к увеличению показаний двух других вольтметров, что и позволяет контролировать сопротивление изоляции незаземленных цепей.

Задача 3.6. В цепи (рис. 3.6, а) $U_\pi = 380$ В, $R_b = X_C = 100$ Ом, сопротивление переменного резистора R_a изменяется от нуля до 500 Ом. Построить диаграммы $I_a(R_a)$ и $U_a(R_a)$.

Решение. Расчет цепи выполняем методом эквивалентного генератора. Электродвижущая сила эквивалентного генератора равна напряжению холостого хода фазы a :

$$\underline{E}_\varnothing = \underline{U}_a \times = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} \times = \underline{U}_A - \frac{\underline{U}_A \left(\frac{1}{R_a} + e^{j240^\circ} \frac{1}{R_b} + e^{j120^\circ} j \frac{1}{X_C} \right)}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} + j \frac{1}{X_C}} = 520 \text{ В}$$

(при $\underline{U}_A = 380/\sqrt{3} = 220 \text{ В}$ и $R_a = \infty$).

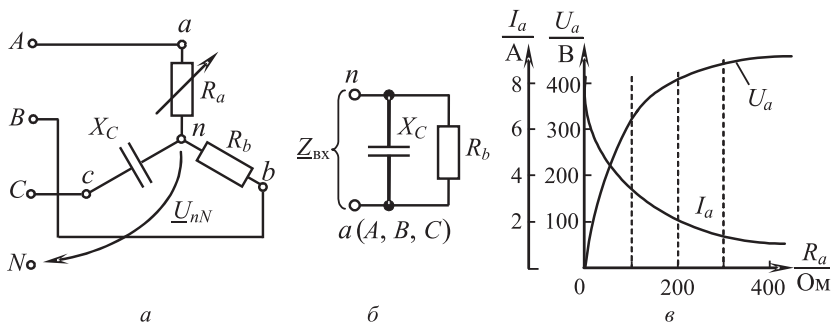


Рис. 3.6

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно входному сопротивлению цепи относительно точек a и n при замкнутом генераторе и разомкнутой ветви с резистором сопротивлением R_a (рис. 3.6, б):

$$\underline{Z}_\varnothing = \underline{Z}_{BX} = \frac{R_b(-jX_C)}{R_b - jX_C} = \frac{100(-j100)}{100 - j100} = \frac{-j100(1+j)}{(1-j)(1+j)} = 50 - j50 \text{ Ом.}$$

Искомые ток и напряжение фазы a равны соответственно:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{E}_\varnothing}{\underline{Z}_\varnothing + R_a} = \frac{520}{50 - j50 + R_a}; \quad \underline{U}_a = R_a \underline{I}_a.$$

Результаты расчета тока \underline{I}_a при различных значениях R_a приведены в табл. 3.1. Диаграммы $I_a(R_a)$ и $U_a(R_a)$ изображены на рис. 3.6, в.

Т а б л и ц а 3.1

R_a , Ом	0	50	100	200	500
\underline{I}_a , А	$7,35e^{j45^\circ}$	$4,65e^{j26,6^\circ}$	$3,29e^{j18,4^\circ}$	$2,04e^{j11,3^\circ}$	$0,94e^{j5,8^\circ}$
I_a , А	7,35	4,65	3,29	2,04	0,94
U_a , В	0	232	329	408	472

Задача 3.7. В цепи (рис. 3.7) $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, $R = 6 \text{ Ом}$, $X_L = 8 \text{ Ом}$. Определить линейные токи и активную мощность цепи: 1) при нормальном режиме работы; 2) при обрыве в фазе ab ; 3) при обрыве линейного провода A .

Решение. 1. Находим фазные токи нагрузки:

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{220}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = 22 \text{ А}.$$

Фазные токи отстают по фазе от соответствующих напряжений на угол $\varphi = \arctg X_L / R = 53,2^\circ$ (рис. 3.7, б).

Линейные токи находим по первому закону Кирхгофа (рис. 3.7, а):

$$I_a = I_{ab} - I_{ca}; \quad I_b = I_{bc} - I_{ab}; \quad I_c = I_{ca} - I_{bc}.$$

При симметричной нагрузке (векторная диаграмма рис. 3.7, б)

$$I_a = I_b = I_c = \sqrt{3} I_{\phi} = 38 \text{ А}.$$

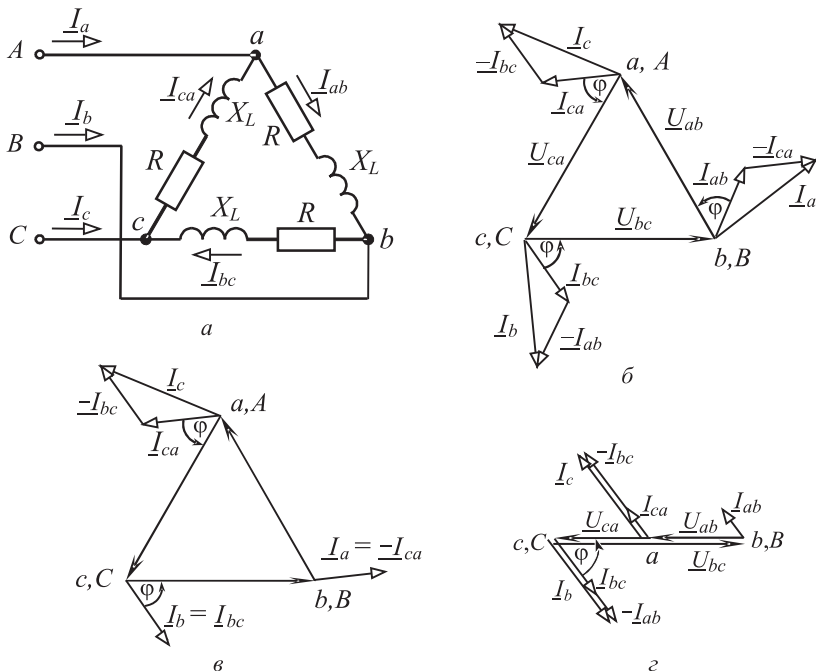


Рис. 3.7

Активная мощность

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos\varphi = 3RI_{\Phi}^2 = 8,72 \text{ кВт.}$$

2. При обрыве в фазе ab (векторная диаграмма рис. 3.7, $в$) токи равны соответственно:

$$I_{ab} = 0; \quad \underline{I}_a = -\underline{I}_{ca}; \quad I_a = I_{ca} = 22 \text{ А};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc}; \quad I_b = I_{bc} = 22 \text{ А};$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}; \quad I_c = \sqrt{3}I_{\Phi} = 38 \text{ А.}$$

Активная мощность

$$P = RI_{bc}^2 + RI_{ca}^2 = 2RI_{\Phi}^2 = 5,81 \text{ кВт.}$$

3. При обрыве линейного провода A напряжения и токи фаз ab и ca уменьшаются вдвое:

$$U_{ab} = U_{ca} = \frac{U_{bc}}{2} = 110 \text{ В};$$

$$I_{ab} = I_{ca} = \frac{I_{bc}}{2} = \frac{U_{\text{л}}}{2\sqrt{R^2 + X_L^2}} = 11 \text{ А.}$$

Для нахождения линейных токов строим векторную диаграмму (рис. 3.7, $з$) на основании следующих уравнений:

$$\underline{U}_{bc} = -\underline{U}_{ab} - \underline{U}_{ca}; \quad \underline{I}_a = 0; \quad \underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}; \quad \underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}.$$

Из диаграммы следует, что

$$I_b = I_c = I_{bc} + I_{ab} = 22 + 11 = 33 \text{ А.}$$

Активная мощность

$$P = RI_{ab}^2 + RI_{bc}^2 + RI_{ca}^2 = 4,36 \text{ кВт.}$$

Задача 3.8. Приемник, каждая из фаз которого обладает сопротивлением Z , включен треугольником на линейное напряжение сети $U_{\text{л}}$. Как изменятся ток и мощность приемника при подключении его звездой?

Решение. При соединении треугольником ток и мощность приемника равны соответственно:

$$I_{\Delta} = \sqrt{3} I_{\Phi\Delta} = \sqrt{3} \frac{U_{\Delta}}{Z}; \quad P_{\Delta} = \sqrt{3} U_{\Delta} I_{\Delta} \cos \varphi.$$

При звезде

$$I_{\Delta Y} = I_{\Phi Y} = \frac{U_{\Phi}}{Z} = \frac{U_{\Delta}}{\sqrt{3}Z}; \quad P_Y = \sqrt{3} U_{\Delta} I_{\Delta Y} \cos \varphi.$$

Находим:

$$\frac{I_{\Delta\Delta}}{I_{\Delta Y}} = \frac{\sqrt{3} \frac{U_{\Delta}}{Z}}{\frac{U_{\Delta}}{\sqrt{3}Z}} = 3; \quad \frac{P_{\Delta}}{P_Y} = \frac{I_{\Delta\Delta}}{I_{\Delta Y}} = 3; \quad \frac{I_{\Phi\Delta}}{I_{\Phi Y}} = \sqrt{3}.$$

Таким образом, линейные токи и мощность приемника уменьшатся в 3 раза, а фазные токи – в $\sqrt{3}$ раз.

Задача 3.9. В цепи (рис. 3.8, а) $U_{\Delta} = 380$ В, $R_1 = X_C = 100$ Ом, $R_2 = 80$ Ом, $X_L = 60$ Ом. Определить линейные токи, активную и реактивную мощности цепи.

Решение. При решении задачи используем комплексный метод. Принимаем $\underline{U}_{ab} = 380$ В, т.е. совмещаем вектор данного линейного напряжения с осью действительных величин комплексной плоскости (рис. 3.8, б). Тогда:

$$\underline{U}_{bc} = 380e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{ca} = 380e^{-j240^\circ} = 380e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

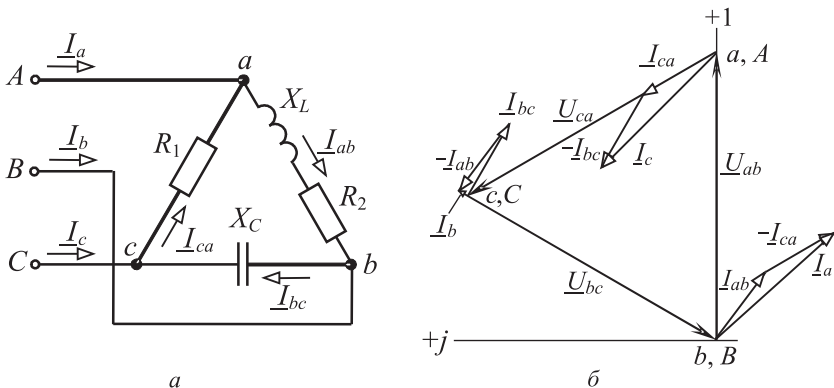


Рис. 3.8

Определяем фазные токи:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{\underline{U}_{ab}}{R_2 + jX_L} = \frac{380}{80 + j60} = \frac{380}{100e^{j37^\circ}} = 3,8e^{-j37^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{\underline{U}_{bc}}{-jX_c} = \frac{380e^{-j120^\circ}}{-j100} = \frac{380e^{-j120^\circ}}{100e^{-j90^\circ}} = 3,8e^{-j30^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{\underline{U}_{ca}}{R_1} = \frac{380e^{j120^\circ}}{100} = 3,8e^{j120^\circ} \text{ А}.$$

Отметим, что $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_\phi = 100 \text{ Ом}$ и модули токов равны: $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = 3,8 \text{ А}$.

Линейные токи находим по первому закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 3,8e^{-j37^\circ} - 3,8e^{j120^\circ} = 4,94 - j5,57 = 7,45e^{-j48,5^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = 3,8e^{-j30^\circ} - 3,8e^{-j37^\circ} = 0,25 + j0,38 = 0,45e^{j57^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 3,8e^{j120^\circ} - 3,8e^{-j30^\circ} = -5,19 + j5,19 = 7,3e^{j135^\circ} \text{ А}.$$

Векторная диаграмма напряжений и токов представлена на рис. 3.8, б.

Активная и реактивная мощности цепи

$$\underline{S} = \underline{S}_{ab} + \underline{S}_{bc} + \underline{S}_{ca} = \underline{U}_{ab}^* \underline{I}_{ab} + \underline{U}_{bc}^* \underline{I}_{bc} + \underline{U}_{ca}^* \underline{I}_{ca} = 2,6 - j0,58 \text{ кВ} \cdot \text{А};$$

$$P = 2,6 \text{ кВт}; Q = -0,58 \text{ квар (емкостный характер)}.$$

Задача 3.10. Симметричный приемник, соединенный треугольником и имеющий сопротивление фазы $Z_\phi = 15 + j18 \text{ Ом}$, подключен к генератору с симметричной системой напряжений ($U_{л.г} = 380 \text{ В}$) с помощью ЛЭП, провода которой имеют сопротивление $\underline{Z}_л = 1 + j2 \text{ Ом}$ (рис. 3.9, а). Определить линейные и фазные токи цепи, а также фазное напряжение нагрузки. Построить векторную диаграмму.

Решение. Задача упрощается после преобразования треугольника сопротивлений нагрузки в эквивалентную звезду с сопротивлением

$$\underline{Z}_Y = \frac{\underline{Z}_\phi}{3} = \frac{15 + j18}{3} = 5 + j6 = 7,8e^{j50^\circ} \text{ Ом}.$$

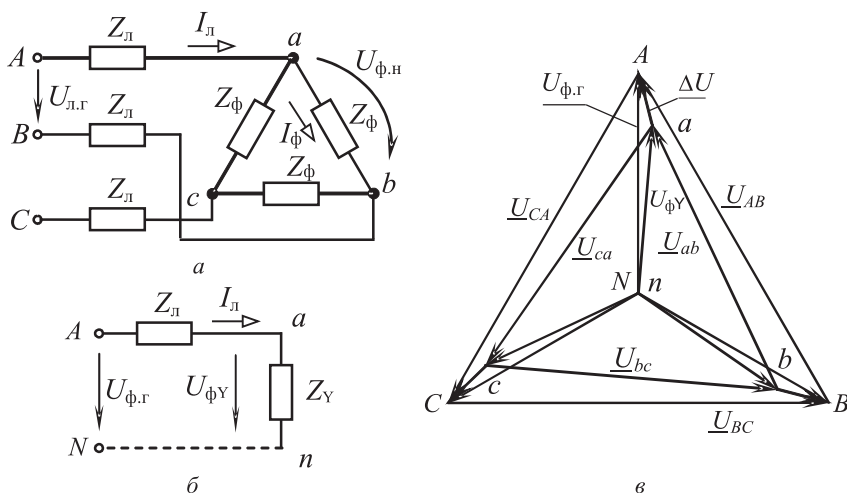


Рис. 3.9

Так как трехфазная цепь симметрична, то расчет ведем для одной фазы (рис. 3.9, б) с общим сопротивлением

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{\text{л}} + \underline{Z}_{\text{Y}} = 1 + j2 + 5 + j6 = 6 + j8 = 10e^{j53^\circ} \text{ Ом.}$$

Линейный ток цепи

$$I_{\text{л}} = \frac{U_{\text{ф.г}}}{Z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А,}$$

где $U_{\text{ф.г}} = U_{\text{л.г}}/\sqrt{3}$ – фазное напряжение генератора; Z – модуль полного сопротивления одной преобразованной фазы.

При соединении симметричной нагрузки треугольником фазный ток меньше линейного в $\sqrt{3}$:

$$I_{\text{ф}} = \frac{I_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{22}{\sqrt{3}} = 12,7 \text{ А.}$$

Фазное напряжение нагрузки находим двумя способами:

$$U_{\text{ф.н}} = Z_{\text{ф}} I_{\text{ф}} = \sqrt{15^2 + 18^2} \cdot 12,7 = 297 \text{ В}$$

или

$$U_{\text{ф.н}} = \sqrt{3} Z_{\text{Y}} I_{\text{л}} = \sqrt{3} \cdot 7,8 \cdot 22 = 297 \text{ В.}$$

Здесь $U_{\text{фY}} = Z_Y I_{\text{л}} = 172 \text{ В}$ – фазное напряжение эквивалентной звезды нагрузки.

Падение напряжения в каждой фазе ЛЭП

$$\Delta U = Z_{\text{л}} I_{\text{л}} = \sqrt{1^2 + 2^2} \cdot 22 = 49,2 \text{ В}.$$

Потеря линейных напряжений

$$\Delta U_{\text{л}} = U_{\text{л.Г}} - U_{\text{л.Н}} = 380 - 297 = 83 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма напряжений приведена на рис. 3.9, в.

Задача 3.11. Два трехфазных активно-индуктивных симметричных приемника, подключенных параллельно к сети напряжением $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, потребляют мощности $P_1 = 10 \text{ кВт}$ и $P_2 = 7,5 \text{ кВт}$ при коэффициентах мощности $\cos \varphi_1 = 0,82$ и $\cos \varphi_2 = 0,5$. Определить ток в общей цепи и коэффициент мощности всей цепи.

Решение. Реактивные мощности приемников равны соответственно:

$$Q_1 = P_1 \operatorname{tg} \varphi_1 = 10 \cdot 0,7 = 7 \text{ квар};$$

$$Q_2 = P_2 \operatorname{tg} \varphi_2 = 7,5 \cdot 1,73 = 13 \text{ квар}.$$

Находим активную P , реактивную Q и полную S мощности всей цепи:

$$P = P_1 + P_2 = 17,5 \text{ кВт}; \quad Q = Q_1 + Q_2 = 20 \text{ квар};$$

$$S = \sqrt{3} U_{\text{л}} I = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{17,5^2 + 20^2} = 26,6 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Ток в общей цепи

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} U_{\text{л}}} = \frac{26,6 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220} = 70 \text{ А}.$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{17,5}{26,6} = 0,66.$$

Задача 3.12. От сети трехфазного тока с $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ и $f = 50 \text{ Гц}$ питается симметричная активно-индуктивная нагрузка, мощность которой $P = 100 \text{ кВт}$ и $\cos \varphi_{\text{н}} = 0,6$. Определить емкость соединенных звездой конденсаторов, необходимых для повышения $\cos \varphi$ до 0,9 (рис. 3.10, а). Как изменится емкость при включении конденсаторов треугольником для получения необходимого $\cos \varphi$?

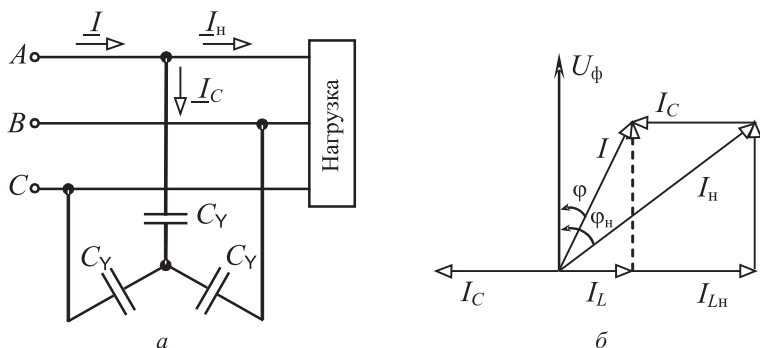


Рис. 3.10

Решение. Ток нагрузки

$$I_H = \frac{P}{\sqrt{3}U_{\text{л}}\cos\varphi_H} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,6} = 254 \text{ A.}$$

Ток, потребляемый из сети после подключения конденсаторов,

$$I = \frac{P}{\sqrt{3}U_{\text{л}}\cos\varphi} = \frac{100 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,9} = 169 \text{ A.}$$

Из векторной диаграммы рис. 3.10, б следует, что ток батареи конденсаторов

$$\begin{aligned} I_c &= U_\Phi \omega C_Y = I_{LH} - I_L = I_H \sin\varphi_H - I \sin\varphi = \\ &= 254 \cdot 0,8 - 169 \cdot 0,44 = 128,5 \text{ A.} \end{aligned}$$

Емкость одной фазы

$$C_Y = \frac{I_c}{\omega U_\Phi} = \frac{128,5}{314 \cdot 220} = 1860 \text{ мкФ.}$$

Емкость может быть рассчитана также по формуле

$$\begin{aligned} C_Y &= \frac{P_\Phi}{\omega U_\Phi^2} (\text{tg}\varphi_H - \text{tg}\varphi) = \frac{P/3}{\omega (U_{\text{л}}/\sqrt{3})^2} (\text{tg}\varphi_H - \text{tg}\varphi) = \frac{100 \cdot 10^3/3}{314 \cdot 220^2} \times \\ &\times (1,33 - 0,49) = 1860 \text{ мкФ.} \end{aligned}$$

При подключении конденсаторов треугольником $U_{\phi} = U_{\text{л}}$, т.е. напряжение конденсаторов возрастает в $\sqrt{3}$ раз:

$$C_{\Delta} = \frac{P_{\phi}}{\omega U_{\phi}^2} (\operatorname{tg} \varphi_{\text{н}} - \operatorname{tg} \varphi) = \frac{C_Y}{3} = 620 \text{ мкФ}.$$

Значит, целесообразной схемой соединения конденсаторов является треугольник.

Задача 3.13. В трехфазной цепи (рис. 3.11) $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $R_a = 44 \text{ Ом}$, $R_b = 22 \text{ Ом}$, $R_c = 14,7 \text{ Ом}$, $R = 26 \text{ Ом}$, $X = 26 \text{ Ом}$. Определить показания всех амперметров.

Решение. Находим токи приемников, соединенных звездой (показания амперметров А1, А2, А3):

$$I_{aY} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}R_a} = \frac{220}{44} = 5 \text{ А}; \quad I_{bY} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}R_b} = \frac{220}{22} = 10 \text{ А};$$

$$I_{cY} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}R_c} = \frac{220}{14,7} = 15 \text{ А}.$$

Фазные токи симметричного приемника, соединенного треугольником,

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{380}{\sqrt{26^2 + 26^2}} = 10,4 \text{ А}.$$

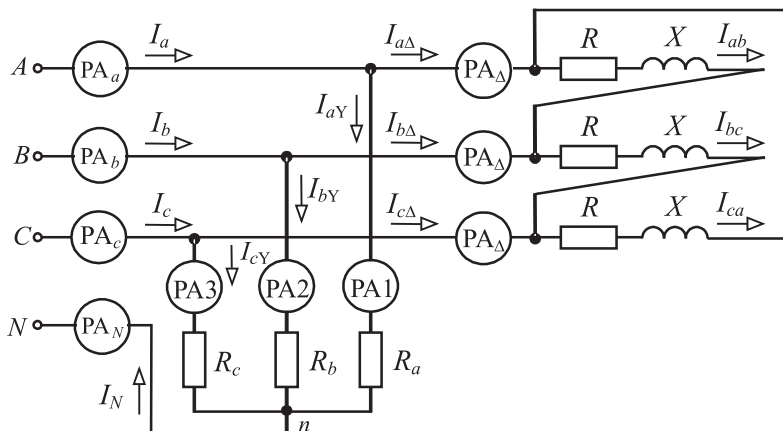


Рис. 3.11

Линейные токи этого приемника (показания амперметров A_Δ)

$$I_{a\Delta} = I_{b\Delta} = I_{c\Delta} = I_\Delta = \sqrt{3}I_\Phi = \sqrt{3} \cdot 10,4 = 18 \text{ A.}$$

Токи на общих участках цепи I_a, I_b, I_c определяются по первому закону Кирхгофа геометрической суммой линейных токов приемников и могут быть найдены графически с помощью векторной диаграммы (рис. 3.12).

Задача может быть решена аналитически комплексным методом. Совмещаем вектор \underline{U}_a с осью действительных величин комплексной плоскости (рис. 3.12). Тогда комплексные фазные и линейные напряжения равны соответственно:

$$\underline{U}_a = 220 \text{ В; } \underline{U}_b = 220e^{-j120^\circ} \text{ В; } \underline{U}_c = 220e^{j120^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{ab} = 380e^{j30^\circ} \text{ В; } \underline{U}_{bc} = 380e^{-j90^\circ} \text{ В; } \underline{U}_{ca} = 380e^{j150^\circ} \text{ В.}$$

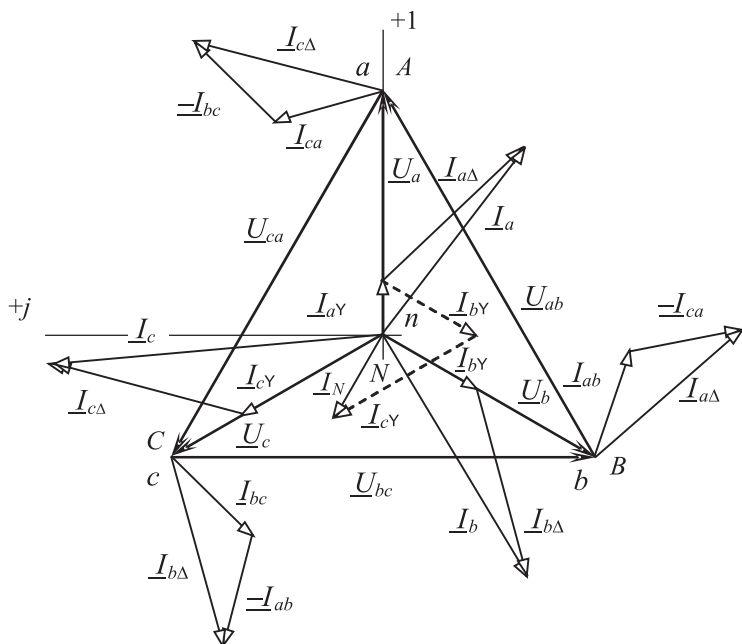


Рис. 3.12

Рассчитываем токи несимметричного приемника:

$$\underline{I}_{aY} = \frac{\underline{U}_a}{R_a} = \frac{220}{44} = 5 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{bY} = \frac{\underline{U}_b}{R_b} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{22} = 10e^{-j120^\circ} = -5 - j8,67 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{cY} = \frac{\underline{U}_c}{R_c} = \frac{220e^{j120^\circ}}{14,7} = 15e^{j120^\circ} = -7,5 + j13 \text{ A}.$$

Ток нейтрального провода

$$\underline{I}_N = \underline{I}_{aY} + \underline{I}_{bY} + \underline{I}_{cY} = -7,5 + j4,33 = 8,66e^{j150^\circ} \text{ A}.$$

Определяем комплексные фазные и линейные токи симметричного приемника:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}} = \frac{380e^{j30^\circ}}{26 + j26} = 10,4e^{-j15^\circ} = 10 - j2,7 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}} = \frac{380e^{-j90^\circ}}{26 + j26} = 10,4e^{-j135^\circ} = -7,35 - j7,35 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{\underline{Z}} = \frac{380e^{j150^\circ}}{26 + j26} = 10,4e^{j105^\circ} = -2,7 + j10 \text{ A};$$

$$\underline{I}_{a\Delta} = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 12,7 - j12,7 = 18e^{-j45^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{b\Delta} = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -17,35 - j4,65 = 18e^{-j165^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_{c\Delta} = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 4,65 + j17,35 = 18e^{j75^\circ} \text{ A}.$$

Вычисляем комплексные токи на общих участках цепи:

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{aY} + \underline{I}_{a\Delta} = 17,7 - j12,7 = 21,8e^{-j35^\circ 40'} \text{ A};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bY} + \underline{I}_{b\Delta} = -22,35 - j13,32 = 26e^{-j149^\circ} \text{ A};$$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{cY} + \underline{I}_{c\Delta} = -2,85 + j30,35 = 30,5e^{j95^\circ 20'} \text{ A}.$$

Задача 3.14. В цепи (рис. 3.13, а) $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, $Z = 80 + j60 \text{ Ом}$. Определить показания ваттметров P_{W1} , P_{W2} и мощность P , потребляемую приемником.

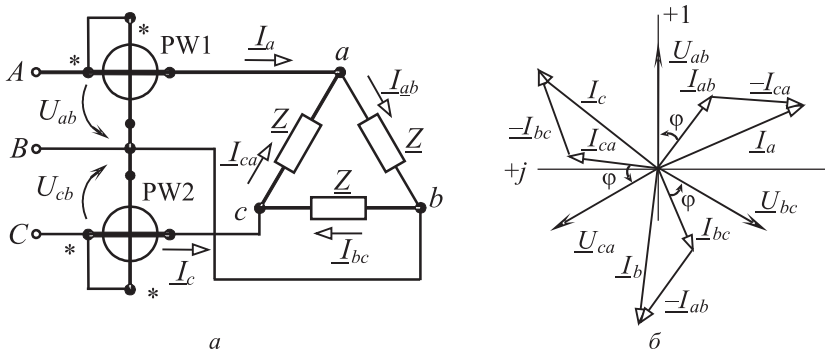


Рис. 3.13

Решение. Решаем задачу комплексным методом. Вектор линейного напряжения \underline{U}_{ab} совмещаем с осью действительных величин комплексной плоскости (рис. 3.13, б). Тогда получим комплекссы линейных напряжений:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_{ab} = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_{bc} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_{ca} = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Определяем комплексные фазные и линейные токи:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{Z} = \frac{220}{80 + j60} = 2,2e^{-j37^\circ} = 1,76 - j1,32 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{Z} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{80 + j60} = 2,2e^{-j157^\circ} = -2,02 - j0,86 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{ca}}{Z} = \frac{220e^{j120^\circ}}{80 + j60} = 2,2e^{j83^\circ} = 0,268 + j2,16 \text{ А};$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 1,492 - j3,5 = 3,8e^{-j67^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -3,78 + j0,46 = 3,8e^{j173^\circ} \text{ А};$$

$$I_c = I_{ca} - I_{bc} = 2,288 + j3,02 = 3,8e^{j53^\circ} \text{ А.}$$

Показания ваттметров

$$P_{W1} = \operatorname{Re}[U_{ab} I_a^*] = \operatorname{Re}[220 \cdot 3,8e^{j67^\circ}] = 220 \cdot 3,8\cos 67^\circ = 326 \text{ Вт};$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re}[U_{cb} I_c^*] = \operatorname{Re}[-220e^{-j120^\circ} \cdot 3,8e^{-j53^\circ}] = 220 \cdot 3,8\cos 7^\circ = 830 \text{ Вт.}$$

Потребляемая приемником мощность

$$P = \sqrt{3}U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 3,8\cos 37^\circ = 1156 \text{ Вт}$$

или

$$P = P_{W1} + P_{W2} = 326 + 830 = 1156 \text{ Вт.}$$

На рис. 3.13, б построена векторная диаграмма напряжений и токов.

Задача 3.15. В цепи (рис. 3.14, а) $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, $R = 20 \text{ Ом}$, $X = 15 \text{ Ом}$. Определить показание ваттметра и реактивную мощность трехфазной цепи.

Решение. Ваттметр покажет

$$P_W = U_{ca}I_b\cos(\vec{U}_{ca}\hat{I}_b) = U_{\text{л}}I_{\text{л}}\cos(\vec{U}_{ca}\hat{I}_b),$$

$$\text{где } I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\Phi} = \sqrt{3} \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \sqrt{3} \frac{220}{\sqrt{20^2 + 15^2}} = 15,2 \text{ А};$$

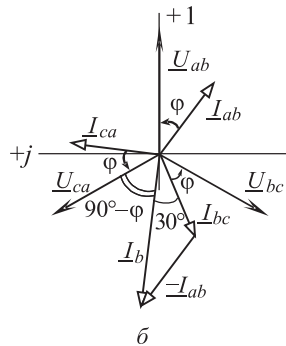
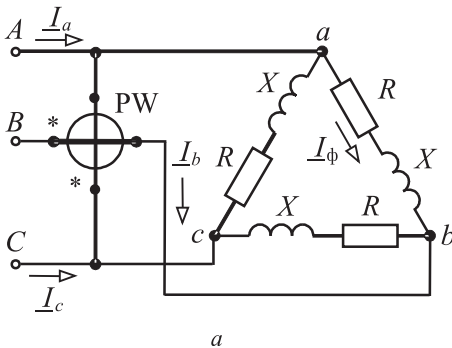


Рис. 3.14

Угол между векторами \vec{U}_{ca} и \vec{I}_b определяем с помощью векторной диаграммы (рис. 3.14, б):

$$(\vec{U}_{ca} \widehat{ } \vec{I}_b) = 120^\circ - 30^\circ - \varphi = 90^\circ - \varphi; \quad \varphi = \arctg \frac{X}{R} = \arctg \frac{15}{20} = 37^\circ;$$

$$P_W = U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(90^\circ - \varphi) = U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi = 220 \cdot 15,2 \cdot 0,6 = 2000 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi = \sqrt{3} P_W = \sqrt{3} \cdot 2000 = 3,46 \text{ квар.}$$

Задача может быть решена комплексным методом. Комплексы линейных напряжений:

$$\underline{U}_{ab} = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_{bc} = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{ca} = 220e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

Рассчитываем фазные токи \underline{I}_{ab} , \underline{I}_{bc} и линейный ток \underline{I}_b :

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{\underline{Z}} = \frac{220}{20 + j15} = 8,8e^{-j37^\circ} = 7 - j5,27 \text{ А};$$

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{bc}}{\underline{Z}} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{20 + j15} = 8,8e^{-j157^\circ} = -8,1 - j3,42 \text{ А};$$

$$\underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -15,1 + j1,85 = 15,2e^{j173^\circ} \text{ А.}$$

Показание ваттметра:

$$\begin{aligned} P_W &= \operatorname{Re}[\underline{U}_{ca} \underline{I}_b^*] = \operatorname{Re}[220e^{j120^\circ} \cdot 15,2e^{-j173^\circ}] = \\ &= 220 \cdot 15,2 \cdot \cos(-53^\circ) = 2000 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность всей цепи $Q = \sqrt{3} P_W = 3,46 \text{ квар.}$

Контрольные задачи

Задача 3.16. Записать комплексные выражения фазных и линейных ЭДС симметричного трехфазного генератора, обмотки которого соединены звездой. Начальную фазу ЭДС \underline{E}_A принять равной нулю.

Задача 3.17. Обмотки трехфазного генератора соединены звездой. Начальная фаза линейного напряжения \underline{U}_{BC} принята равной нулю. Чему равна начальная фаза фазного напряжения \underline{U}_B ?

Задача 3.18. В трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В включен симметричный приемник, сопротивления каждой фазы которого $R = 2 \text{ Ом}$, $X_L = 9,8 \text{ Ом}$. Определить линейный ток и активную мощность, потребляемую приемником, при соединении его фаз: а) звездой; б) треугольником. Построить векторные диаграммы.

Задача 3.19. Шесть резисторов одинакового сопротивления включают в трехфазную сеть по приведенным на рис. 3.15 схемам. Определить отношение активных мощностей для указанных схем. Принять мощность для схемы, приведенной на рис. 3.15, а, за единицу.

Задача 3.20. В фазы A и B четырехпроводной цепи включены резисторы сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$, в фазу C – конденсатор сопротивлением $X_C = 20 \text{ Ом}$; линейное напряжение цепи $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$. Определить ток в нейтральном проводе и активную мощность трехфазной цепи. Построить векторную диаграмму.

Задача 3.21. В фазу A четырехпроводной цепи включена катушка индуктивности ($R_a = 0$), в фазу B – резистор, в фазу C – конденсатор. Сопротивления фаз равны 100 Ом каждая, $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$. Определить ток в нейтральном проводе, активную и реактивную мощности трехфазной цепи. Построить векторную диаграмму.

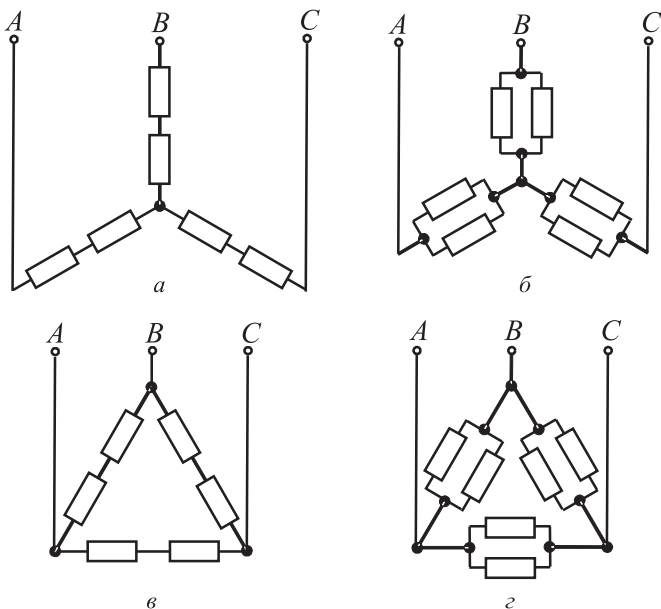


Рис. 3.15

Задача 3.22. Линейные токи симметричного трехфазного приемника, соединенного звездой без нейтрального провода, равны 10 А. Как изменятся токи: а) при коротком замыкании; б) при обрыве в фазе A ?

Задача 3.23. В цепи (рис. 3.16) $R = X_C = X_L = 10$ Ом, $U_{\text{л}} = 173$ В. Определить токи, активную, реактивную и полную мощности цепи.

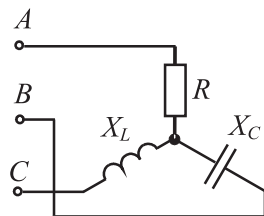


Рис. 3.16

Задача 3.24. В цепи (рис. 3.17) $U_{\text{л}} = 220$ В, $R_1 = 22$ Ом, $R_2 = R_3 = 11$ Ом. Определить линейные токи и мощности цепи. Построить векторную диаграмму.

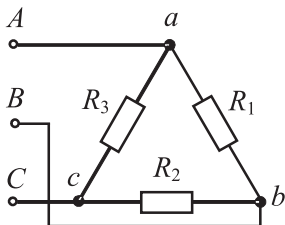


Рис. 3.17

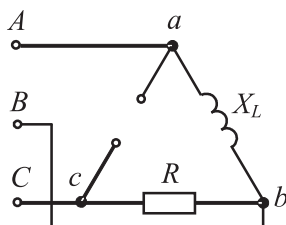


Рис. 3.18

Задача 3.25. В цепи (рис. 3.18) $U_{\text{л}} = 220$ В, $R = X_L = 100$ Ом. Определить линейные токи и построить векторную диаграмму.

Задача 3.26. В цепи (рис. 3.19) $U_{\text{л}} = 220$ В, $R = X_C = 100$ Ом. Определить линейные токи и построить векторную диаграмму.

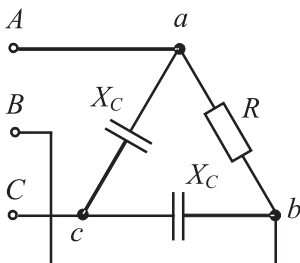


Рис. 3.19

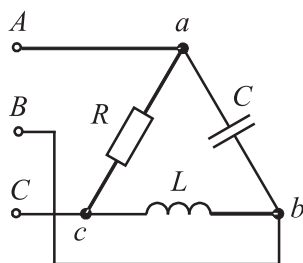


Рис. 3.20

Задача 3.27. Определить линейные токи в цепи (рис. 3.20), если все фазные токи $I_{\text{ф}} = 1$ А.

Задача 3.28. В цепи (см. рис. 3.19) $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, $R = X_C = 100 \text{ Ом}$. Определить линейные токи: а) при обрыве в фазе са; б) при обрыве линейного провода Сс.

Задача 3.29. Симметричный активно-индуктивный трехфазный приемник потребляет мощность $P = 20 \text{ кВт}$ при $\cos\varphi = 0,5$. Линейное напряжение сети 220 В , частота $f = 50 \text{ Гц}$. Рассчитать емкость конденсаторов одной фазы, необходимых для повышения коэффициента мощности цепи до $0,92$ при соединении их: а) звездой; б) треугольником.

Задача 3.30. Симметричный трехфазный приемник $Z_{\text{ф}} = 5 + j7 \text{ Ом}$, соединенный звездой, подключен к генератору линии, сопротивление фазы которой $Z_{\text{л}} = 1 + j1 \text{ Ом}$. Каково должно быть линейное напряжение генератора, чтобы линейное напряжение приемника $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$?

Задача 3.31. Трехфазный приемник соединен линией с генератором, линейное напряжение которого 380 В . Фазы приемника сопротивлением $Z_{\text{ф}} = 210 + j165 \text{ Ом}$ соединены треугольником. Сопротивление каждого из линейных проводов линии $Z_{\text{л}} = 10 + j5 \text{ Ом}$. Определить напряжение на нагрузке.

Задача 3.32. В цепи (рис. 3.21) $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $X_C = 110 \text{ Ом}$. Определить показания ваттметров, активную, реактивную и полную мощности цепи.

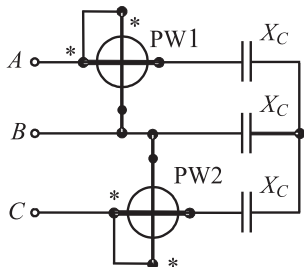


Рис. 3.21

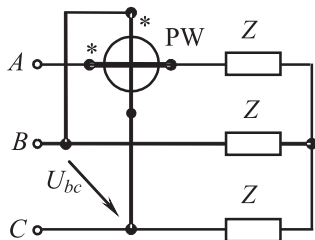


Рис. 3.22

Задача 3.33. В цепи (рис. 3.22) $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, $Z = 10 + j7,8 \text{ Ом}$. Определить показание ваттметра, активную и реактивную мощности цепи.

Задача 3.34. Измерение активной мощности, потребляемой от сети трехфазным симметричным приемником, проводилось двумя ваттметрами. Показания ваттметров $P_{W1} = 2 \text{ кВт}$, $P_{W2} = 4 \text{ кВт}$. Начертить электрическую схему цепи и определить коэффициент мощности приемника.

Ответы к контрольным задачам

3.16. $\underline{E}_A = E$, $\underline{E}_B = Ee^{-j120^\circ}$, $\underline{E}_C = Ee^{j120^\circ}$, $\underline{E}_{AB} = \sqrt{3}Ee^{j30^\circ}$, $\underline{E}_{AB} = \sqrt{3}Ee^{j90^\circ}$, $\underline{E}_{CA} = \sqrt{3}Ee^{j150^\circ}$. **3.17.** $\psi_B = -30^\circ$. **3.18.** а) $I_A = 12,7$ А, $P = 968$ Вт; б) $I_A = 38$ А, $P = 2904$ Вт. **3.19.** 1 : 4 : 3 : 12. **3.20.** 14,2 А, 3,2 кВт. **3.21.** 6 А, 484 Вт, 0. **3.22.** а) $I_A = 30$ А, $I_B = I_C = 17,3$ А; б) $I_A = 0$, $I_B = I_C = 8,67$ А. **3.23.** $\underline{I}_A = -17,3$ А, $\underline{I}_B = 33,5e^{-j75^\circ}$ А, $\underline{I}_C = 33,5e^{j75^\circ}$ А, $P = 300$ Вт, $Q = 0$, $S = 300$ В·А. **3.24.** $I_A = I_B = 26,4$ А, $I_C = 34,6$ А, $P = 11$ кВт. **3.25.** $I_A = I_C = 2,2$ А, $I_B = 1,14$ А. **3.26.** $I_A = 4,25$ А, $I_B = 1,14$ А, $I_C = 3,81$ А. **3.27.** $I_A = 0,52$ А, $I_B = 1$ А, $I_C = 0,52$ А. **3.28.** а) $I_A = I_C = 2,2$ А, $I_B = 1,14$ А; б) $I_A = I_B = 2,46$ А, $I_C = 0$. **3.29.** $C_Y = 1720,2$ мкФ, $C_A = 573,4$ мкФ. **3.30.** 442,56 В. **3.31.** 338,8 В. **3.32.** $P_{W1} = 380$ Вт, $P_{W2} = -380$ Вт, $P = 0$, $Q = 1320$ вар, $S = 1320$ В·А. **3.33.** $P_W = 1354,46$ Вт, $P = 3000$ Вт, $Q = 2340$ вар. **3.34.** $\cos\phi = 0,866$.

4. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Задачи с решениями

Задача 4.1. Катушка, сопротивление которой $R = 5$ Ом и индуктивность $L = 0,5$ Гн, подключается к источнику постоянного напряжения $U = 30$ В (рис. 4.1, *a*). Найти закон изменения тока $i(t)$ и ЭДС самоиндукции $e_L(t)$, постоянную времени τ . Построить диаграммы $i(t)$, $e_L(t)$ при переходном режиме. Определить ток катушки в момент времени $t_1 = 0,1$ с после замыкания ключа и скорость нарастания тока в начальный момент.

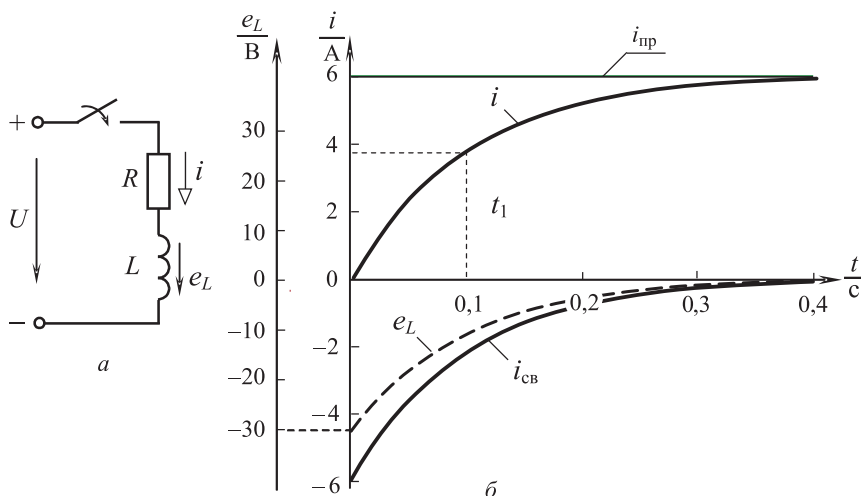


Рис. 4.1

Решение. Согласно второму закону Кирхгофа уравнение электрического состояния цепи в послекоммутационном режиме имеет вид

$$U = Ri + L \frac{di}{dt}.$$

Решение уравнения находим как сумму принужденной ($i_{пр}$) и свободной ($i_{св}$) составляющих:

$$i = i_{пр} + i_{св}.$$

Принужденную составляющую определяем из расчета цепи в установившемся режиме, т.е. при $t = \infty$:

$$i_{\text{пр}} = U/R = 6 \text{ А},$$

а свободную составляющую – из общего решения однородного уравнения

$$0 = Ri_{\text{св}} + L \frac{di_{\text{св}}}{dt}; \quad i_{\text{св}} = Ae^{pt},$$

где $p = -R/L$ – показатель затухания (корень характеристического уравнения $0 = R + Lp$); $\tau = -1/p = L/R = 0,1 \text{ с}$ – постоянная времени цепи.

Постоянную интегрирования A находим из начальных условий с помощью первого закона коммутации при $t = 0$:

$$i(0) = U/R + Ae^{-t/\tau};$$

$$0 = 6 + A; \quad A = -6.$$

Таким образом, ток катушки изменяется по закону

$$i = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-t/\tau} \right) = 6 \left(1 - e^{-t/0,1} \right) \text{ А}.$$

Индукционная в катушке ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -Ue^{-t/\tau} = -30e^{-t/0,1} \text{ В}.$$

Диаграммы $i(t)$ и $e_L(t)$ приведены на рис. 4.1, б.

В момент времени $t_1 = 0,1 \text{ с}$

$$i(0,1) = 6(1 - e^{-1}) = 3,8 \text{ А}.$$

Скорость нарастания тока в начальный момент

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{U}{L} = 60 \text{ А/с}.$$

Задача 4.2. Цепь (рис. 4.1, а) подключается к источнику постоянного напряжения $U = 30 \text{ В}$. Параметры катушки: $R = 5 \text{ Ом}$, $L = 0,5 \text{ Гн}$. Определить время, за которое ток в катушке достигнет 95% своего установившегося значения, а также энергию магнитного поля катушки в этот момент.

Решение. Выражение для тока цепи в переходном режиме имеет вид

$$i = 6(1 - e^{-t/0,1}) \text{ А.}$$

Из этого выражения определяем время t_1 , за которое ток достигнет 95% установившегося значения:

$$0,95 \cdot 6 = 6(1 - e^{-t_1/0,1}) \text{ А,}$$

откуда $e^{-t_1/0,1} = 0,05$, $-t_1/0,1 = \ln 0,05 = \ln 5 - \ln 100 = 1,6 - 4,6 = -3$, $t_1 = 0,3 \text{ с.}$

Обращаем внимание, что $t_1 = 3\tau$, где $\tau = 0,1 \text{ с}$ – постоянная времени. Энергия магнитного поля в этот момент

$$W|_{t_1=0,3 \text{ с}} = \frac{Li_{0,3}^2}{2} = \frac{0,5(5,7)^2}{2} = 8,12 \text{ Дж.}$$

Задача 4.3. Электромагнит постоянного тока имеет сопротивление $R = 11 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 0,44 \text{ Гн}$. Напряжение источника $U = 220 \text{ В}$. Рассчитать сопротивление R_p реостата, шунтирующего обмотку электромагнита (рис. 4.2), при котором напряжение на обмотке в момент отключения электромагнита не превысит утроенного значения напряжения источника.

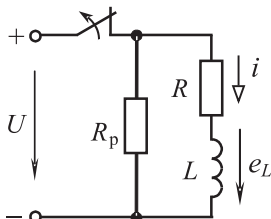


Рис. 4.2

Решение. Установившееся значение тока электромагнита, включенного под напряжение, $I = U/R = 20 \text{ А}$. Электрическое состояние цепи при отключенном источнике напряжения характеризуется уравнением

$$0 = (R + R_p)i + L \frac{di}{dt},$$

решение которого $i = Ae^{-\frac{R+R_p}{L}t}$.

Поскольку ток в индуктивности не изменяется скачком, то в момент размыкания ключа ($t = 0$) $i(0) = 20 = Ae^0$, значит, $A = 20$, и ток в переходном режиме

$$i = 20e^{-\frac{R+R_p}{L}t} \text{ А.}$$

Напряжение на обмотке электромагнита

$$u_{\text{эм}} = R_{\text{п}} i = 20 R_{\text{п}} e^{-\frac{R+R_{\text{п}}}{L} t} \text{ В.}$$

Сопротивление $R_{\text{п}}$ рассчитываем так, чтобы в момент отключения ($t = 0$) $u_{\text{эм}} \leq 3U$:

$$3U \geq 20 R_{\text{п}} e^0; R_{\text{п}} \leq 660/20 = 33 \text{ Ом.}$$

Задача 4.4. Обмотка электромагнита имеет сопротивление $R = 2$ Ом и индуктивность $L = 0,5$ Гн. Рассчитать, чему должно быть равно сопротивление добавочного резистора $R_{\text{д}}$, включаемого последовательно с обмоткой, и напряжение сети U , чтобы электромагнит срабатывал через промежуток времени $t_{\text{с}} = 0,1$ с после его подключения к источнику. Установившийся ток обмотки $I_{\text{у}} = 5$ А. Ток срабатывания электромагнита $I_{\text{с}} = 3,5$ А.

Решение. Ток цепи в любой момент времени определяется выражением

$$i = I_{\text{у}}(1 - e^{-t/\tau}),$$

где $I_{\text{у}} = \frac{U}{R + R_{\text{д}}}$, $\tau = \frac{L}{R + R_{\text{д}}}.$

В момент срабатывания электромагнита

$$I_{\text{с}} = I_{\text{у}}(1 - e^{-t_{\text{с}}/\tau}); 3,5 = 5 \left(1 - e^{-\frac{0,1(2+R_{\text{д}})}{0,5}} \right),$$

откуда $e^{-0,2(2+R_{\text{д}})} = 0,3$; $-0,4 - 0,2R_{\text{д}} = \ln 0,3 = -1,2$; $R_{\text{д}} = 4$ Ом.

Напряжение сети

$$U = (R + R_{\text{д}})I_{\text{у}} = 30 \text{ В.}$$

Задача 4.5. Для измерения напряжения на зажимах катушки с $R = 22$ Ом и $L = 2$ Гн включен вольтметр по схеме, приведенной на рис. 4.3. Сопротивление вольтметра $R_{\text{В}} = 10$ кОм, предел измерения 250 В. Можно ли отключить катушку от сети напряжением $U = 220$ В, не отсоединяя вольтметр?

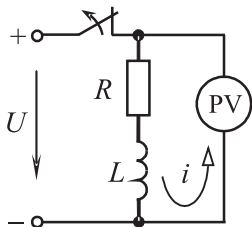


Рис. 4.3

Решение. Ток послекоммутационной цепи изменяется по закону

$$i = \frac{U}{R} e^{-t/\tau} = 10 e^{-t/\tau} \text{ А,}$$

где $\tau = L/(R + R_{\text{В}}) \approx 0,0002$ с.

В момент отключения катушки напряжение на вольтметре (при $t = 0$)

$$U_V = R_V i(0) = 10\,000 \cdot 10 = 100 \text{ кВ},$$

т.е. в 400 раз превышает допустимое для вольтметра значение, что приведет к повреждению изоляции прибора. Поэтому перед отключением катушки следует отсоединить вольтметр.

Задача 4.6. Найти закон изменения тока i и напряжения u_C в цепи, изображенной рис. 4.4, *a*, после замыкания ключа, если $U = 220 \text{ В}$, $R = 10 \text{ Ом}$, $C = 100 \text{ мкФ}$. Определить постоянную времени τ и время зарядки конденсатора до напряжения 50 В .

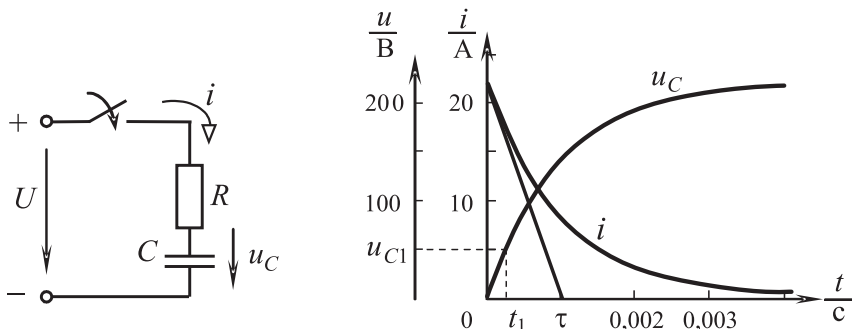


Рис. 4.4

Решение. После коммутации уравнение электрического состояния цепи

$$U = Ri + u_C = RC \frac{du_C}{dt} + u_C.$$

Решением его является сумма принужденной ($u_{C\text{пр}}$) и свободной ($u_{C\text{св}}$) составляющих:

$$u_C = u_{C\text{пр}} + u_{C\text{св}}.$$

Принужденную составляющую находим из расчета цепи в установившемся режиме, т.е. при $t = \infty$:

$$u_{C\text{пр}} = U = 220 \text{ В},$$

свободную составляющую – из общего решения однородного уравнения

$$0 = RC \frac{du_{C\text{ CB}}}{dt} + u_{C\text{ CB}}; \quad u_{C\text{ CB}} = Ae^{pt},$$

где $p = -1/(RC)$ – показатель затухания (корень характеристического уравнения $0 = RCp + 1$).

Напряжение конденсатора в переходном режиме

$$u_C = U + Ae^{-t/(RC)}.$$

Постоянную интегрирования A находим из начальных условий с помощью второго закона коммутации при $t = 0$:

$$u_C(0) = 0 = U + A,$$

откуда $A = -U$. Тогда напряжение на конденсаторе

$$u_C = U(1 - e^{-t/(RC)}) = 220(1 - e^{-t/0,001}) \text{ В},$$

ток в цепи

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-t/(RC)} = 22e^{-t/0,001} \text{ А}.$$

Постоянная времени

$$\tau = -1/p = RC = 10^{-3} \text{ с}.$$

Диаграммы $u_C(t)$ и $i(t)$ приведены на рис. 4.4, б.

Для определения времени, за которое конденсатор зарядится до напряжения 50 В, воспользуемся общим выражением для u_C :

$$50 = 220(1 - e^{-t_1/0,001}),$$

откуда:

$$e^{-1000t_1} = 0,775; \quad -1000t_1 = \ln 0,775;$$

$$t_1 = \frac{\ln 7,75 - \ln 10}{-1000} = \frac{2,04 - 2,3}{-1000} = 26 \cdot 10^{-5} \text{ с}.$$

Задача 4.7. Конденсатор емкостью $C = 500$ мкФ, заряженный до напряжения источника U , разряжается на резистор сопротивлением R (рис. 4.5, а). При этом за время $t_1 = 0,035$ с напряжение на зажимах конденсатора снижается в 2 раза. Определить сопротив-

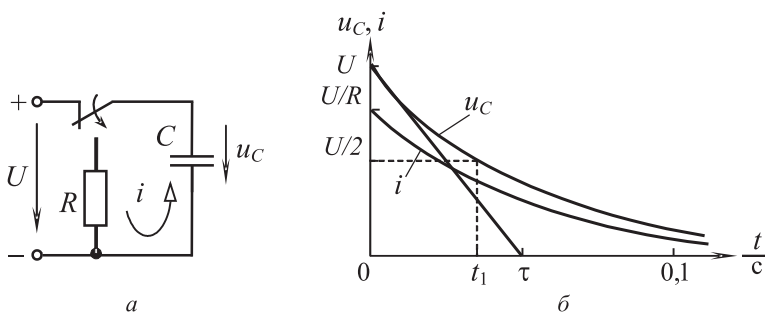


Рис. 4.5

ление R и постоянную времени τ переходного процесса. Построить диаграммы $u_C(t)$ и $i(t)$.

Решение. По второму закону Кирхгофа для послекоммутационной цепи

$$0 = RC \frac{du_C}{dt} + u_C.$$

Это уравнение имеет решение $u_C = u_{C\text{св}} = Ae^{pt}$, где $p = -1/(RC)$.

Поскольку согласно второму закону коммутации напряжение на емкости не изменяется скачком, то в момент переключения рубильника (при $t = 0$) $u_C(0) = U = Ae^0$. Следовательно, $A = U$, и напряжение при разрядке конденсатора

$$u_C = Ue^{-t/(RC)}.$$

Решая это уравнение для момента времени t_1 , определяем сопротивление резистора R :

$$\frac{U}{2} = Ue^{-\frac{0,035 \cdot 10^6}{R \cdot 500}}, \quad 0,5 = e^{-\frac{70}{R}},$$

$$R = -\frac{70}{\ln 5 - \ln 10} = -\frac{70}{1,6 - 2,3} = 100 \text{ Ом}.$$

Постоянная времени $\tau = RC = 0,05$ с.

Диаграммы изменения напряжения u_C и тока при разрядке конденсатора (рис. 4.5, б) строим по уравнениям:

$$u_C = Ue^{-t/0,05} \text{ В; } i = -C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-t/0,05} \text{ А}.$$

Задача 4.8. Цепь, состоящая из двух параллельных ветвей ($R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $L = 0,1 \text{ Гн}$, $C = 200 \text{ мкФ}$), включается на постоянное напряжение $U = 24 \text{ В}$ (рис. 4.6, а). Найти закон изменения переходных токов в ветвях и неразветвленной части. Построить диаграммы $i_1(t)$, $i_2(t)$, $i(t)$. Как следует изменить емкость C конденсатора, чтобы ток в неразветвленной части цепи имел постоянное значение? Определить значение этого тока.

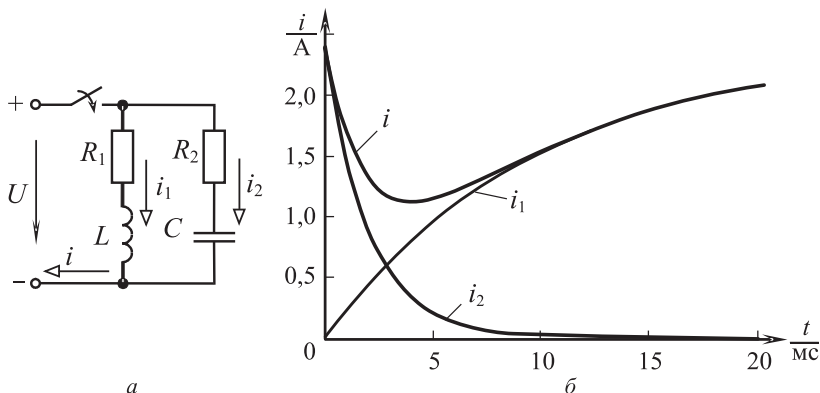


Рис. 4.6

Решение. Токи переходного режима в параллельных ветвях схемы независимы и определяются уравнениями:

$$i_1 = \frac{U}{R_1}(1 - e^{-t/\tau_1}) = 2,4(1 - e^{-100t}) \text{ А}; \quad \tau_1 = \frac{L}{R_1} = 0,01 \text{ с};$$

$$i_2 = \frac{U}{R_2}e^{-t/\tau_2} = 2,4e^{-500t} \text{ А}; \quad \tau_2 = R_2C = 0,002 \text{ с}.$$

Общий ток цепи находим по первому закону Кирхгофа:

$$i = i_1 + i_2 = \frac{U}{R}(1 - e^{-t/\tau_1} + e^{-t/\tau_2}) = 2,4(1 - e^{-100t} + e^{-500t}) \text{ А}.$$

Как видно из последнего выражения, общий ток не будет зависеть от времени при условии $\tau_1 = \tau_2$, т.е. $L/R = RC'$, откуда

$$C' = L/R^2 = 1000 \text{ мкФ}.$$

При этом ток $i = 2,4 \text{ А}$.

Задача 4.9. Определить начальные и установившиеся значения токов i , i_1 , i_2 , напряжений u_C и u_L при замыкании ключа (рис. 4.7), если $U = 220$ В, $R = 22$ Ом, $L = 100$ мГн, $C = 50$ мкФ. Напряжение на конденсаторе до замыкания ключа равнялось нулю.

Решение. До коммутации токи и напряжения имели следующие значения:

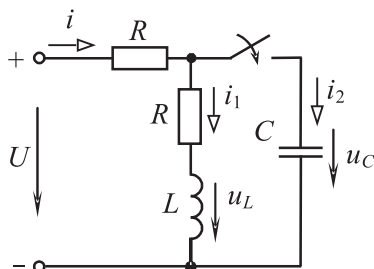


Рис. 4.7

$$i = i_1 = U/(2R) = 5 \text{ А};$$

$$i_2 = 0; u_L = u_C = 0.$$

Запишем уравнения законов Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений послекоммутационной цепи:

$$i = i_1 + i_2; \quad (1)$$

$$U = Ri + u_C; \quad (2)$$

$$Ri_1 + u_L = u_C. \quad (3)$$

Поскольку ток в индуктивности и напряжение на емкости не изменяются скачком, то в момент коммутации ($t = 0$):

$$i_1(0) = 5 \text{ А}, \quad u_C(0) = 0.$$

Согласно уравнению (2)

$$i(0) = \frac{U - u_C(0)}{R} = 10 \text{ А}.$$

Тогда из уравнения (1) находим:

$$i_2(0) = i(0) - i_1(0) = 5 \text{ А},$$

а из выражения (3)

$$u_L(0) = u_C(0) - Ri_1(0) = -110 \text{ В}.$$

В установившемся режиме послекоммутационной цепи ($t = \infty$):

$$i = i_1 = U/(2R) = 5 \text{ A}; \quad i_2 = 0; \quad u_L = 0; \quad u_C = Ri_1 = 110 \text{ В}.$$

Ответы приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Величина	Режим		
	до коммутации	$t = 0$	$t = \infty$
i , А	5	10	5
i_1 , А	5	5	5
i_2 , А	0	5	0
u_C , В	0	0	110
u_L , В	0	-110	0

Задача 4.10. Катушка, имеющая индуктивность $L = 0,127$ Гн и сопротивление $R = 6,35$ Ом, включается на синусоидальное напряжение $u = \sqrt{2} \cdot 220 \sin(\omega t + \psi)$ В, где $\psi = 30^\circ$. Частота напряжения 50 Гц. Определить закон изменения тока в цепи, а также значение тока через два периода после включения. Рассчитать начальную фазу напряжения сети, при которой будет отсутствовать переходный процесс.

Решение. Для определения тока катушки в установившемся режиме находим:

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,127 = 40 \text{ Ом}; \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 40,5 \text{ Ом};$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{6,35}{40,5}; \quad \varphi = 81^\circ; \quad \psi_i = \psi - \varphi = 30 - 81 = -51^\circ.$$

В установившемся режиме ток

$$i_{\text{уп}} = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = 7,68 \sin(\omega t - 51^\circ) \text{ А}.$$

Свободная составляющая тока $i_{\text{св}} = Ae^{-t/\tau}$, где $\tau = L/R = 0,02$ с. Действительный ток

$$i = i_{\text{уп}} + i_{\text{св}} = 7,68 \sin(\omega t - 51^\circ) + Ae^{-t/\tau}.$$

Постоянную интегрирования A находим из начальных условий, при $t = 0$:

$$i(0) = 0 = 7,68 \sin(-51^\circ) + A,$$

откуда $A = -7,68\sin(-51^\circ) = 5,97$.

Уравнение тока катушки имеет вид

$$i = 7,68\sin(\omega t - 51^\circ) + 5,97e^{-t/0,02} \text{ А.}$$

Диаграммы изменения тока i и составляющих $i_{\text{пр}}$, $i_{\text{св}}$ приведены на рис. 4.8.

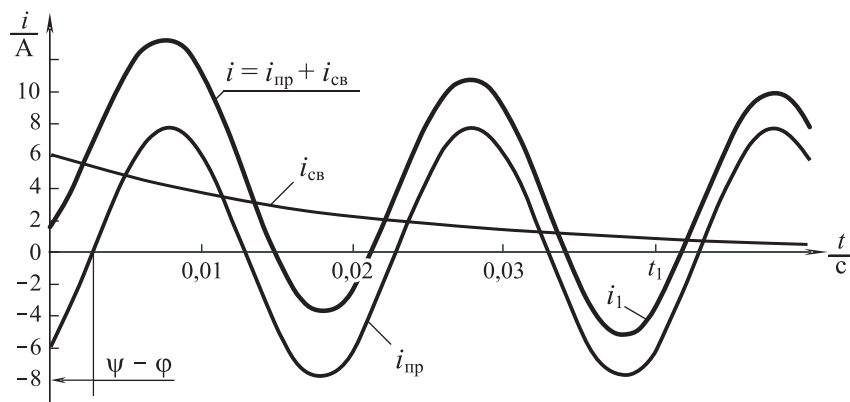


Рис. 4.8

Определяем значение тока через два периода после включения ($\omega t_1 = 4\pi$; $t_1 = 4\pi/314 = 0,04$ с):

$$i_1 = 7,68\sin(720^\circ - 51^\circ) + 5,97e^{-0,04/0,02} = -5,17 \text{ А.}$$

Переходный процесс будет отсутствовать, если

$$i_{\text{св}} = \frac{U_m}{Z}\sin(\psi - \varphi)e^{-t/\tau} = 0,$$

т.е. при $\psi - \varphi = 0$, значит, $\psi = \varphi = 81^\circ$.

Задача 4.11. Найти закон изменения тока $i(t)$ и напряжения $u_C(t)$ на конденсаторе, если последовательно соединенные резистор и конденсатор ($R = 2$ Ом, $C = 50$ мкФ) включаются на синусоидальное напряжение $u = 141\sin(314t + \psi)$ В, где $\psi = 45^\circ$. При каком значении ψ начальное значение тока будет максимальным?

Решение. Определяем ток и напряжение конденсатора в установившемся режиме:

$$i_{np} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (1/(\omega C))^2}} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = 2,21 \sin(314t + 133^\circ 20') \text{ В};$$

$$u_{C \text{ np}} = \frac{U_m}{Z} X_C \sin(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}) = 140 \sin(314t + 43^\circ 20') \text{ В},$$

$$\text{где } \varphi = \arctg - \frac{1/(\omega C)}{R} = \arctg \frac{-63,7}{2} = -88^\circ 20'.$$

Свободная составляющая напряжения $u_{C \text{ св}} = Ae^{-t/\tau}$, где $\tau = RC = 2 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 10^{-4} \text{ с}$.

Общее выражение для напряжения имеет вид

$$u_C = u_{C \text{ np}} + u_{C \text{ св}} = 140 \sin(314t + 43^\circ 20') + Ae^{-t/\tau} \text{ В}.$$

Используя второй закон коммутации, находим постоянную интегрирования A . При $t = 0$

$$u_C(0) = 0 = 140 \sin 43^\circ 20' + A; \quad A = -96.$$

Окончательное выражение для напряжения

$$u_C = \frac{U_m}{Z} X_C \sin(\omega t + \psi - \varphi - 90^\circ) - \frac{U_m}{Z} X_C \sin(\psi - \varphi - 90^\circ) e^{-t/\tau},$$

$$u_C = 140 \sin(314t + 43^\circ 20') - 96 e^{-10^4 t} \text{ В}.$$

Ток конденсатора

$$i = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U_m}{R} (\cos \varphi \sin(\omega t + \psi - \varphi) - \sin \varphi \sin(\psi - \varphi - 90^\circ) e^{-t/\tau});$$

$$i = 2,21 \sin(314t + 133^\circ 20') + 48 e^{-10^4 t} \text{ А}.$$

В момент включения цепи, как следует из общего выражения тока,

$$i(0) = \frac{U_m}{R} \sin \psi.$$

Значит, наибольшее значение $i_{\max} = U_m/R = 70,5 \text{ А}$ будет при $\psi = \pi/2$. Действительно, в момент включения цепи емкость как бы закорочена ($u_C(0) = 0$) и все внешнее напряжение приложено к сопротивлению R .

Контрольные задачи

Задача 4.12. Определить длительность переходного процесса в цепи (см. рис. 4.1, *a*) при замыкании ключа ($R = 5 \text{ Ом}$, $L = 0,5 \text{ Гн}$). Считать, что переходный процесс заканчивается по прошествии времени $t = 4\tau$.

Задача 4.13. Для цепи (см. рис. 4.1, *a*) рассчитать сопротивление R резистора из условия, что за время $t = 0,1 \text{ с}$ после подключения цепи к источнику постоянного напряжения ток катушки достигнет значения $i = 2,6 \text{ А}$. Индуктивность катушки $L = 0,5 \text{ Гн}$. Ток установившегося режима 3 А . Определить напряжение u_L в момент $t = 0,1 \text{ с}$.

Задача 4.14. Катушка, индуктивность которой $L = 2 \text{ Гн}$ и сопротивление $R = 5 \text{ Ом}$, замыкается накоротко в момент, когда ток катушки равен 10 А . Определить напряжение на катушке и скорость убывания тока в момент замыкания. Какова скорость убывания тока, когда $i = 5 \text{ А}$?

Задача 4.15. К зажимам обмотки возбуждения машины постоянного тока подключен вольтметр, сопротивление которого 3000 Ом . Индуктивность обмотки $L = 15 \text{ Гн}$, активное сопротивление 20 Ом . Во сколько раз повысится напряжение на вольтметре в момент отключения цепи (см. рис. 4.3) от источника постоянного напряжения $U = 100 \text{ В}$? Рассчитать энергию, выделившуюся в вольтметре после размыкания.

Задача 4.16. Определить начальное значение ЭДС самоиндукции e_L , возникающей в катушке при размыкании ключа (рис. 4.9).

Задача 4.17. Определить длительность переходного процесса, возникающего при разряде конденсатора емкостью $C = 500 \text{ мкФ}$ через резистор сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$. Считать, что переходный процесс заканчивается по прошествии времени $t = 4\tau$.

Задача 4.18. В цепи (см. рис. 4.4, *a*) определить емкость C конденсатора из условия, что за время $t_1 = 0,01 \text{ с}$ после подключения цепи к источнику постоянного напряжения $U = 230 \text{ В}$ напряжение на конденсаторе при его зарядке через резистор сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ достигает значения $u_{C1} = 200 \text{ В}$. Рассчитать значение тока i_1 в момент времени $t_1 = 0,01 \text{ с}$.

Задача 4.19. Конденсатор емкостью $C = 100 \text{ мкФ}$, заряженный до напряжения $U_{C0} = 220 \text{ В}$, разряжается на резистор сопротивлением R (см. рис. 4.5, *a*). Определить сопротивление R резистора,

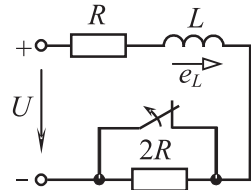


Рис. 4.9

если за время $t = 3,5 \cdot 10^{-3}$ с энергия электрического поля конденсатора уменьшилась вдвое по сравнению с первоначальной.

Задача 4.20. Определить начальные и установившиеся значения токов i , i_1 , i_2 и напряжения u_C при замыкании ключа в цепи (рис. 4.10), если $U = 220$ В, $R = 11$ Ом, $R_1 = 44$ Ом, $C = 100$ мкФ.

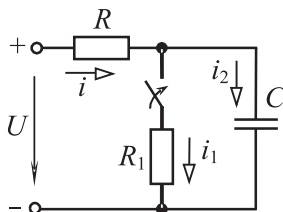


Рис. 4.10

Задача 4.21. Определить начальные и установившиеся значения токов i , i_1 , i_2 и напряжений u_C , u_L при замыкании ключа в цепи (см. рис. 4.6, а), если $U = 110$ В, $R_1 = 11$ Ом, $R_2 = 22$ Ом.

Задача 4.22. Катушка, индуктивность которой $L = 160$ мГн и активное сопротивление $R = 8,8$ Ом, подключается к источнику синусоидального напряжения $u = 310\sin(314t + \psi)$ В. Определить начальную фазу напряжения ψ , при которой свободная составляющая тока в начальный момент имеет максимальное значение. Рассчитать при этом наибольшее значение тока переходного режима i_{\max} и соответствующее ему время t_1 .

Задача 4.23. В задаче 4.11 определить начальную фазу синусоидального напряжения ψ , при которой будет отсутствовать переходный процесс, т.е. напряжение конденсатора сразу после включения будет изменяться по синусоидальному закону.

Ответы к контрольным задачам

4.12. 0,4 с. 4.13. $R = 10$ Ом, $u_L = 4$ В. 4.14. $u_L = 50$ В, $\frac{di}{dt}|_{t=0} = -25$ А/с, $\frac{di}{dt}|_{i=5\text{А}} = -12,5$ А/с. 4.15. В 150 раз, $W = 186$ Дж. 4.16. $2U$. 4.17. 0,2 с. 4.18. $C = 50$ мкФ, $i = 0,308$ А. 4.19. 100 Ом. 4.20. $t = 0$: $i = 0$, $i_1 = 5$ А, $i_2 = -5$ А, $u_C = 220$ В; $t = \infty$: $i = i_1 = 4$ А, $i_2 = 0$, $u_C = 176$ В. 4.21. $t = 0$: $i = i_2 = 5$ А, $i_1 = 0$, $u_C = 0$, $u_L = 110$ В; $t = \infty$: $i = i_1 = 10$ А, $i_2 = 0$, $u_C = 110$ В, $u_L = 0$. 4.22. $\psi = 170^\circ$, $i_{\max} = 9,6$ А, $t_1 = 0,01$ с. 4.23. $\psi = 1^\circ 40' \pm 180^\circ$.

5. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Задачи с решениями

Задача 5.1. Электродвижущая сила периодически изменяется по трапецеидальному закону (рис. 5.1, а). Записать ряд Фурье и построить по нему кривую мгновенных значений ЭДС (при разложении в ряд ограничиться тремя членами ряда). Определить коэффициенты, характеризующие форму кривой.

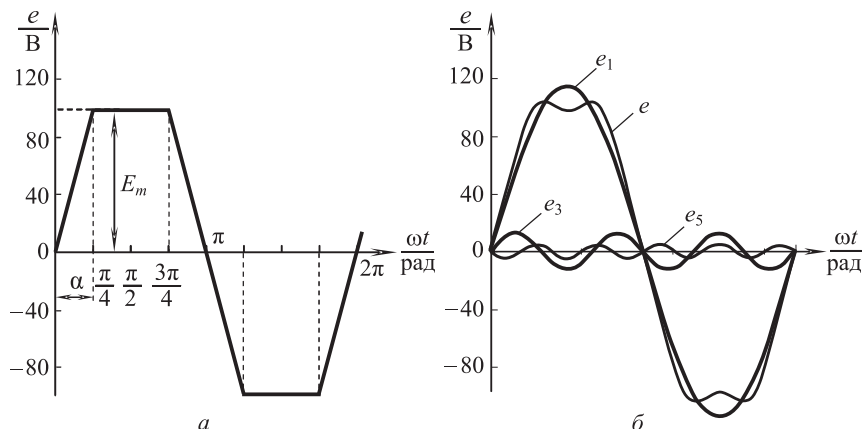


Рис. 5.1

Решение. Заданная функция симметрична относительно начала координат и оси абсцисс, поэтому ряд Фурье не будет содержать постоянной и косинусных составляющих, а также четных гармоник:

$$e = \frac{4E_m}{\alpha\pi} \left(\sin\alpha \sin\omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \sin 5\omega t + \dots \right).$$

При $\alpha = \pi/4$ и $E_m = 100$ В (рис. 5.1, а)

$$e = 115 \sin \omega t + 12,8 \sin 3\omega t - 4,6 \sin 5\omega t \text{ В.}$$

По полученному уравнению построены кривые отдельных гармоник и результирующая кривая (рис. 5.1, б). Отличие последней

от исходной трапеции обусловлено ограничением числа членов ряда Фурье.

Коэффициент амплитуды

$$k_a = \frac{E_m}{E} \approx \frac{100}{81,9} = 1,22,$$

где $E = \sqrt{\frac{E_{m1}^2}{2} + \frac{E_{m3}^2}{2} + \frac{E_{m5}^2}{2} + \dots} \approx \sqrt{\frac{115^2}{2} + \frac{12,8^2}{2} + \frac{4,6^2}{2}} = 81,9$ В – действующее значение несинусоидальной ЭДС.

Коэффициент формы

$$k_\Phi = \frac{E}{E_{\text{ср. мод}}} = \frac{81,9}{75} = 1,09,$$

где $E_{\text{ср. мод}} = E_m \frac{\pi - \alpha}{\pi} = 75$ В – среднее по модулю значение ЭДС.

Коэффициент искажения $k_{\text{и}} = \frac{E_1}{E} = \frac{81,3}{81,9} = 0,993,$

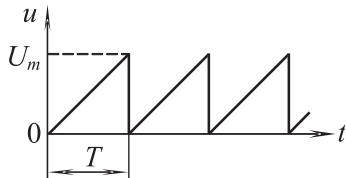
где $E_1 = \frac{E_{m1}}{\sqrt{2}} = \frac{115}{\sqrt{2}} = 81,3$ В – действующее значение первой гармоники ЭДС.

Коэффициент гармоник

$$k_r = \frac{\sqrt{\frac{E_{m3}^2}{2} + \frac{E_{m5}^2}{2} + \dots}}{E_1} \approx \frac{\sqrt{\frac{12,3^2}{2} + \frac{4,6^2}{2}}}{81,3} = 0,118.$$

Задача 5.2. Напряжение генератора имеет пилообразную форму (рис. 5.2) с амплитудой $U_m = 100$ В. Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного вольтметров, подключенных к генератору.

Решение. Уравнение напряжения генератора на участке от $t = 0$ до $t = T$ есть уравнение прямой линии:



$$u = kt = \frac{U_m}{T}t.$$

Магнитоэлектрический вольтметр показывает среднее за период значение измеряемого напряжения

Рис. 5.2

$$U_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt = \frac{U_m}{T^2} \int_0^T t dt = \frac{U_m}{2T^2} t^2 \Big|_0^T = \frac{U_m}{2} = 50 \text{ В.}$$

Электромагнитный вольтметр показывает действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{\frac{U_m^2}{T^3} \int_0^T t^2 dt} = \sqrt{\frac{U_m^2}{3}} = \frac{U_m}{\sqrt{3}} = 57,7 \text{ В.}$$

Задача 5.3. Источник синусоидального напряжения $U = 220 \text{ В}$ питает резистор сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ через однополупериодный выпрямитель (рис. 5.3, а). Сопротивление выпрямителя в проводящем состоянии равно нулю, в непроводящем – бесконечности. Определить показания электродинамических приборов. Разложив кривую выпрямленного напряжения (рис. 5.3, б) в ряд Фурье, рассчитать действующие значения тока и напряжения по их гармоническому составу.

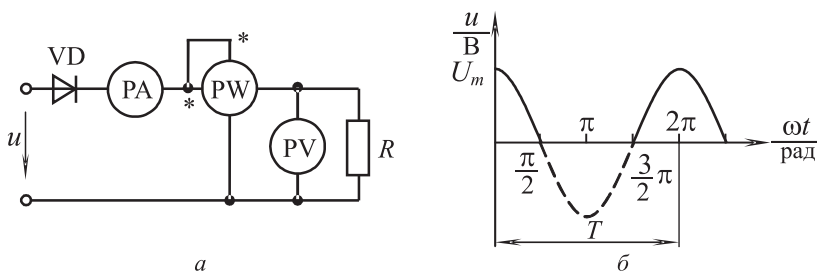


Рис. 5.3

Решение. Для кривой, приведенной на рис. 5.3, б, действующее значение напряжения, на которое реагирует электродинамический вольтметр,

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} u^2 dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{T/4} U_m^2 \cos^2 \omega t dt} = \\ &= \frac{U_m}{2} = \frac{\sqrt{2}U}{2} = 155,5 \text{ В.} \end{aligned}$$

В цепи с резистором форма кривой тока повторяет форму кривой напряжения. Электродинамический амперметр показывает действующее значение тока

$$I = \frac{U}{R} = \frac{155,5}{100} = 1,555 \text{ A.}$$

Активная мощность (показание ваттметра)

$$P = RI_0^2 + RI_1^2 + RI_2^2 + RI_4^2 + \dots = RI^2 = UI = 242 \text{ Вт.}$$

Кривая выпрямленного напряжения (рис. 5.3, б) симметрична относительно оси ординат, поэтому ряд Фурье не содержит синусных составляющих:

$$u = \frac{2U_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \dots \right);$$

$$u = 99 + 155 \cos \omega t + 66 \cos 2\omega t - 13,2 \cos 4\omega t + \dots \text{ В.}$$

Гармонический состав тока резистора аналогичен напряжению:

$$i = \frac{u}{R} = 0,99 + 1,55 \cos \omega t + 0,66 \cos 2\omega t - 0,132 \cos 4\omega t + \dots \text{ А.}$$

Находим действующие значения напряжения и тока:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_4^2 + \dots} \approx \sqrt{99^2 + \frac{155^2}{2} + \frac{66^2}{2} + \frac{13,2^2}{2}} = 155 \text{ В};$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_4^2 + \dots} \approx 1,55 \text{ А.}$$

Незначительное отличие действующих значений напряжения и тока от аналогичных значений, полученных интегрированием, обусловлено ограничением числа членов ряда Фурье.

Задача 5.4. Начертить диаграмму изменения тока, проходящего через катушку индуктивности $L = 10 \text{ мГн}$, если напряжение на ней периодически изменяется в соответствии с рис. 5.4, а.

Решение. Зависимость мгновенных значений напряжения и тока идеальной ($R = 0$) катушки индуктивности описывается дифференциальным уравнением

$$u = L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

За время $0 < t < T/2$ напряжение на катушке $u > 0$ и $u = \text{const} = U_m$. Это соответствует линейному возрастанию ($di/dt > 0$) тока от $-I_m$ до $+I_m$.

Проинтегрировав выражение (1) по времени в пределах от 0 до $T/2$, получим:

$$\int_0^{T/2} u dt = L \int_0^{T/2} di.$$

Поскольку при этом $u = U_m$, то

$$U_m \frac{T}{2} = L(i_{T/2} - i_0).$$

Заданное напряжение не содержит постоянной составляющей, поэтому она не может присутствовать и в кривой тока. В связи с этим

$$i_{T/2} - i_0 = I_m - (-I_m) = 2I_m.$$

Таким образом,

$$U_m \frac{T}{2} = L \cdot 2I_m; \quad I_m = \frac{TU_m}{4L} = \frac{0,02 \cdot 100}{4 \cdot 0,01} = 50 \text{ А}.$$

Диаграмма $i(t)$ приведена на рис. 5.4, б.

Задача 5.5. В цепи (рис. 5.5) $R = 60 \text{ Ом}$, $C = 40 \text{ мкФ}$, $u = 50 + 100\sin 314t + 40\sin(942t - 45^\circ) \text{ В}$. Записать уравнения мгновенных значений тока и напряжений на элементах цепи.

Решение. Используя принцип наложения, определяем уравнение тока цепи как сумму отдельных гармоник, вызываемых соответствующими гармониками напряжения источника:

$$i = I_{m1}\sin(\omega t - \varphi_1) + I_{m3}\sin(3\omega t - 45^\circ - \varphi_3) \text{ А}.$$

Отсутствие в уравнении тока постоянной составляющей объясняется наличием в последова-

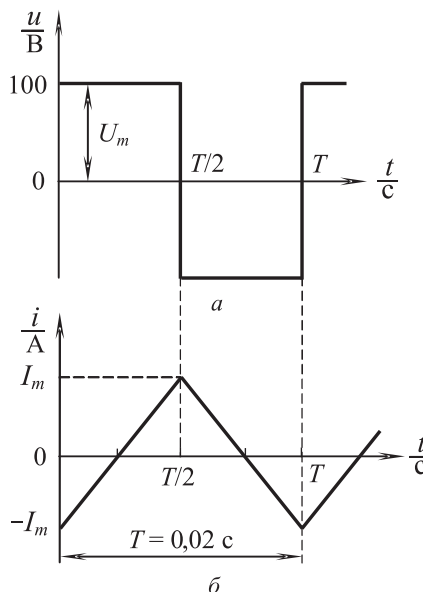


Рис. 5.4

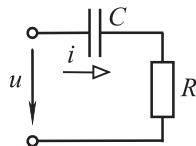


Рис. 5.5

тельной цепи конденсатора, оказывающего постоянному току бесконечно большое сопротивление.

Находим амплитуды первой и третьей гармоник тока:

$$I_{m1} = \frac{U_{m1}}{Z_1} = \frac{U_{m1}}{\sqrt{R^2 + (1/(\omega C))^2}} = \frac{100}{\sqrt{60^2 + (1/(314 \cdot 40 \cdot 10^{-6}))^2}} = \\ = \frac{100}{100} = 1 \text{ A};$$

$$I_{m3} = \frac{U_{m3}}{Z_3} = \frac{U_{m3}}{\sqrt{R^2 + (1/(3\omega C))^2}} = \frac{40}{\sqrt{60^2 + (1/(942 \cdot 40 \cdot 10^{-6}))^2}} = \\ = \frac{40}{65,6} = 0,61 \text{ A}.$$

Определяем углы сдвига фаз между гармониками напряжения и тока:

$$\varphi_1 = \arctg \frac{-1/(\omega C)}{R} = -53^\circ; \quad \varphi_3 = \arctg \frac{-1/(3\omega C)}{R} = -24^\circ.$$

Таким образом, уравнение мгновенного значения тока имеет вид

$$i = 1\sin(314t + 53^\circ) + 0,61\sin(942t - 21^\circ) \text{ A}.$$

Гармонический состав напряжения и тока резистора совпадает:

$$u_R = Ri = 60\sin(314t + 53^\circ) + 36,6\sin(942t - 21^\circ) \text{ B}.$$

Напряжение на конденсаторе кроме первой и третьей гармоник содержит постоянную составляющую, равную постоянной составляющей источника питания:

$$u_C = U_0 + \frac{1}{\omega C} I_{m1} \sin(\omega t - \varphi_1 - 90^\circ) + \frac{1}{3\omega C} I_{m3} \sin(3\omega t - 45^\circ - \varphi_3 - 90^\circ);$$

$$u_C = 50 + 80\sin(314t - 37^\circ) + 16,2\sin(942t - 111^\circ) \text{ B}.$$

Задача 5.6. К зажимам цепи (рис. 5.6) подключен источник периодического несинусоидального напряжения

$$u = 141\sin\omega t + 70,7\sin 3\omega t + 35,3\sin 5\omega t \text{ B},$$

где основная частота $\omega = 314 \text{ c}^{-1}$.

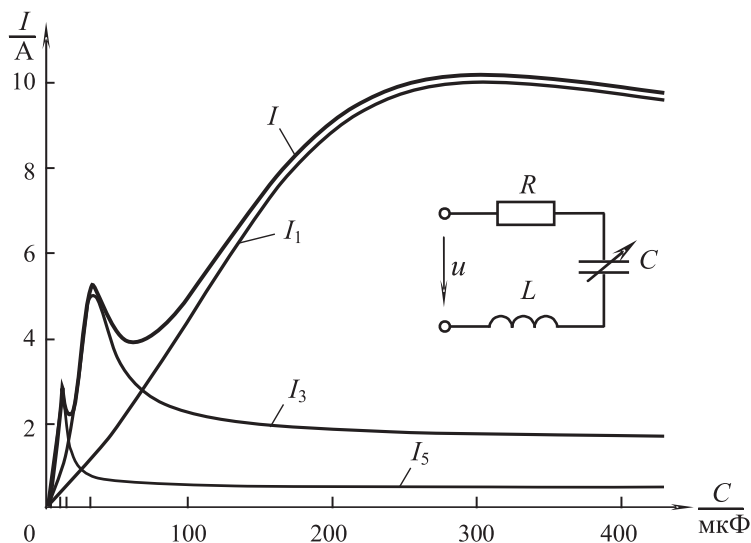


Рис. 5.6

Активное сопротивление и индуктивность цепи равны соответственно $R = 10$ Ом, $L = 31,8$ мГн. Рассчитать значения емкости C , соответствующие наступлению резонанса на частотах ω , 3ω и 5ω . Определить действующие значения гармоник тока для этих трех значений емкости. Построить диаграммы действующих значений гармоник тока и действующего значения несинусоидального тока в функции емкости C .

Решение. Из условия резонанса напряжений на k -й гармонике $k\omega L = 1/(k\omega C)$ находим числовые значения емкости C , соответствующие наступлению резонанса на частотах трех гармоник напряжения:

для первой гармоники ($k = 1$)

$$C_1 = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{314^2 \cdot 31,8 \cdot 10^{-3}} = 319 \text{ мкФ};$$

для третьей гармоники ($k = 3$)

$$C_3 = \frac{1}{k^2 \omega^2 L} = \frac{1}{3^2 \cdot 314^2 \cdot 31,8 \cdot 10^{-3}} = 35,44 \text{ мкФ};$$

для пятой гармоники ($k = 5$)

$$C_5 = \frac{1}{k^2 \omega^2 L} = \frac{1}{5^2 \cdot 314^2 \cdot 31,8 \cdot 10^{-3}} = 12,76 \text{ мкФ}.$$

Определяем действующие значения гармоник тока для емкости $C_1 = 319 \text{ мкФ}$:

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C_1))^2}} = \frac{U_1}{R} = \frac{141/\sqrt{2}}{10} = 10 \text{ А}$$

(на первой гармонике имеет место резонанс напряжений, поэтому $\omega L = 1/(\omega C_1)$);

$$I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = \frac{U_3}{\sqrt{R^2 + (3\omega L - 1/(3\omega C_1))^2}} = \frac{70,7/\sqrt{2}}{27,8} = 1,8 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{U_5}{Z_5} = \frac{U_5}{\sqrt{R^2 + (5\omega L - 1/(5\omega C_1))^2}} = \frac{35,3/\sqrt{2}}{50} = 0,5 \text{ А}.$$

Действующие значения гармоник тока для емкости $C_3 = 35,44 \text{ мкФ}$ определяем аналогично:

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C_3))^2}} = 1,24 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = \frac{U_3}{\sqrt{R^2 + (3\omega L - 1/(3\omega C_3))^2}} = \frac{U_3}{R} = 5 \text{ А}.$$

(при емкости $C_3 = 35,44 \text{ мкФ}$ имеет место резонанс напряжений и $3\omega L = 1/(3\omega C_3)$);

$$I_5 = \frac{U_5}{Z_5} = \frac{U_5}{\sqrt{R^2 + (5\omega L - 1/(5\omega C_3))^2}} = 0,74 \text{ А}.$$

Рассчитываем действующие значения гармоник тока для емкости $C_5 = 12,76 \text{ мкФ}$:

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/(\omega C_5))^2}} = 0,417 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{U_3}{Z_3} = \frac{U_3}{\sqrt{R^2 + (3\omega L - 1/(3\omega C_5))^2}} = 0,93 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{U_5}{Z_5} = \frac{U_5}{\sqrt{R^2 + (5\omega L - 1/(5\omega C_5))^2}} = 2,5 \text{ A}$$

(при емкости $C_5 = 12,76 \text{ мкФ}$ имеет место резонанс напряжений на пятой гармонике).

Для построения диаграммы действующих значений гармоник тока и несинусоидального тока в функции емкости задаемся значениями емкостей и находим соответствующие им гармоники тока I_1, I_3, I_5 и действующее значение несинусоидального тока

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2}.$$

Результаты расчета сводим в табл. 5.1.

Таблица 5.1

$C, \text{ мкФ}$	6,38	12,76	17,72	35,44	106,32	212,64	319	425,3
$I_1, \text{ A}$	0,204	0,417	0,59	1,24	4,46	8,77	10	9,34
$I_3, \text{ A}$	0,364	0,93	1,58	5	2,23	1,85	1,8	1,71
$I_5, \text{ A}$	0,49	2,5	1,44	0,74	0,53	0,51	0,5	0,5
$I, \text{ A}$	0,64	2,68	2,22	5,2	5,01	8,98	10,16	9,5

Диаграммы $I_1(C), I_3(C), I_5(C)$ и $I(C)$ приведены на рис. 5.6.

Задача 5.7. В цепи (рис. 5.7) $u = 12 + 141\sin(\omega t + 30^\circ) + 70,7\sin(3\omega t - 45^\circ) \text{ В}$, $R = 2 \text{ Ом}$, на основной частоте $X_L = 2 \text{ Ом}$ и $X_C = 18 \text{ Ом}$. Записать уравнения мгновенных значений токов всех участков цепи. Определить показания электромагнитных амперметров и активную мощность цепи.

Решение. Применяя принцип наложения, ведем расчет токов ветвей для постоянной составляющей и каждой из гармоник в отдельности.

Постоянная составляющая тока имеет место только в резисторе и катушке индуктивности, так как через конденсатор постоянный ток не проходит:

$$I_{R0} = I_{L0} = \frac{U_0}{R} = \frac{12}{2} = 6 \text{ A}.$$

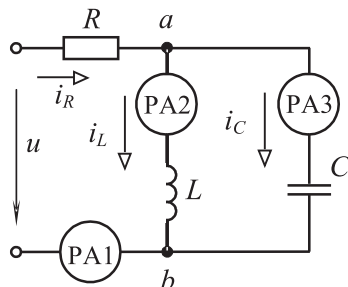


Рис. 5.7

Выполняем расчет первых гармоник токов ветвей. Находим полные сопротивления участка ab и всей цепи для первой гармоники:

$$Z_{ab\ 1} = \frac{1}{y_{ab\ 1}} = \frac{1}{1/X_L - 1/X_C} = \frac{X_L X_C}{X_C - X_L} = X_{ab\ 1} = 2,25\ \text{Ом}$$

(индуктивный характер);

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + X_{ab\ 1}^2} = \sqrt{2^2 + 2,25^2} = 3\ \text{Ом}.$$

Амплитуды первых гармоник токов ветвей:

$$I_{Rm\ 1} = \frac{U_{m1}}{Z_1} = \frac{141}{3} = 47\ \text{А};$$

$$I_{Lm\ 1} = \frac{U_{abm\ 1}}{X_L} = \frac{Z_{ab\ 1} \cdot I_{Rm\ 1}}{X_L} = \frac{2,25 \cdot 47}{2} = 53\ \text{А};$$

$$I_{Cm\ 1} = \frac{U_{abm\ 1}}{X_C} = \frac{2,25 \cdot 47}{18} = 5,9\ \text{А}.$$

Первая гармоника тока резистора отстает по фазе от первой гармоники напряжения источника на угол

$$\varphi_{R1} = \arctg \frac{X_{ab\ 1}}{R} = \arctg \frac{2,25}{2} = 48^\circ.$$

Уравнение первой гармоники тока резистора:

$$i_{R1} = 47 \sin(\omega t + 30^\circ - 48^\circ) = 47 \sin(\omega t - 18^\circ)\ \text{А}.$$

Поскольку сопротивление участка ab для первой гармоники имеет чисто индуктивный характер, то первая гармоника напряжения этого участка опережает гармонику тока i_{R1} на угол 90° :

$$u_{ab\ 1} = X_{ab\ 1} \cdot I_{Rm\ 1} \sin(\omega t - 18^\circ + 90^\circ) = 105,7 \sin(\omega t + 72^\circ)\ \text{В},$$

и уравнения первых гармоник токов имеют вид

$$i_{L1} = 53 \sin(\omega t + 72^\circ - 90^\circ) = 53 \sin(\omega t - 18^\circ)\ \text{А};$$

$$i_{C1} = 5,9 \sin(\omega t + 72^\circ + 90^\circ) = 5,9 \sin(\omega t + 162^\circ)\ \text{А}.$$

Выполняем расчет третьих гармоник токов ветвей. Сопротивление участка ab для третьей гармоники

$$Z_{ab\ 3} = X_{ab\ 3} = \frac{(X_C/3) \cdot 3X_L}{(X_C/3) - 3X_L} = \frac{6 \cdot 6}{6 - 6} = \infty,$$

что соответствует резонансу токов. По этой причине третьи гармоники тока и напряжение резистора равны нулю и все напряжение источника третьей гармоники оказывается приложенным к участку ab .

Амплитуды третьих гармоник тока

$$I_{Lm\ 3} = \frac{U_{m3}}{3X_L} = \frac{70,7}{3 \cdot 2} = 11,8 \text{ A};$$

$$I_{Cm\ 3} = \frac{U_{m3}}{X_C/3} = \frac{70,7}{18/3} = 11,8 \text{ A}.$$

Ток катушки индуктивности отстает по фазе от напряжения на угол 90° , а ток конденсатора опережает напряжение на угол 90° :

$$i_{L3} = 11,8 \sin(3\omega t - 45^\circ - 90^\circ) = 11,8 \sin(3\omega t - 135^\circ) \text{ A};$$

$$i_{C3} = 11,8 \sin(3\omega t - 45^\circ + 90^\circ) = 11,8 \sin(3\omega t + 45^\circ) \text{ A}.$$

Таким образом, уравнения мгновенных значений токов ветвей имеют следующий вид:

$$i_R = I_{R0} + i_{R1} = 6 + 47 \sin(\omega t - 18^\circ) \text{ A};$$

$$i_L = I_{L0} + i_{L1} + i_{L3} = 6 + 53 \sin(\omega t - 18^\circ) + 11,8 \sin(3\omega t - 135^\circ) \text{ A};$$

$$i_C = i_{C1} + i_{C3} = 5,9 \sin(\omega t + 162^\circ) + 11,8 \sin(3\omega t + 45^\circ) \text{ A}.$$

Электромагнитные амперметры измеряют действующие значения токов:

$$I_R = \sqrt{I_{R0}^2 + \frac{I_{Rm\ 1}^2}{2}} = \sqrt{6^2 + \frac{47^2}{2}} = 33,7 \text{ A};$$

$$I_L = \sqrt{I_{L0}^2 + \frac{I_{Lm\ 1}^2}{2} + \frac{I_{Lm\ 3}^2}{2}} = \sqrt{6^2 + \frac{53^2}{2} + \frac{11,8^2}{2}} = 38,8 \text{ A};$$

$$I_C = \sqrt{\frac{I_{Cm1}^2}{2} + \frac{I_{Cm3}^2}{2}} = \sqrt{\frac{5,9^2}{2} + \frac{11,8^2}{2}} = 9,35 \text{ А.}$$

Активная мощность цепи

$$P = U_0 I_{R0} + U_1 I_{R1} \cos \varphi_{R1} = 12 \cdot 6 + \frac{141}{\sqrt{2}} \frac{47}{\sqrt{2}} \cos 48^\circ = 2270 \text{ Вт}$$

или

$$P = RI_{R0}^2 + RI_{R1}^2 = RI_R^2 = 2 \cdot 33,7^2 = 2270 \text{ Вт.}$$

Задача 5.8. В цепи (рис. 5.8) $R = 3 \text{ Ом}$, на основной частоте $X_L = 4 \text{ Ом}$ и $X_C = 8 \text{ Ом}$, $i_L = 12 + 14,14 \sin \omega t + 2,83 \sin 3\omega t \text{ А}$. Записать

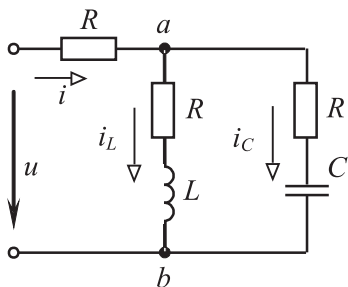


Рис. 5.8

уравнения мгновенных значений токов i , i_C и напряжения u . Определить действующие значения токов и напряжений на входе цепи, а также активную мощность цепи.

Решение. Применяя принцип наложения, ведем расчет для постоянных составляющих и каждой из гармоник в отдельности с использованием комплексного метода.

Постоянные составляющие токов i , i_L и напряжения u :

$$I_0 = I_{L0} = 12 \text{ А;}$$

$$U_0 = (R + R)I_0 = (3 + 3) \cdot 12 = 72 \text{ В.}$$

Рассчитываем первые гармоники. Комплексная амплитуда напряжения первой гармоники участка ab

$$\underline{U}_{ab \text{ m}1} = (R + jX_L) \underline{I}_{Lm1} = (3 + j4) \cdot 14,14 = 5e^{j53,1^\circ} \cdot 14,14 = 70,7e^{j53,1^\circ} \text{ В.}$$

Находим комплексные амплитуды первых гармоник токов:

$$\underline{I}_{Cm1} = \frac{\underline{U}_{abm1}}{R - jX_C} = \frac{70,7e^{j53,1^\circ}}{3 - j8} = \frac{70,7e^{j53,1^\circ}}{8,54e^{-j69,5^\circ}} = 8,275e^{j122,6^\circ} \text{ А;}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= \underline{I}_{Lm1} + \underline{I}_{Cm1} = 14,14 + 8,275e^{j122,6^\circ} = \\ &= 9,67 + j6,97 = 11,9e^{j35,8^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Комплексная амплитуда напряжения первой гармоники на входе цепи

$$\begin{aligned}\underline{U}_{m1} &= \underline{U}_{ab\ m1} + R\underline{I}_{m1} = (42,4 + j56,6) + 3(9,67 + j6,97) = \\ &= 71,4 + j77,5 = 105,5e^{j47,35^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Аналогично рассчитываем третьи гармоники:

$$\underline{U}_{ab\ m3} = (R + j3X_L)\underline{I}_{Lm\ 3} = (3 + j12) \cdot 2,83 = 35e^{j76^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{I}_{Cm\ 3} = \frac{\underline{U}_{ab\ m3}}{R - j\frac{X_C}{3}} = 8,72e^{j117,6^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{m3} = \underline{I}_{Lm\ 3} + \underline{I}_{Cm\ 3} = 2,83 + 8,72e^{j117,6^\circ} = 7,82e^{j99^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{U}_{m3} = \underline{U}_{ab\ m3} + R\underline{I}_{m3} = 57,2e^{j85,2^\circ} \text{ В.}$$

Уравнения токов i_C , i и напряжения u имеют следующий вид:

$$i_C = 8,275\sin(\omega t + 122,6^\circ) + 8,72\sin(3\omega t + 117,6^\circ) \text{ А;}$$

$$i = 12 + 11,9\sin(\omega t + 35,8^\circ) + 7,82\sin(3\omega t + 99^\circ) \text{ А;}$$

$$u = 72 + 105,5\sin(\omega t + 47,35^\circ) + 57,2\sin(3\omega t + 85,2^\circ) \text{ В.}$$

Определяем действующие значения токов и напряжения на входе цепи:

$$I_L = \sqrt{I_{L0}^2 + \frac{I_{Lm1}^2}{2} + \frac{I_{Lm3}^2}{2}} = 15,76 \text{ А;}$$

$$I_C = \sqrt{\frac{I_{Cm1}^2}{2} + \frac{I_{Cm3}^2}{2}} = 8,5 \text{ А;}$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{m1}^2}{2} + \frac{I_{m3}^2}{2}} = 15,67 \text{ А;}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + \frac{U_{m1}^2}{2} + \frac{U_{m3}^2}{2}} = 111 \text{ В.}$$

Активная мощность цепи

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 = \\ = 72 \cdot 12 + \frac{105,5}{\sqrt{2}} \frac{11,9}{\sqrt{2}} \cos 11,55^\circ + \frac{57,2}{\sqrt{2}} \frac{7,82}{\sqrt{2}} \cos 13,8^\circ = 1695 \text{ Вт}$$

или

$$P = RI^2 + RI_L^2 + RI_C^2 = 1695 \text{ Вт.}$$

Задача 5.9. Для уменьшения пульсации напряжения нагрузки, подключенной к двухполупериодному выпрямителю, применен Г-образный LC-фильтр (рис. 5.9). Напряжение на входе фильтра приблизительно задано уравнением $u = 150 - 100 \cos 628t$ В. Параметры фильтра: $L = 2$ Гн, $C = 5$ мкФ. Сопротивление нагрузки $R = 10$ кОм. Записать уравнение мгновенного значения напряжения нагрузки. Определить коэффициенты пульсации напряжений питания и нагрузки.

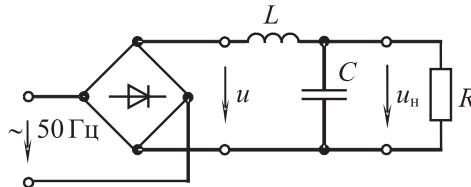


Рис. 5.9

Решение. Поскольку катушка индуктивности не оказывает сопротивления постоянному току, постоянная составляющая напряжения нагрузки равна постоянной составляющей напряжения на входе фильтра $U_0 = 150$ В.

Комплексная амплитуда переменной составляющей напряжения нагрузки

$$\underline{U}_{nm} = \frac{-jX_C R}{R - jX_C} \cdot \underline{I}_m = \frac{-j \frac{R}{\omega C}}{R - j \frac{1}{\omega C}} \left(\frac{\underline{U}_m}{j\omega L - \frac{jR/(\omega C)}{R - j1/(\omega C)}} \right) = \\ = \frac{-j \frac{10^4 \cdot 10^6}{628 \cdot 5}}{10^4 - j \frac{10^6}{628 \cdot 5}} \left(\frac{100e^{-j90^\circ}}{j628 \cdot 2 - \frac{j10^4 \cdot 10^6/(628 \cdot 5)}{10^4 - j10^6/(628 \cdot 5)}} \right) = 33,9e^{j92,4^\circ} \text{ В.}$$

Составляем уравнение мгновенного значения напряжения нагрузки:

$$u_n = U_0 + U_{nm} \sin(628t + 92,4^\circ) = 150 + 33,9 \sin(628t + 92,4^\circ) \text{ В.}$$

Определяем коэффициенты пульсации напряжений питания и нагрузки:

$$k_{\Pi} = \frac{U_m}{U_0} = \frac{100}{150} = 0,667; \quad k_{\Pi.н} = \frac{U_{nm}}{U_0} = \frac{33,9}{150} = 0,226.$$

Задача 5.10. Для выделения в нагрузке $R = 100$ Ом третьей гармоники напряжения применен LC -фильтр (рис. 5.10), где $L = 2,25$ мГн, $C = 500$ пкФ. Напряжение источника задано уравнением $u = 28,3 \sin \omega t + 7,07 \sin 3\omega t - 2,83 \sin 5\omega t$ В. Частота основной гармоники $f = 50$ кГц. Записать уравнение мгновенного значения напряжения нагрузки. Определить отношение действующего значения напряжения третьей гармоники к действующему значению напряжения нагрузки.

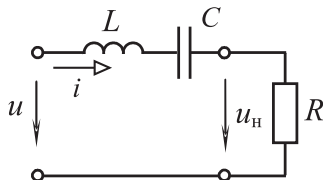


Рис. 5.10

Решение. Комплексная амплитуда первой гармоники напряжения нагрузки

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nm1} &= R \frac{\underline{U}_{m1}}{R + j\omega L - j/(\omega C)} = \\ &= \frac{100 \cdot 28,3}{100 + j2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 2,25 \cdot 10^{-3} - j/(2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 500 \cdot 10^{-12})} = \\ &= 0,5e^{j89^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Поскольку фильтр настроен на резонанс для третьей гармоники ($3\omega L = 1/(3\omega C)$), третьей гармоники напряжений нагрузки и источника оказываются равными:

$$\underline{U}_{nm3} = R \frac{\underline{U}_{m3}}{R + j3\omega L - j/(3\omega C)} = \underline{U}_{m3} = 7,07 \text{ В.}$$

Напряжение пятой гармоники

$$\underline{U}_{\text{н}5} = R \frac{\underline{U}_{m5}}{R + j5\omega L - j/(5\omega C)} = 100 \cdot \frac{2,83}{100 + j3532 - j1274} = 0,125e^{-j87,5^\circ} \text{ В.}$$

Составим уравнение мгновенного значения напряжения нагрузки:

$$u_{\text{н}} = 0,5\sin(\omega t + 89^\circ) + 7,07\sin 3\omega t - 0,125\sin(5\omega t - 87,5^\circ) \text{ В.}$$

Действующее значение напряжения нагрузки третьей гармоники

$$U_{\text{н}3} = \frac{U_{\text{н}m3}}{\sqrt{2}} = \frac{7,07}{\sqrt{2}} = 5 \text{ В.}$$

Действующее значение напряжения нагрузки

$$U_{\text{н}} = \sqrt{\left(\frac{U_{\text{н}m1}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{\text{н}m3}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{\text{н}m5}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 5,025 \text{ В.}$$

Искомое отношение напряжений близко к единице:

$$\frac{U_{\text{н}3}}{U_{\text{н}}} = \frac{5}{5,025} = 0,996.$$

Задача 5.11. На входе цепи (рис. 5.11) действует несинусоидальное напряжение $u = 30\sin\omega t + 15\sin 3\omega t$ В. Для исключения в нагрузке $R_{\text{н}}$ третьей гармоники напряжения применен заградительный фильтр. Рассчитать емкость фильтра $C_{\text{ф}}$, если $L_{\text{ф}} = 100$ мГн, а основная частота $f = 5$ кГц. Определить коэффициенты искажения для напряжений питания и нагрузки.

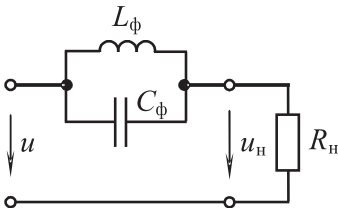


Рис. 5.11

Решение. Для исключения третьей гармоники напряжения в нагрузке необходимо, чтобы сопротивление цепи току третьей гармоники было равно бесконечности. Это возможно при резонансе в контуре $L_{\text{ф}}, C_{\text{ф}}$ на третьей гармонике, когда $b_{L3} - b_{C3} = 0$ или $1/(3\omega L_{\text{ф}}) = 3\omega C_{\text{ф}}$. Отсюда

$$C_{\Phi} = \frac{1}{9\omega^2 L_{\Phi}} = \frac{1}{9 \cdot 2^2 \cdot 3,14^2 \cdot 5000^2 \cdot 100 \cdot 10^{-3}} = 1,13 \cdot 10^{-9} \text{ Ф.}$$

Коэффициент искажения равен отношению действующего значения первой (основной) гармоники к действующему значению несинусоидальной величины. Таким образом, коэффициент искажения для напряжения питания

$$k_{и} = \frac{U_1}{U} = \frac{U_1}{\sqrt{U_1^2 + U_3^2}} = \frac{30/\sqrt{2}}{\sqrt{(30/\sqrt{2})^2 + (15/\sqrt{2})^2}} = 0,89.$$

Коэффициент искажения для напряжения нагрузки $k_{и.н} = 1$, так как использование фильтра обеспечило синусоидальный закон изменения напряжения на нагрузке.

Задача 5.12. Напряжение и ток пассивного двухполюсника (рис. 5.12, а) заданы следующими уравнениями:

$$u = 100 + 141\sin\omega t + 36\sin 3\omega t \text{ В;}$$

$$i = 14,1\sin(\omega t + \pi/2) \text{ А.}$$

Начертить эквивалентную схему двухполюсника и определить ее параметры, если $\omega = 314 \text{ рад/с}$ (использовать одинаковые конденсаторы).

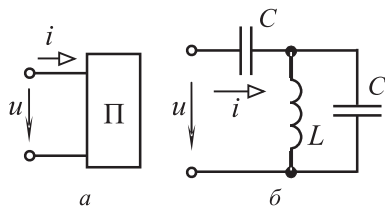


Рис. 5.12

Решение. Поскольку в токе отсутствует постоянная составляющая, то схема должна содержать разделительную емкость. Ток не содержит третьей гармоники. Следовательно, схема должна содержать участок, состоящий из параллельно соединенных индуктивности и емкости, настроенных в резонанс на третьей гармонике. Кроме того, двухполюсник не содержит резистивных элементов, поскольку ток чисто реактивный (сдвиг по фазе между первыми гармониками напряжения и тока $\varphi = \pi/2$). Схема двухполюсника приведена на рис. 5.12, б.

Для определения параметров эквивалентной схемы двухполюсника найдем его входное сопротивление для первой гармоники:

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{141/\sqrt{2}}{14,1/\sqrt{2} e^{j90^\circ}} = 10e^{-j90^\circ} \text{ Ом.}$$

Из рис. 5.12, б следует:

$$\underline{Z}_1 = -j \frac{1}{\omega C} + \frac{j\omega L \left(-j \frac{1}{\omega C} \right)}{j\omega L - j \frac{1}{\omega C}}.$$

Условие резонанса токов на третьей гармонике:

$$\frac{1}{3\omega L} = 3\omega C.$$

Решая совместно три последних уравнения, находим:

$$C = 289 \text{ мкФ}; \quad L = \frac{1}{9\omega^2 C} = \frac{1}{9 \cdot 314^2 \cdot 289 \cdot 10^{-6}} = 4 \text{ мГн}.$$

Контрольные задачи

Задача 5.13. Форма напряжения генераторов приведена на рис. 5.13. Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного вольтметров, подключенных к генераторам.

Задача 5.14. Амплитуда и форма напряжения генератора заданы на рис. 5.13, а. Используя разложение кривой напряжения в ряд Фурье (ограничиться тремя членами ряда), определить активную мощность катушки индуктивности ($L = 0,1 \text{ Гн}$, $R = 100 \text{ Ом}$), подключенной к генератору.

Задача 5.15. Решить задачу 5.14 при условии, что амплитуда и форма напряжения генератора заданы на рис. 5.13, в.

Задача 5.16. К катушке индуктивности ($L = 20 \text{ мГн}$, $R = 10 \text{ Ом}$) приложено напряжение $u = 12 + 80\sin 314t + 30\sin(942t + 30^\circ) \text{ В}$. Записать уравнение мгновенного значения тока катушки.

Задача 5.17. Определить активную и полную мощность цепи, описанной в задаче 5.16.

Задача 5.18. В катушке индуктивности ($L = 0,1 \text{ Гн}$, $R = 50 \text{ Ом}$) проходит ток $i = 10 + 60\sin 314t + 20\sin(942t + 30^\circ) \text{ А}$. Определить показания электромагнитного вольтметра, подключенного к катушке.

Задача 5.19. В цепи (рис. 5.6) $u = 24 + 141\sin\omega t + 56,6\sin(3\omega t + 30^\circ) \text{ В}$, $R = 4 \text{ Ом}$, на основной частоте $X_L = 4 \text{ Ом}$ и $X_C = 36 \text{ Ом}$. Рассчитать действующие значения напряжений на каждом из элементов.

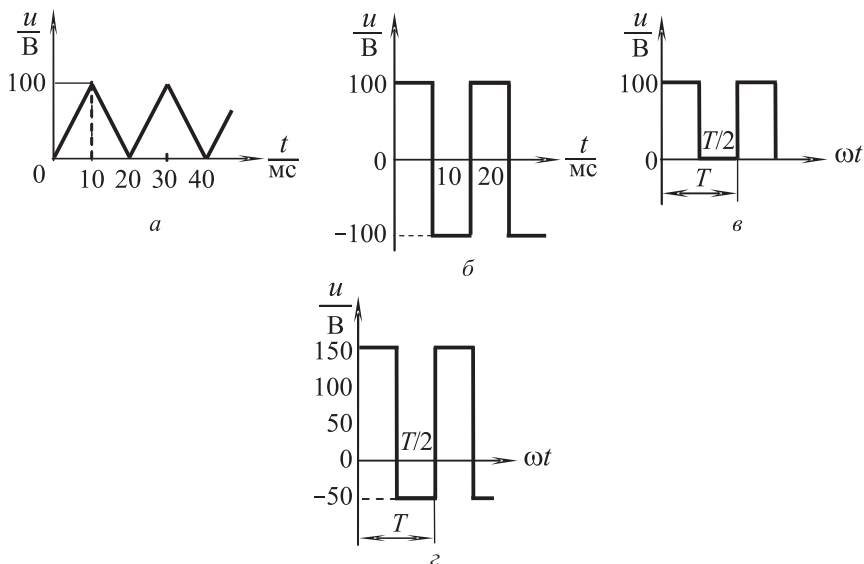


Рис. 5.13

Задача 5.20. Определить активную мощность цепи, описанной в задаче 5.19.

Задача 5.21. К цепи, состоящей из параллельно соединенных резистора $R = 40$ Ом и конденсатора емкостью $C = 10$ мкФ, приложено напряжение $u = 242\sin 314t + 70,7\sin 942t$ В. Записать уравнение мгновенного значения тока в неразветвленной части цепи.

Задача 5.22. В цепи (см. рис. 5.12, б) $C = 10$ мкФ, $L = 0,1$ Гн. Рассчитать частоту первой гармоники, при которой входное сопротивление цепи равно бесконечности.

Задача 5.23. В цепи (см. рис. 5.12, б) $C = 100$ мкФ, $L = 20$ мГн. Рассчитать частоту первой гармоники, при которой входное сопротивление цепи для пятой гармоники равно нулю.

Задача 5.24. В цепи, описанной в задаче 5.9, нагрузкой является катушка индуктивности ($L = 0,5$ Гн, $R = 2$ кОм). Определить коэффициенты пульсации напряжений источника и нагрузки.

Задача 5.25. На входе цепи

$$u = 10 + 30\sin 1000t \text{ В; } i = 6\sin(1000t + 30^\circ) \text{ А.}$$

Начертить простейшую эквивалентную схему замещения цепи и определить параметры ее элементов.

Задача 5.26. На входе цепи

$$u = 10 + 120\sin(\omega t + 30^\circ) + 10\sin(3\omega t + 45^\circ) \text{ В;}$$

$$i = 5 + 30\sin(\omega t - 30^\circ) \text{ А; } \omega = 1000 \text{ с}^{-1}.$$

Начертить эквивалентную схему замещения цепи и определить параметры ее элементов.

Ответы к контрольным задачам

5.13. Показания магнитоэлектрических вольтметров: а) $U_{\text{ср}} = 50 \text{ В}$; б) $U_{\text{ср}} = 0$; в) $U_{\text{ср}} = 50 \text{ В}$; г) $U_{\text{ср}} = 50 \text{ В}$. Показания электромагнитных вольтметров: а) $U = 57,8 \text{ В}$; б) $U = 100 \text{ В}$; в) $U = 70,7 \text{ В}$; г) $U = 112 \text{ В}$.

5.14. Ряд Фурье

$$u = \frac{4U_m}{\pi} \left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t \right) = 127,4\sin 314t + 42,5\sin 942t + 25,5\sin 1570t \text{ В;}$$

$$P = P_1 + P_3 + P_5 = 74 + 4,8 + 0,2 = 79 \text{ Вт.}$$

5.15. Кривой напряжения, приведенной на рис. 5.13, *в*, соответствует ряд Фурье $u = \frac{U_m}{2} + \frac{2U_m}{\pi} \left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t \right) =$

$$= 50 + 31,8\sin 314t + 10,6\sin 942t \text{ В; } P = P_0 + P_1 + P_3 = 25 + 4,7 + 0,3 = 30 \text{ Вт.}$$

5.16. $i = 1,2 + 6,77\sin(314t - 32^\circ) + 1,41\sin(942t - 32^\circ) \text{ А.}$

5.17. $P = 262 \text{ Вт; } S =$

$$= 310 \text{ В}\cdot\text{А.}$$

$$\textbf{5.18. } U = 2967 \text{ В. } \textbf{5.19. } U_R = \sqrt{U_{R0}^2 + U_{R1}^2 + U_{R3}^2} = \sqrt{0^2 + 12,4^2 + 40^2} =$$

$$= 41,88 \text{ В; } U_L = \sqrt{U_{L0}^2 + U_{L1}^2 + U_{L3}^2} = \sqrt{0^2 + 12,4^2 + 120^2} = 120,6 \text{ В; } U_C =$$

$$= \sqrt{U_{C0}^2 + U_{C1}^2 + U_{C3}^2} = \sqrt{24^2 + 111,6^2 + 120^2} = 165,6 \text{ В.}$$

$$\textbf{5.20. } P = 438 \text{ Вт. } \textbf{5.21. } i =$$

$$= 6,1\sin(314t + 7^\circ) + 1,89\sin(942t + 21^\circ) \text{ А.}$$

$$\textbf{5.22. } f = 113 \text{ Гц. } \textbf{5.23. } f = 15,9 \text{ Гц.}$$

$$\textbf{5.24. } k_{\Pi} = 0,667, k_{\Pi, \text{н}} = 0,229. \textbf{5.25. } R = 4,33 \text{ Ом, } C = 400 \text{ мкФ.}$$

$$\textbf{5.26. } R = 2 \text{ Ом, } L = 3,08 \text{ мГн, } C = 36 \text{ мкФ.}$$

6. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ

Задачи с решениями

Задача 6.1. По прямолинейному проводу круглого сечения радиусом $R = 4$ мм проходит постоянный ток $I = 200$ А. Определить напряженность магнитного поля H в различных точках пространства внутри и вне провода на расстоянии x от оси провода. Построить диаграмму $H(x)$.

Решение. Согласно закону полного тока для данной задачи

$$l_x H_x = I_x, \quad (1)$$

где l_x – длина силовой линии магнитного поля на расстоянии x от оси провода; H_x – напряженность магнитного поля; I_x – полный ток (рис. 6.1).

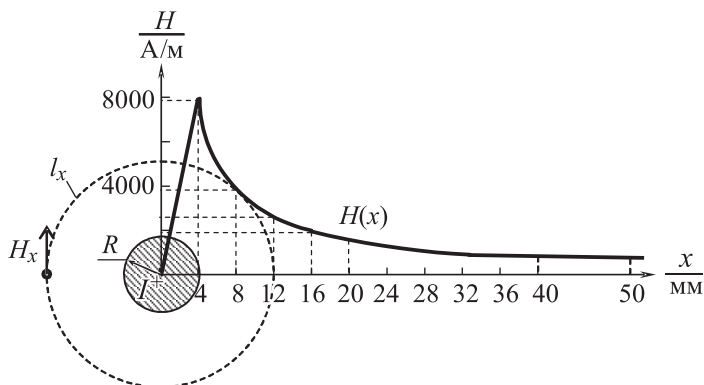


Рис. 6.1

Если $x < R$, то

$$I_x = I \frac{\pi x^2}{\pi R^2} = I \frac{x^2}{R^2}. \quad (2)$$

После подстановки выражения (2) в уравнение (1) получим:

$$2\pi x H_x = I \frac{x^2}{R^2},$$

откуда $H_x = Ix/(2\pi R^2)$, т.е. напряженность внутри провода изменяется по линейному закону, имея наибольшее значение H_{\max} при $x = R$:

$$H_{\max} = 200 \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 16 \cdot 10^{-6}} = 7950 \text{ А/м.}$$

Если $x > R$, то $2\pi x H_x = I$, а $H_x = I/(2\pi x)$, т.е. напряженность вне провода изменяется по гиперболическому закону. Результаты расчета представлены табл. 6.1.

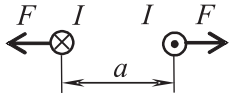
Таблица 6.1

x , мм	8	12	16	20	40	50	500
H_x , А/м	3981	2654	1980	1592	796	637	63,7

Диаграмма $H(x)$ приведена на рис. 6.1.

Задача 6.2. В результате короткого замыкания в троллейбусной линии ток достиг значения $I = 1$ кА (рис. 6.2). Определить усилия, действующие на провода одного пролета линии длиной $l = 40$ м. Расстояние между проводами $a = 40$ см. Изменяются ли усилия, если I – действующее значение синусоидального тока?

Решение. Направление усилий, определенное по правилу левой руки, показано на рис. 6.2.



Усилие на каждый провод одного пролета

Рис. 6.2

$$F = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi a} l = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6}{2\pi \cdot 0,4} \cdot 40 = 20 \text{ Н.}$$

(Это усилие соответствует весу тела массой $m = F/g = 20/9,8 = 2,04$ кг).

При прохождении по проводам синусоидального тока $I = 1$ кА усилия на провода будут меняться (с удвоенной частотой тока) от нуля до максимального значения, определяемого амплитудой тока $I_m = \sqrt{2}I$. При квадратичной зависимости усилия от мгновенного значения тока это дает удвоение усилия до $F_m = 2F = 40$ Н.

Задача 6.3. На кольцевой сердечник помещена обмотка с числом витков $w = 100$. Площадь сечения сердечника $S = 5$ см², длина средней линии $l_{\text{ср}} = 25$ см (рис. 6.3). Определить ток в обмотке, при котором магнитный поток в сердечнике $\Phi = 7 \cdot 10^{-4}$ Вб, если материал сердечника: а) неферромагнитный; б) электротехниче-

ская сталь (кривая намагничивания стали приведена на рис. 6.4). Рассчитать индуктивность катушек для вариантов «а» и «б».

Решение. Магнитные индукции в сердечнике из неферромагнитного материала и электротехнической стали одинаковы:

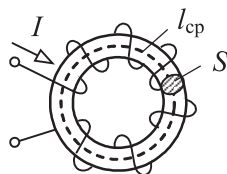


Рис. 6.3

$$B_0 = B = \frac{\Phi}{S} = \frac{7 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4}} = 1,4 \text{ Тл.}$$

а) Напряженность магнитного поля в сердечнике из неферромагнитного материала

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1,4}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,12 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

Ток в обмотке

$$I_1 = \frac{l_{cp} H_0}{w} = \frac{25 \cdot 10^{-2} \cdot 1,12 \cdot 10^6}{100} = 2800 \text{ А.}$$

Индуктивность катушки

$$L_1 = \frac{w\Phi}{I_1} = \frac{100 \cdot 7 \cdot 10^{-4}}{2800} = 0,025 \text{ мГн.}$$

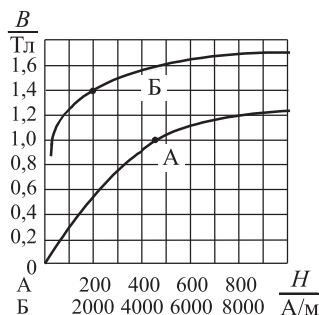


Рис. 6.4

Если выразить магнитный поток формулой $\Phi = SB$, а магнитную индукцию – формулой $B = \mu_a H$, где $H = wI/l_{cp}$, то получим другую формулу для определения индуктивности:

$$L = \frac{\mu_a w^2 S}{l_{cp}}, \quad (1)$$

где μ_a – абсолютная магнитная проницаемость сердечника; для неферромагнитного материала $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

Из выражения (1) следует, что индуктивность не зависит от тока и магнитного потока в катушке. Она зависит исключительно от размеров катушки, числа ее витков и абсолютной магнитной проницаемости среды.

Подставив числовые значения, получим:

$$L_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-2}} = 0,025 \text{ мГн,}$$

т.е. тот же результат.

б) Напряженность ($H_{\text{ст}}$) магнитного поля в сердечнике из электротехнической стали находим по кривой намагничивания (рис. 6.4). При индукции $B = 1,4$ Тл напряженность поля $H_{\text{ст}} = 2000$ А/м.

Ток в обмотке

$$I_2 = \frac{l_{\text{ср}} H_{\text{ст}}}{w} = \frac{25 \cdot 10^{-2} \cdot 2000}{100} = 5 \text{ А.}$$

Индуктивность катушки

$$L_2 = \frac{w\Phi}{I_2} = \frac{100 \cdot 7 \cdot 10^{-4}}{5} = 14 \text{ мГн}$$

или

$$L_2 = \frac{\mu_a w^2 S}{l_{\text{ср}}} = 14 \text{ мГн,}$$

где $\mu_a = \frac{B}{H_{\text{ст}}} = \frac{1,4}{2000} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Гн/м.}$

Сопоставив значения токов для катушек с сердечниками из неферромагнитного материала и из электротехнической стали, можно сделать вывод, что при заданном потоке Φ наличие ферромагнитного сердечника значительно уменьшает токи в обмотках (токи намагничивания).

Замена неферромагнитного сердечника ферромагнитным значительно увеличивает индуктивность катушки ($L_2/L_1 = 14/0,025 = 560$).

Задача 6.4. Катушка с кольцевым сердечником (тороид) имеет обмотку с числом витков $w = 300$. Площадь сечения сердечника $S = 16 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Длина средней линии $l_{\text{ср}} = 0,48 \text{ м}$, ток в обмотке $I = 1 \text{ А}$ (см. рис. 6.3).

Считая магнитное поле внутри катушки равномерным, определить магнитные потоки, если материал сердечника: а) неферромагнитный; б) электротехническая сталь, кривая намагничивания которой приведена на рис. 6.4. Сделать вывод по результатам расчета.

Решение. а) Напряженность магнитного поля внутри катушки с неферромагнитным сердечником

$$H = \frac{wI}{l_{\text{ср}}} = \frac{300 \cdot 1}{0,48} = 625 \text{ А/м.}$$

Магнитный поток

$$\Phi_1 = SB = S\mu_0 H = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 625 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Вб.}$$

б) Напряженность магнитного поля не зависит от материала сердечника, поэтому $H_{\text{ст}} = 625 \text{ А/м}$.

Магнитную индукцию для ферромагнитного сердечника находим по кривой намагничивания стали (см. рис. 6.4). При $H_{\text{ст}} = 625 \text{ А/м}$ $B_{\text{ст}} \approx 1,1 \text{ Тл}$.

Магнитный поток

$$\Phi_2 = SB_{\text{ст}} = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 1,1 = 17,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Таким образом, при одинаковых токах в обмотках наличие ферромагнитного сердечника значительно увеличивает магнитный поток ($\Phi_2/\Phi_1 = 17,6 \cdot 10^{-4} / 1,257 \cdot 10^{-6} = 1400$). Это объясняется тем, что в катушке со стальным сердечником магнитное поле создается не только током в обмотке, но и за счет собственного намагничивания стали.

Задача 6.5. На замкнутом сердечнике из электротехнической стали размещены две катушки (рис. 6.5). Токи катушек I_1, I_2 , число витков w_1, w_2 . Кривая намагничивания стали дана на рис. 6.4. Определить: 1) магнитный поток в сердечнике и потокосцепления катушек; 2) то же при изменении направления тока второй катушки, если $c = 4 \text{ см}$, $I_1 = 3 \text{ А}$, $I_2 = 4 \text{ А}$, $w_1 = 500$, $w_2 = = 300$.

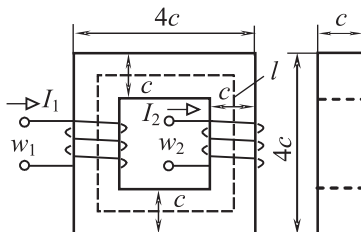


Рис. 6.5

Решение. 1. Данная магнитная цепь является неразветвленной однородной. Длина средней линии сердечника $l = 12c = 0,48 \text{ м}$; площадь сечения $S = c^2 = 16 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Магнитодвижущие силы (МДС) катушек

$$F_1 = w_1 I_1 = 500 \cdot 3 = 1500 \text{ А};$$

$$F_2 = w_2 I_2 = 300 \cdot 4 = 1200 \text{ А.}$$

Согласно правилу правого винта при заданных направлениях токов и намотке витков МДС катушек действуют в сердечнике встречно. Напряженность магнитного поля

$$H = \frac{F_1 - F_2}{l} = \frac{1500 - 1200}{0,48} = 625 \text{ А/м.}$$

По кривой, приведенной на рис. 6.4, этой напряженности соответствует магнитная индукция $B = 1,14 \text{ Тл}$.

Магнитный поток в сердечнике

$$\Phi = SB = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 1,14 = 1,83 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Определяем потокоцепления катушек:

$$\psi_1 = w_1 \Phi = 0,915 \text{ Вб}; \quad \psi_2 = w_2 \Phi = 0,55 \text{ Вб.}$$

2. При изменении направления тока второй катушки МДС обеих катушек действуют на сердечник согласно, поэтому напряженность поля

$$H = \frac{F_1 + F_2}{l} = \frac{1500 + 1200}{0,48} = 5620 \text{ А/м.}$$

Магнитная индукция $B = 1,65 \text{ Тл}$ (по кривой на рис. 6.4), магнитный поток $\Phi = 2,64 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$, потокоцепления $\psi_1 = 1,32 \text{ Вб}$, $\psi_2 = 0,792 \text{ Вб}$. Значительное увеличение напряженности магнитного поля в этом режиме привело к относительно небольшому приросту индукции и потока в сердечнике, что объясняется магнитным насыщением стали сердечника.

Задача 6.6. В сердечнике из электротехнической стали (рис. 6.6) необходимо создать магнитную индукцию $B = 1 \text{ Тл}$. Кривая намагничивания стали приведена на рис. 6.4. Число витков обмотки $w = 200$, длина средней линии сердечника $l_{\text{ср}} = 42,1 \text{ см}$, площадь сечения $S = 5 \text{ см}^2$. Рассчитать ток в обмотке и магнитное сопротивление магнитопровода: а) при отсутствии воздушного зазора в сердечнике; б) при наличии воздушного зазора $l_0 = 1 \text{ мм}$.

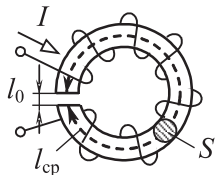


Рис. 6.6

Решение. а) Напряженность ($H_{\text{ст}}$) магнитного поля в сердечнике находим по кривой намагничивания стали. При $B = 1 \text{ Тл}$ $H_{\text{ст}} = 475 \text{ А/м}$.

Ток в обмотке

$$I_1 = \frac{l_{\text{ср}} H_{\text{ст}}}{w} = \frac{42,1 \cdot 10^{-2} \cdot 475}{200} = 1 \text{ А.}$$

Магнитное сопротивление магнитопровода

$$R_{\text{м.ст}} = \frac{l_{\text{ср}}}{\mu_a S} = \frac{l_{\text{ср}}}{(B/H_{\text{ст}}) S} = \frac{42,1 \cdot 10^{-2}}{(1/475) \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}.$$

б) Магнитная индукция в стали и в зазоре одинакова (потоком рассеяния пренебрегаем): $B_{\text{ст}} = B_0 = 1 \text{ Тл}$.

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_0 = B_0 / \mu_0 = 1 / (4\pi \cdot 10^{-7}) = 800 \cdot 10^3 \text{ А/м}.$$

При наличии воздушного зазора МДС обмотки

$$wI_2 = l_{\text{ср}} H_{\text{ст}} + l_0 H_0 = 42,1 \cdot 10^{-2} \cdot 475 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 10^3 = 1000 \text{ А}.$$

Ток в обмотке

$$I_2 = wI_2 / w = 5 \text{ А}.$$

Магнитное сопротивление воздушного зазора

$$R_{\text{м}0} = \frac{l_0}{\mu_0 S} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 16 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}.$$

Магнитное сопротивление магнитопровода с воздушным зазором

$$R_{\text{м}} = R_{\text{м.ст}} + R_{\text{м}0} = 20 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}} \gg R_{\text{м.ст}}.$$

Таким образом, наличие воздушного зазора в магнитопроводе требует значительного увеличения МДС и тока в обмотке ($I_2 / I_1 = 5$).

Задача 6.7. Два сердечника из электротехнической стали имеют общую намагничивающую обмотку (рис. 6.7). Магнитная характеристика стали приведена на рис. 6.4. В правом сердечнике имеется воздушный зазор длиной l_0 . Задан магнитный поток Φ_1 левого сердечника. Определить МДС обмотки wI и магнитный поток Φ_2 правого сердечника при $l_0 = 1 \text{ мм}$, $c = 2 \text{ см}$, $\Phi_1 = 0,64 \times 10^{-3} \text{ Вб}$.

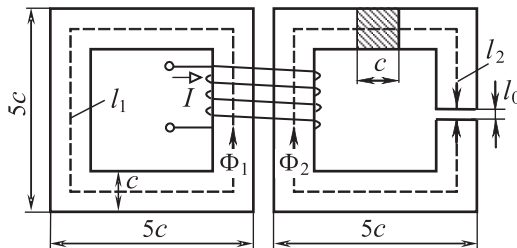


Рис. 6.7

Решение. Левый сердечник представляет собой неразветвленную однородную магнитную цепь. Длина средней линии этой цепи $l_1 = 16c = 0,32$ м, площадь сечения $S = c^2 = 4 \cdot 10^{-4}$ м².

Магнитная индукция в сердечнике

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S} = \frac{0,64 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1,6 \text{ Тл.}$$

Для этой индукции находим по кривой $B(H)$ на рис. 6.4 напряженность магнитного поля левого сердечника: $H_1 = 4600$ А/м.

Искомая МДС обмотки

$$wI = l_1 H_1 = 0,32 \cdot 4600 = 1472 \text{ А.}$$

Она же действует и в правом сердечнике. Таким образом, для правой магнитной цепи заданной величиной является МДС. Из-за наличия зазора правый сердечник представляет неоднородную магнитную цепь, состоящую из двух участков: стального сердечника и воздушного зазора. Длина средней линии участка из стали

$$l_2 = 16c - l_0 = 0,32 - 1 \cdot 10^{-3} \approx 0,32 \text{ м.}$$

По закону полного тока для этой магнитной цепи

$$wI = l_2 H_2 + l_0 H_0.$$

В данном уравнении две неизвестные величины (H_2 и H_0), поэтому определение потока Φ_2 проводим методом последовательных приближений.

Принимаем поток первого приближения $\Phi_{2(1)} = 0,56 \cdot 10^{-3}$ Вб. При этом магнитная индукция

$$B_{2(1)} = \Phi_{2(1)} / S = 1,4 \text{ Тл.}$$

Индукция в воздушном зазоре такая же, т.е. $B_{0(1)} = B_{2(1)}$ (площадь сечения воздушного зазора принимается равной площади сечения образующих его стержней). По кривой $B(H)$ находим при $B_{2(1)} = 1,4$ Тл напряженность магнитного поля: $H_{2(1)} = 2000$ А/м. Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_{0(1)} = \frac{B_{0(1)}}{\mu_0} = \frac{1,4}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,12 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

Необходимая для потока первого приближения $\Phi_{2(1)}$ магнитодвижущая сила

$$\omega I_{(1)} = l_2 H_{2(1)} + l_0 H_{0(1)} = 1760 \text{ A.}$$

Поскольку $\omega I_{(1)} > \omega I$, то принимаем поток второго приближения

$$\Phi_{2(2)} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ Вб} < \Phi_{2(1)}.$$

Рассчитанная таким же образом МДС второго приближения $\omega I_{(2)} = 950 \text{ A}$, что меньше заданной $\omega I = 1472 \text{ A}$.

Выбираем поток третьего приближения так, чтобы $\Phi_{2(1)} > \Phi_{2(3)} > \Phi_{2(2)}$, затем – четвертого приближения $\Phi_{2(4)}$ и т.д. Результаты расчетов сведены в табл. 6.2.

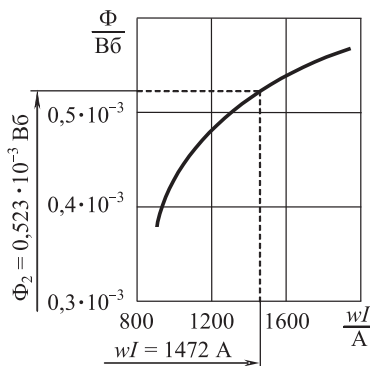


Рис. 6.8

Таблица 6.2

$\Phi_2, \text{Вб}$	$0,56 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	$0,48 \cdot 10^{-3}$	$0,54 \cdot 10^{-3}$
$\omega I, \text{A}$	1760	950	1232	1542

Получение ответа можно ускорить, если после расчета 4–5 режимов построить диаграмму $\Phi(wI)$. Такая диаграмма приведена на рис. 6.8. По диаграмме для заданной МДС $\omega I = 1472 \text{ A}$ поток $\Phi_2 = 0,523 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$.

Как видно, при той же МДС миллиметровый воздушный зазор в правом сердечнике приводит к существенному снижению потока ($\Phi_2 < \Phi_1$).

Задача 6.8. Подъемный электромагнит имеет сердечник Ш-образной формы (рис. 6.9) и якорь из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 6.4. На среднем стержне сердечника расположена обмотка с числом витков $w = 200$. Воздушные зазоры между сердечником и якорем $l_0 = 1 \text{ мм}$. Определить ток в катушке, при котором электромагнит будет развивать подъемную силу $F = 2200 \text{ Н}$.

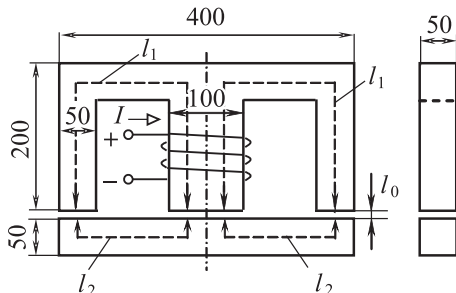


Рис. 6.9

Решение. Магнитная цепь электромагнита является разветвленной симметричной цепью, которую по оси симметрии можно разбить на две неразветвленные цепи, индукция на всех участках которых одинакова. Подъемная сила на один воздушный зазор каждой неразветвленной цепи определяется приближенной формулой

$$F_1 = \frac{B_0^2}{2\mu_0} S,$$

где S – площадь сечения воздушного зазора бокового стержня ($S = 25 \text{ см}^2$).

Суммарная подъемная сила электромагнита в 4 раза больше:

$$F = \frac{2B_0^2}{\mu_0} S,$$

откуда

$$B = \sqrt{\frac{F\mu_0}{2S}} = \sqrt{\frac{2200 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-4}}} = 0,74 \text{ Тл}.$$

По закону полного тока для каждого из симметричных контуров магнитной цепи

$$\omega I = \Sigma l H;$$

$$\Sigma l H = l_1 H_1 + l_2 H_2 + 2l_0 H_0 = 1400 \text{ А},$$

где $H_1 = H_2 = 310 \text{ А/м}$ (по кривой намагничивания для $B = 0,74 \text{ Тл}$);
 $l_1 = 50 \text{ см}$; $l_2 = 20 \text{ см}$; $H_0 = 0,8 \cdot 10^6 \text{ А/м}$;
 $B = 0,592 \cdot 10^6 \text{ А/м}$.

Ток

$$I = \Sigma l H / \omega = 1400 / 200 = 7 \text{ А}.$$

Задача 6.9. Максимальный момент, передаваемый электромагнитной муфтой сцепления, $M = 75 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Муфта изготовлена из стали, магнитная характеристика которой дана на рис. 6.4. Толщина немагнитных прокладок между полюсами $l_0 = 1,5 \text{ мм}$. Площадь сечения полюсов сердечника и якоря $S = 100 \text{ см}^2$. Другие размеры, указанные на рис. 6.10: $r_1 = 2 \text{ см}$, $r_2 = 6 \text{ см}$, $R_1 = 10,6 \text{ см}$, $R_2 = 12 \text{ см}$, длина средней линии пути потока по стали $l_{\text{ст}} = 30 \text{ см}$. Коэффициент трения между полюсами $f_{\text{тр}} = 0,25$. Определить МДС катушки.

Решение. Роль окружного усилия выполняет сила трения полюсов муфты, которая определяется силой нормального давления

F и коэффициентом трения $f_{\text{тр}}$. Полагая окружное усилие приложенным по окружности, радиус которой совпадает со средним радиусом полюсных поверхностей, определяем передаваемый муфтой вращающий момент:

$$M = f_{\text{тр}} \frac{r_1 + r_2}{2} F + f_{\text{тр}} \frac{R_1 + R_2}{2} F.$$

Отсюда сила нормального давления

$$F = \frac{2M}{f_{\text{тр}}(r_1 + r_2 + R_1 + R_2)} = 1960 \text{ Н.}$$

По формуле подъемной силы электромагнита

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} S,$$

откуда

$$B = \sqrt{\frac{F \cdot 2\mu_0}{S}} = 0,7 \text{ Тл.}$$

Такая же индукция в стали сердечника и якоря, поскольку площади сечения одинаковы.

По кривой $B(H)$ на рис. 6.4 для индукции $B = 0,7$ Тл напряженность магнитного поля $H_{\text{ст}} = 280$ А/м. Для зазора между полюсами

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,7}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 5,6 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

Искомая МДС катушки

$$\omega I = l_{\text{ст}} H_{\text{ст}} + 2l_0 H_0 = 84 + 1680 = 1764 \text{ А.}$$

Отметим, что основная часть МДС катушки (1680 А из 1764 А) приходится на неферромагнитный участок между полюсами муфты, т.е. падение магнитного напряжения в зазоре значительно больше, чем в стали.

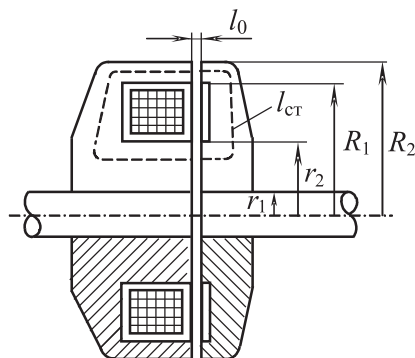


Рис. 6.10

Задача 6.10. Разветвленная магнитная цепь (рис. 6.11) выполнена из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 6.4. В правом стержне имеется воздушный зазор длиной l_0 . Магнитная индукция в зазоре – B_0 . Определить магнитные потоки на всех участках цепи и МДС катушки, если $c = 3$ см, $B_0 = 1$ Тл, $l_0 = 1$ мм.

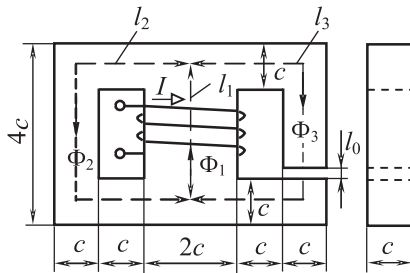


Рис. 6.11

линии равны: $l_1 = 3c = 0,09$ м, $l_2 = 8c = 0,24$ м, $l_3 = 8c - l_0 = 0,24 - 0,001 \approx 0,24$ м, $l_0 = 0,001$ м.

Площади поперечных сечений: $S_1 = 2c^2 = 18 \cdot 10^{-4}$ м², $S_2 = S_3 = S_0 = c^2 = 9 \cdot 10^{-4}$ м².

На основании законов Кирхгофа записываем для данной магнитной цепи следующие уравнения:

$$\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0; \quad (1)$$

$$0 = l_3 H_3 + l_0 H_0 - l_2 H_2; \quad (2)$$

$$\omega I = l_1 H_1 + l_3 H_3 + l_0 H_0. \quad (3)$$

Магнитная индукция в правом стержне B_3 равна индукции в зазоре, так как они представляют неразветвленную часть цепи и $S_3 = S_0$.

Магнитный поток

$$\Phi_3 = S_3 B_3 = S_0 B_0 = 9 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

По кривой $B(H)$ на рис. 6.4 находим для $B_3 = 1$ Тл напряженность поля: $H_3 = 470$ А/м.

Напряженность магнитного поля в зазоре

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0,8 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

Из уравнения (2) определяем напряженность магнитного поля в левом стержне:

$$H_2 = \frac{l_3 H_3 + l_0 H_0}{l_2} = \frac{112,8 + 800}{0,24} = 3803 \text{ А/м.}$$

При данной напряженности H_2 магнитная индукция $B_2 = 1,53$ Тл. Магнитный поток левой ветви

$$\Phi_2 = S_2 B_2 = 1,377 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Согласно уравнению (1) поток в среднем стержне

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 2,277 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Магнитная индукция в среднем стержне

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{2,277 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-4}} = 1,26 \text{ Тл.}$$

По кривой $B(H)$ для данной индукции требуемая напряженность магнитного поля $H_1 = 1000$ А/м.

Согласно уравнению (3) искомая МДС катушки

$$wI = l_1 H_1 + l_3 H_3 + l_0 H_0 = 90 + 113 + 800 = 1003 \text{ А.}$$

Задача 6.11. Разветвленная магнитная цепь (рис. 6.12), выполненная из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 6.4, имеет две катушки с токами $I_1 = 4$ А и $I_2 = 5$ А. Первая катушка состоит из 250 витков, вторая – из 100. Направления токов указаны на рисунке стрелками. Длины средних магнитных силовых линий отдельных участков равны: $l_1 = l_2 = 52$ см, $l_3 = 24,9$ см, $l_0 = 0,1$ см, площади поперечных сечений сердечников $S_1 = S_2 = 30 \text{ см}^2$, $S_3 = S_0 = 36 \text{ см}^2$. Найти распределение потоков в сердечниках. Потоками рассеяния пренебречь.

Решение. Произвольно задаемся направлениями магнитных потоков, например к узлу b , и записываем уравнения на основании законов Кирхгофа:

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0;$$

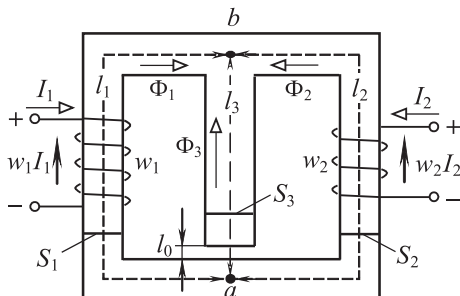


Рис. 6.12

$$w_1 I_1 = l_1 H_1 - l_3 H_3 - l_0 H_0 = l_1 H_1 - U_{\text{маб}};$$

$$w_2 I_2 = l_2 H_2 - l_3 H_3 - l_0 H_0 = l_2 H_2 - U_{\text{маб}},$$

где $U_{\text{маб}} = U_{\text{м3}} = l_3 H_3 + l_0 H_0$ – магнитное напряжение на третьем участке.

Для расчета магнитной цепи графическим способом необходимо построить вспомогательные вебер-амперные характеристики:

$$\Phi_1(-w_1 I_1 + l_1 H_1); \Phi_2(-w_2 I_2 + l_2 H_2); \Phi_3(U_{\text{м3}}).$$

С этой целью задаемся значениями магнитного потока Φ и определяем индукцию, напряженность, падение магнитного напряжения на всех участках цепи. Результаты расчетов приведены в табл. 6.3.

Таблица 6.3

$\Phi \cdot 10^{-3}$, Вб	60	120	180	240	300	360	420
$B_1 = B_2 =$ $= \Phi / S_1$, Тл	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
$H_1 = H_2$, А/м	80	140	230	330	470	800	2100
$l_1 H_1 = l_2 H_2$, А	41,6	72,7	110	172	244	416	1090
$l_1 H_1 - w_1 I_1$, А	-958,4	-927,3	-880	-828	-756	-584	90
$l_2 H_2 - w_2 I_2$, А	-458,4	-427,3	-380	-326	-256	-84	590
$B_0 = B_3 =$ $= \Phi / S_3$, Тл	0,167	0,334	0,5	0,666	0,835	1,0	1,17
$H_0 = 0,8 \times$ $\times 10^6 B_0$, А/м	133 500	267 000	400 000	533 000	667 000	800 000	935 000
H_3 , А/м	70	132	190	280	380	475	690
$l_0 H_0$, А	133,5	267	400	533	667	800	935
$l_3 H_3$, А	17,4	32,8	47,2	69,6	94,5	118	172
$l_0 H_0 + l_3 H_3$, А	150,9	299,8	447,2	602,6	761,5	918	1107

По данным, приведенным в табл. 6.3, построены кривые (рис. 6.13):

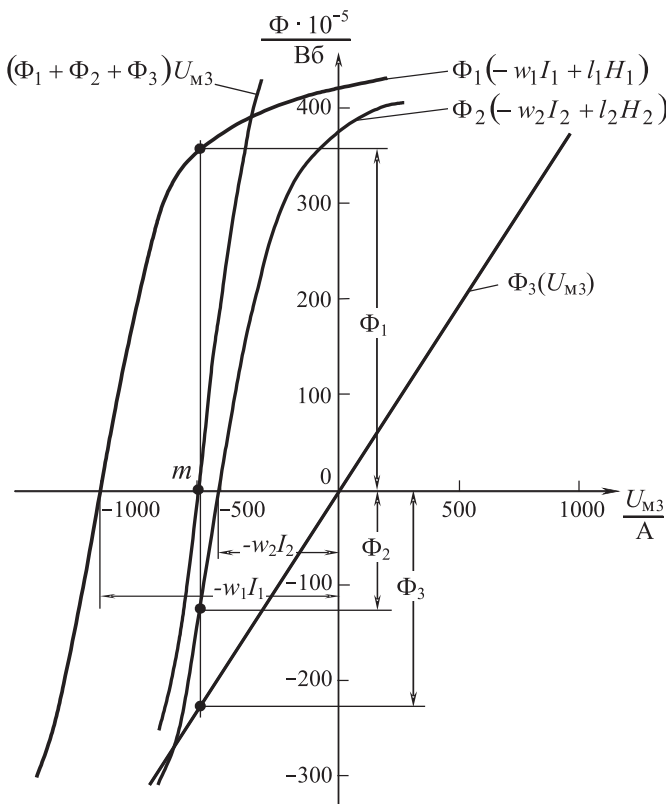


Рис. 6.13

$$\Phi_1(-w_1 I_1 + l_1 H_1); \Phi_2(-w_2 I_2 + l_2 H_2); \Phi_3(U_{M3}),$$

где $U_{M3} = -w_1 I_1 + l_1 H_1 = -w_2 I_2 + l_2 H_2 = l_3 H_3 + l_0 H_0$.

Поскольку значения потоков должны удовлетворять первому закону Кирхгофа: $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$, строим еще одну кривую $(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3) f U_{M3}$ путем суммирования ординат трех характеристик. Она пересекает ось абсцисс в точке m . Проводим через эту точку вертикаль до пересечения с кривыми $\Phi_1(-w_1 I_1 + l_1 H_1)$, $\Phi_2(-w_2 I_2 + l_2 H_2)$ и $\Phi_3(U_{M3})$ и находим потоки в ветвях: $\Phi_1 =$

$355 \cdot 10^{-5}$ Вб, $\Phi_2 = -125 \cdot 10^{-5}$ Вб, $\Phi_3 = -230 \cdot 10^{-5}$ Вб. Отрицательные значения потоков Φ_2 и Φ_3 говорят о том, что действительные направления их противоположны выбранным.

Задача 6.12. В воздушном зазоре $l_0 = 1$ мм сердечника квадратного сечения площадью $S_c = 20 \times 20$ мм² необходимо получить магнитный поток $\Phi = 400$ мкВб при токе в обмотке $I = 0,25$ А. Плотность тока в проводе обмотки $J = 5$ А/мм². Сердечник изготовлен из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 6.4. Коэффициент заполнения проводом окна магнитопровода $K_3 = 0,65$. Определить минимальные размеры сердечника прямоугольной формы.

Решение. Магнитные индукции в сердечнике и зазоре одинаковы:

$$B_c = B_0 = \frac{\Phi}{S_c} = \frac{\Phi}{S_0} = \frac{400 \cdot 10^{-6}}{400 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ Тл.}$$

По кривой намагничивания находим напряженность магнитного поля в сердечнике: $H_c = 470$ А/м.

Напряженность магнитного поля в зазоре

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 7,958 \cdot 10^5 \text{ А/м.} \quad (1)$$

Площадь поперечного сечения провода

$$S_{\text{пр}} = \frac{I}{J} = \frac{0,25}{5} = 0,05 \text{ мм}^2 = 0,05 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2. \quad (2)$$

Минимальные размеры сердечника получатся при минимальной длине средней линии сердечника l_c , что соответствует квадрату. Поэтому сердечник должен иметь форму квадрата (рис. 6.14), сторона которого $a = cn$, где $c = 20$ мм, n – параметр, который должен быть найден в результате решения задачи.

Длина средней линии сердечника

$$l_c = 4(n-1)c - l_0 \approx 4(n-1)c. \quad (3)$$

Площадь окна сердечника

$$S_{\text{ок}} = ((n-2)c)^2 = (n-2)^2 c^2.$$

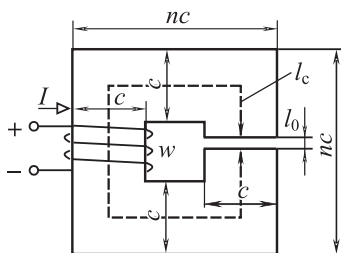


Рис. 6.14

Суммарная площадь сечения всех витков провода, проходящих через окно сердечника,

$$S_{\text{пр}\Sigma} = K_3 S_{\text{ок}} = K_3 c^2 (n-2)^2.$$

Количество витков провода

$$w = \frac{S_{\text{пр}\Sigma}}{S_{\text{пр}}} = \frac{K_3 c^2 (n-2)^2}{S_{\text{пр}}}. \quad (4)$$

По закону полного тока

$$l_c H_c + l_0 H_0 = wI. \quad (5)$$

Используя выражения (1) – (4), уравнение (5) можно преобразовать к виду

$$4cH_c(n-1) + \frac{B_0 l_0}{\mu_0} = K_3 J c^2 (n-2)^2.$$

После подстановки числовых значений и алгебраических преобразований получаем квадратное уравнение относительно искомого параметра n :

$$n^2 - 4,0289n + 3,4168 = 0,$$

корнями которого являются $n_1 = 1,2137$ и $n_2 = 2,8153$.

При n_1 сторона окна сердечника $(n_1 - 2)c = (1,2137 - 2)c < 0$, что не имеет физического смысла. Поэтому искомый параметр $n = n_2 = 2,8153$.

Определяем искомые размеры сердечника. Сторона сердечника

$$nc = 2,8153 \cdot 20 = 56,3 \text{ мм},$$

сторона окна сердечника

$$(n - 2)c = (2,8153 - 2) \cdot 20 = 16,3 \text{ мм}.$$

Проверка. Длина средней линии сердечника

$$l_c = 4(n - 1)c = 4(2,8153 - 1) \cdot 20 = 145,2 \text{ мм} = 0,1452 \text{ м}.$$

Магнитное напряжение вдоль средней линии сердечника

$$U_{\text{м.с}} = l_c H_c = 0,1452 \cdot 470 = 68,2 \text{ А}.$$

Магнитное напряжение в зазоре

$$U_{m0} = l_0 H_0 = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 7,958 \cdot 10^5 = 795,8 \text{ А.}$$

Магнитное напряжение вдоль всей магнитной цепи

$$U_m = U_{m0} + U_{mc} = 795,8 + 68,2 = 864 \text{ А.}$$

Количество витков обмотки

$$w = \frac{K_3 c^2 (n-2)^2}{S_{\text{пр}}} = \frac{0,65 \cdot (20 \cdot 10^{-3})^2 (2,8153 - 2)^2}{0,05 \cdot 10^{-6}} = 3456,5.$$

Округляем до $w = 3457$.

Магнитодвижущая сила

$$F = wI = 3457 \cdot 0,25 = 864,25 \text{ А.}$$

Таким образом, равенство $U_m = F$ или $l_c H_c + l_0 H_0 = wI$ выполняется с относительной погрешностью

$$\delta = \frac{864,25 - 864}{864} \approx 0,03\%,$$

что подтверждает правильность расчетов.

Контрольные задачи

Указание. При решении контрольных задач (6.13–6.22) пользоваться кривой намагничивания стали, приведенной на рис. 6.4.

Задача 6.13. По двум параллельным прямолинейным проводам, радиус сечения которых $R = 4$ мм, проходит ток $I = 200$ А. Расстояние между осями проводов 1 м. Рассчитать напряженность магнитного поля в средней точке между осями проводов (на расстоянии 0,5 м от оси каждого провода) для двух случаев: токи проходят в противоположных направлениях; токи проходят в одинаковых направлениях. Воспользоваться результатами расчетов, представленными в табл. 6.1.

Задача 6.14. При прохождении одинакового тока по двум длинным параллельным проводам, находящимся на расстоянии 1 м один от другого, на каждый метр длины провода действует сила $F = 2 \times 10^{-7}$ Н. Определить ток, проходящий по каждому из проводов.

Задача 6.15. На стальном сердечнике кольцевой формы (рис. 6.15) помещена катушка с числом витков $w = 300$. Площадь

сечения сердечника $S = 16 \text{ см}^2$, длина средней линии $l = 0,6 \text{ м}$. Ток катушки $I = 1 \text{ А}$. Определить поток в сердечнике и потокоцепление катушки.

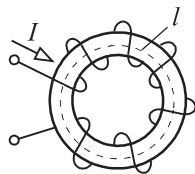


Рис. 6.15

Задача 6.16. Рассчитать в условиях задачи 6.3 индуктивность катушки, если сердечник выполнен из электротехнической стали, но ток в обмотке: а) уменьшился в 2 раза ($I = I_2 / 2 = 2,5 \text{ А}$); б) увеличился в 2 раза ($I = 2I_2 = 10 \text{ А}$).

Задача 6.17. Решить задачу 6.15 при условии, что стальной сердечник имеет воздушный зазор длиной $l_0 = 1 \text{ мм}$. Определить поток в сердечнике и потокоцепление катушки при том же токе в ней.

Задача 6.18. В условии задачи 6.15 стальной сердечник имеет воздушный зазор длиной $l_0 = 1 \text{ мм}$. Определить ток катушки, при котором поток в сердечнике и потокоцепление останутся такими же, как и в отсутствие зазора. Как при этом изменится потребляемая катушкой активная мощность?

Задача 6.19. Магнитный поток в воздушных зазорах магнитной цепи, изображенной на рис. 6.16, $\Phi = 0,48 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$; $c = 2 \text{ см}$, $l_0 = 1 \text{ мм}$. Определить МДС катушки.

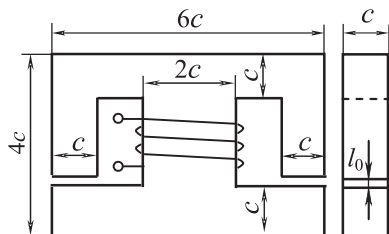


Рис. 6.16

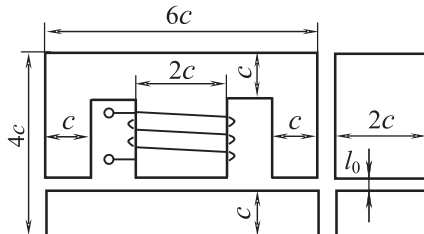


Рис. 6.17

Задача 6.20. На якорь электромагнита, изображенного на рис. 6.17, действует подъемная сила $F = 1500 \text{ Н}$. Между полюсами сердечника и якорем имеется зазор $l_0 = 0,5 \text{ мм}$; $c = 3 \text{ см}$. Определить магнитодвижущую силу обмотки электромагнита.

Задача 6.21. В правом стержне магнитной цепи, показанной на рис. 6.18, имеется воздушный зазор длиной $l_0 = 1 \text{ мм}$; $c = 3 \text{ см}$. Индукция в зазоре $B_0 = 0,2 \text{ Тл}$. Определить индукцию на всех участках (1–4) цепи и МДС катушки.

Задача 6.22. Длина средней линии стального сердечника цепи, изображенной на рис. 6.19, $l = 0,4 \text{ м}$, площадь сечения сердечника $S = 16 \text{ см}^2$. Длина воздушного зазора l_0 . Задаваясь значениями ин-

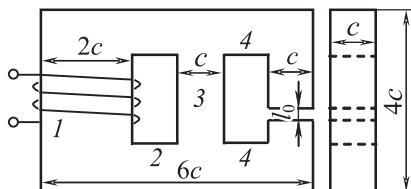


Рис. 6.18

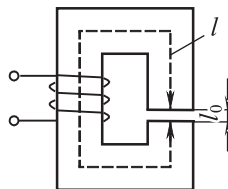


Рис. 6.19

дукции от 0 до 1,5 Тл, рассчитать и построить вебер-амперную характеристику $\Phi(wI)$ цепи для двух значений длины зазора: $l_0 = 0,2$ мм и $l_0 = 2$ мм.

Ответы к контрольным задачам

6.13. 127,4 А/м; 0. **6.14.** 1 А. **6.15.** $\Phi = 1,66$ мВб; $\psi = 0,5$ Вб. **6.16.** а) 25 мГн; б) 7,8 мГн. **6.17.** $\Phi = 0,48$ мВб; $\psi = 0,144$ Вб. **6.18.** 3,77 А. **6.19.** 1440 А. **6.20.** 470 А. **6.21.** $B_4 = B_0 = 0,2$ Тл; $B_3 = 1,38$ Тл, $B_2 = 1,58$ Тл, $B_1 = 0,79$ Тл, $wI = 679$ А.

7. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ

Задачи с решениями

Задача 7.1. Катушка с сердечником из электротехнической стали подключена к сети напряжением $u = 179\cos 314t$ В. Кривая намагничивания стали $B(H)$ приведена на рис. 7.1. Площадь поперечного сечения сердечника $S = 10 \text{ см}^2$, длина средней магнитной линии $l = 50 \text{ см}$, число витков катушки $w = 400$. Пренебрегая активным сопротивлением и потоком рассеяния обмотки, потерями в стальном сердечнике: 1) построить диаграммы мгновенных значений потока $\Phi(\omega t)$ и тока $i(\omega t)$ в катушке; 2) рассчитать действующее значение тока, коэффициент амплитуды и эквивалентную индуктивность катушки.

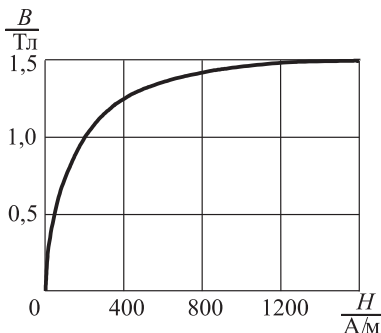


Рис. 7.1

Решение. При отсутствии активного сопротивления и потока рассеяния обмотки напряжение уравнивается ЭДС самоиндукции $u = -e = w \frac{d\Phi}{dt}$ и изменение потока во времени определяется приложенным к катушке напряжением:

$$\Phi(t) = \frac{1}{w} \int u dt + C = \frac{U_m}{\omega w} \sin \omega t = \Phi_m \sin \omega t,$$

т.е. при синусоидальном напряжении на зажимах катушки рабочий поток ее сердечника изменяется также синусоидально (рис. 7.2, а).

Поскольку $U = E = 2\pi f w \Phi_m / \sqrt{2} = 4,44 f w \Phi_m$, то амплитуды магнитного потока и индукции равны соответственно:

$$\Phi_m = \frac{U_m / \sqrt{2}}{4,44 f w} = \frac{179 / \sqrt{2}}{4,44 \cdot 50 \cdot 400} = 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ Вб};$$

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{1,43 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,43 \text{ Тл}.$$

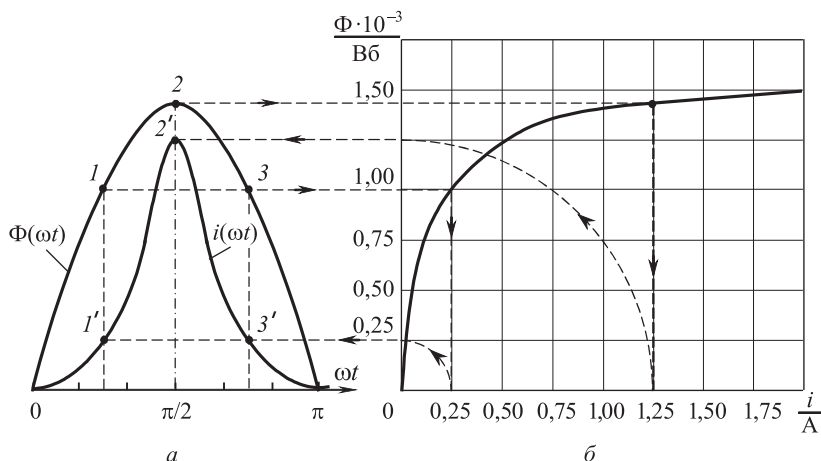


Рис. 7.2

Для построения диаграммы мгновенных значений тока $i(\omega t)$ строим зависимость $\Phi(i)$. С этой целью масштаб кривой намагничивания стали $B(H)$ (см. рис. 7.1) пересчитываем, используя формулы $i = lH/w$, $\Phi = SB$ (рис. 7.2, б).

Задаваясь значениями магнитного потока на кривой $\Phi(\omega t)$ (точки 1, 2, 3), с помощью зависимости $\Phi(i)$ находим соответствующие значения тока i и определяем точки 1', 2', 3' кривой $i(\omega t)$ (рис. 7.2, а, б).

Действующее значение несинусоидального тока определяем по приближенной формуле

$$I = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n i_k^2}, \quad (1)$$

где n – число частей, на которое разделен полупериод тока;

$$I = \sqrt{\frac{1}{6}(0,05^2 + 0,25^2 + 0,95^2 + 0,95^2 + 0,25^2 + 0,05^2)} = 0,57 \text{ А.}$$

Коэффициент амплитуды

$$k_a = \frac{I_{\max}}{I} = \frac{1,25}{0,57} = 2,19.$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{127}{0,57} = 222,8 \text{ Ом.}$$

Эквивалентная индуктивность

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{Z}{\omega} = \frac{222,8}{314} = 0,71 \text{ Гн.}$$

Задача 7.2. В условиях задачи 7.1 найти зависимость полного сопротивления Z катушки от напряжения U на ее зажимах в диапазоне изменения напряжения от 30 до 127 В. Активным сопротивлением, потоком рассеяния обмотки, потерями в стали пренебречь.

Таблица 7.1

$U, \text{ В}$	30	60	90	127
$I, \text{ А}$	0,03	0,071	0,17	0,57
$Z = U/I, \text{ Ом}$	1000	845	529	222,8

Решение. Расчет полного сопротивления производим графоаналитическим методом. С этой целью задаемся значениями напряжения $U = 30; 60; 90; 127 \text{ В}$ и рассчитываем соответствующие им амплитуды потока:

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 f \omega} = 0,338 \cdot 10^{-3}; \quad 0,675 \cdot 10^{-3}; \quad 1,01 \cdot 10^{-3}; \quad 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

С помощью зависимости $\Phi(i)$ (рис. 7.2, б) строим диаграммы мгновенных значений тока катушки $i(\omega t)$. По приближенной формуле (1), приведенной в задаче 7.1, определяем действующие значения тока. Результаты графоаналитического расчета даны в табл. 7.1, кривые $I(U)$ и $Z(U)$ – на рис. 7.3.

Задача 7.3. Аппроксимируя кривую намагничивания электротехнической стали (см. рис. 7.1) степенным полиномом $H = aB + bB^5$, определить закон изменения тока и его действующее значение в катушке с замкнутым магнитопроводом, описанной в условии задачи 7.1. Мощностью

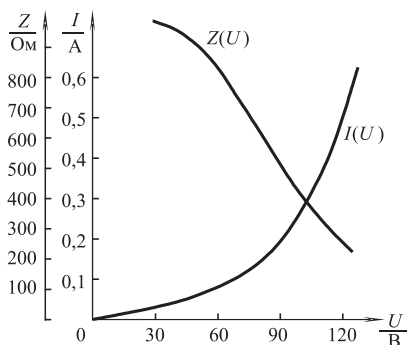


Рис. 7.3

потерь в стали, потоком рассеяния и активным сопротивлением катушки пренебречь.

Решение. Максимальное значение магнитной индукции

$$B_m = \frac{U}{4,44 f w S} = \frac{U_m / \sqrt{2}}{4,44 f w S} = \frac{179 / \sqrt{2}}{4,44 \cdot 50 \cdot 400 \cdot 10^{-3}} = 1,43 \text{ Тл.}$$

Для определения коэффициентов аппроксимации a и b выбираем на кривой намагничивания две точки: одну на изгибе ($H_1 = 200$ А/м; $B_1 = 1$ Тл) и вторую ($H_2 = 1000$ А/м; $B_2 = 1,43$ Тл), соответствующую рассчитанному амплитудному значению индукции $B_m = 1,43$ Тл.

Решая систему двух уравнений

$$\begin{cases} H_1 = aB_1 + bB_1^5; \\ H_2 = aB_2 + bB_2^5; \end{cases} \begin{cases} 200 = a \cdot 1 + b \cdot 1^5; \\ 1000 = a \cdot 1,43 + b \cdot 1,43^5, \end{cases}$$

находим коэффициенты аппроксимации: $a = 43$, $b = 157$.

Используя закон полного тока и уравнение аппроксимации, записываем уравнение мгновенного значения тока:

$$i = \frac{l}{w} H = \frac{l}{w} (aB + bB^5).$$

Поскольку напряжение, приложенное к катушке, синусоидально, то и магнитная индукция изменяется по синусоидальному закону

$$B = B_m \sin \omega t = 1,43 \sin \omega t \text{ Тл.}$$

Тогда уравнение мгновенного значения тока имеет вид

$$i = \frac{l}{w} (aB_m \sin \omega t + bB_m^5 \sin^5 \omega t) = 0,0769 \sin \omega t + 1,175 \sin^5 \omega t \text{ А.}$$

Учитывая, что

$$\sin^5 \alpha = \frac{5}{8} \sin \alpha - \frac{5}{16} \sin 3\alpha + \frac{1}{16} \sin 5\alpha,$$

получаем

$$i = 0,811 \sin \omega t - 0,367 \sin 3\omega t + 0,073 \sin 5\omega t \text{ А.} \quad (1)$$

Действующее значение тока катушки

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2} = \sqrt{\frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \frac{I_{5m}^2}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{0,811^2}{2} + \frac{0,367^2}{2} + \frac{0,073^2}{2}} = 0,61 \text{ A.}$$

Амплитудное значение тока катушки определяется суммой амплитудных значений токов 1, 3 и 5-й гармоник (1), так как 3-я гармоника в противофазе с 1-й и 5-й:

$$I_{\max} = 0,811 + 0,367 + 0,073 = 1,251 \text{ A.}$$

Результаты аналитического и графического (задача 7.1) расчетов катушки различаются незначительно.

Задача 7.4. На рис. 7.4 приведена динамическая петля перемагничивания $B(H)$ при частоте $f = 50$ Гц стального сердечника ка-

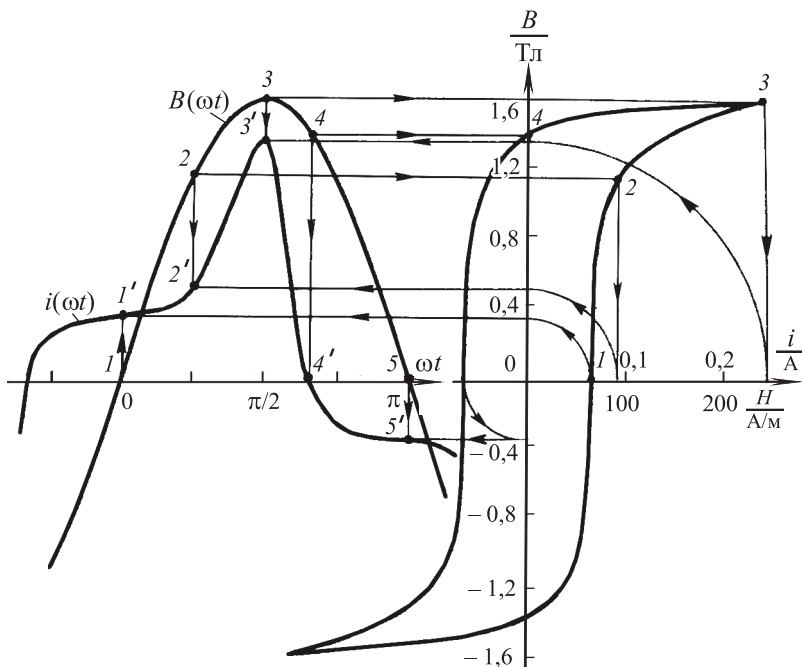


Рис. 7.4

тушки, имеющего площадь поперечного сечения $S = 10 \text{ см}^2$, длину средней магнитной линии $l = 17,5 \text{ см}$, площадь петли перемангничивания $S_{\Pi} = 10,7 \text{ см}^2$. Число витков катушки $w = 175$. Воспользовавшись диаграммой $B(H)$, построить зависимость $i(\omega t)$, определить действующие значения напряжения и тока катушки, потерю мощности в сердечнике. Активным сопротивлением и потоком рассеяния обмотки пренебречь.

Решение. При отсутствии активного сопротивления и потока рассеяния катушки

$$U = E = 4,44 f w S B_m.$$

На петле перемангничивания амплитуда индукции $B_m = 1,6 \text{ Тл}$, и действующее значение напряжения

$$U = 4,44 \cdot 50 \cdot 175 \cdot 1,6 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 62 \text{ В}.$$

Магнитная индукция в сердечнике изменяется синусоидально (рис. 7.4). Для построения зависимости $i(\omega t)$ задаемся значениями индукции B (точки 1–5) и с помощью петли перемангничивания находим соответствующие точки 1'–5' кривой тока.

Диаграмма $i(\omega t)$ приведена на рис. 7.4. Из-за потерь в сердечнике наблюдается сдвиг фаз индукции и тока.

Действующее значение тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n i_k^2} = \sqrt{\frac{1}{6} (0,04^2 + 0,054^2 + 0,06^2 + 0,1^2 + 0,23^2 + 0,123^2)} = 0,12 \text{ А}.$$

Потери энергии за один цикл перемангничивания сердечника

$$A = V_c \oint H dB = V_c m_H m_B S_{\Pi} = 1,75 \cdot 10^{-4} \cdot 86 \cdot 0,47 \cdot 10,7 = 75,6 \cdot 10^{-3} \text{ Дж},$$

где $V_c = Sl = 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ – объем сердечника; $m_H = 86 \text{ А/м/см}$, $m_B = 0,47 \text{ Тл/см}$ – масштабы по осям координат, в которых построена петля; $S_{\Pi} = 10,7 \text{ см}^2$ – площадь петли перемангничивания.

Мощность полных потерь в сердечнике на гистерезис и вихревые токи при заданной частоте

$$P = f \cdot A = 50 \cdot 75,6 \cdot 10^{-3} = 3,78 \text{ Вт}.$$

Задача 7.5. Мощность потерь в стали магнитопровода при частоте 40 Гц составила 100 Вт, а при частоте 60 Гц и том же напряжении источника – 80 Вт. Определить мощность суммарных потерь в стали, а также отдельно потери от гистерезиса и от ви-

хревых токов при частоте 50 Гц и неизменном напряжении источника.

Решение. Мощность потерь в стали от гистерезиса прямо пропорциональна частоте и квадрату магнитной индукции. Но так как индукция при неизменном напряжении источника обратно пропорциональна частоте, то рост частоты приводит к уменьшению мощности потерь от гистерезиса. При $f_1 = 40$ Гц

$$P_{r1} = af_1 B_{m1}^2;$$

при $f_2 = 60$ Гц

$$P_{r2} = af_2 B_{m2}^2 = af_2 \left(\frac{B_{m1}}{f_2/f_1} \right)^2 = P_{r1} \frac{f_1}{f_2}.$$

Мощность потерь в стали от вихревых токов прямо пропорциональна квадрату частоты и квадрату магнитной индукции. При $f_1 = 40$ Гц

$$P_{B1} = bf_1^2 B_{m1}^2;$$

при $f_2 = 60$ Гц

$$P_{B2} = bf_2^2 B_{m2}^2 = bf_2^2 \left(\frac{B_{m1}}{f_2/f_1} \right)^2 = bf_1^2 B_{m1}^2 = P_{B1} = \text{const.}$$

Из последнего выражения следует, что при $U = \text{const}$ мощность потерь от вихревых токов остается постоянной при изменении частоты.

Таким образом, можно составить систему двух уравнений:

$$\begin{cases} P_1 = P_{r1} + P_{B1}; & \begin{cases} 100 = P_{r1} + P_{B1}; \\ 80 = P_{r1} \frac{40}{60} + P_{B1}. \end{cases} \\ P_2 = P_{r1} \frac{f_1}{f_2} + P_{B1}; \end{cases}$$

Решение системы уравнений дает $P_{r1} = 60$ Вт, $P_{B1} = 40$ Вт.

При частоте $f = 50$ Гц мощность потерь в стали от гистерезиса, вихревых токов и суммарные потери равны соответственно:

$$P_{r(50)} = P_{r1} \frac{f_1}{50} = 60 \frac{40}{50} = 48 \text{ Вт}; \quad P_{B(50)} = P_{B1} = P_{B2} = 40 \text{ Вт};$$

$$P_{(50)} = P_{r(50)} + P_{B(50)} = 48 + 40 = 88 \text{ Вт}.$$

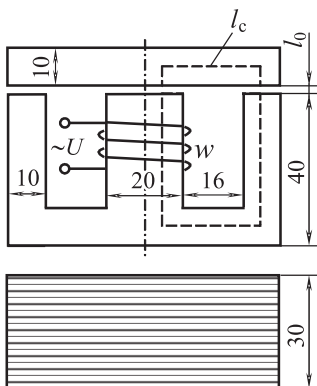


Рис. 7.5

Задача 7.6. Катушка с сердечником из электротехнической стали 1511 (рис. 7.5) имеет число витков $w = 360$ и питается синусоидальным напряжением $U = 60$ В с частотой $f = 50$ Гц. Кривая намагничивания стали задана табл. 7.2 (для H приведены действующие значения).

Определить ток I и эквивалентную индуктивность L катушки при значениях длины воздушного зазора в магнитопроводе $l_0 = 0; 0,5; 1,0$ мм. Потерями энергии в сердечнике и обмотке, а также индуктивным сопротивлением рассеяния пренебречь.

Таблица 7.2

B_m , Тл	0,75	1,0	1,25	1,37	1,4	1,43	1,45	1,5
H , А/м	90	200	400	600	800	1000	1200	1600

Решение. При одинаковом напряжении и указанных в условии допущениях $U = E$ и индукция остается неизменной при всех значениях l_0 ;

$$B_m = \frac{U}{4,44 f w S} = \frac{60}{4,44 \cdot 50 \cdot 360 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \text{ Тл},$$

где $S = 30 \cdot 20 = 600 \text{ мм}^2$ – площадь поперечного сечения магнитопровода.

Так как магнитная цепь симметрична, то, разделив ее по оси симметрии, запишем уравнение второго закона Кирхгофа:

$$wI = l_c H_c + 2l_0 H_0,$$

где $l_c = 132 \text{ мм}$ – длина средней магнитной линии.

Напряженность в стали определяем по кривой намагничивания (табл. 7.2):

$$H_c = 400 \text{ А/м}.$$

Напряженность в зазоре

$$H_0 = \frac{B_m}{\sqrt{2}\mu_0} = \frac{1,25}{\sqrt{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 7,06 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

При отсутствии воздушного зазора ($l_0 = 0$)

$$I = \frac{l_c H_c}{w} = \frac{400 \cdot 132 \cdot 10^{-3}}{360} = 0,147 \text{ А.}$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{U}{\omega I} = \frac{60}{314 \cdot 0,147} = 1,3 \text{ Гн.}$$

Для $l_0 = 0,5$ мм и $l_0 = 1,0$ мм результаты расчета сводим в табл. 7.3.

Таблица 7.3

l_0 , мм	0	0,5	1,0
I , А	0,147	1,716	3,28
L , Гн	1,3	0,111	0,058

Таким образом, увеличение воздушного зазора в сердечнике приводит к возрастанию тока катушки и уменьшению ее индуктивности.

Задача 7.7. Определить число витков и намагничивающий ток в обмотке электромагнитного реле при $U = 220$ В и $f = 50$ Гц. Реле должно создавать усилие $F = 10$ Н при рабочем зазоре $l_0 = 4$ мм. Сечение якоря $S = 2 \text{ см}^2$ (реле имеет один зазор).

Решение. Амплитуда индукции (без учета потока рассеяния)

$$B_m = \sqrt{\frac{4\mu_0 F}{S}} \approx \sqrt{\frac{F}{2 \cdot 10^5 \cdot S}} = 0,5 \text{ Тл.}$$

Пренебрегая активным сопротивлением обмотки и ее индуктивным сопротивлением рассеяния, находим число витков:

$$w = \frac{U}{4,44 f S B_m} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 9910.$$

При достаточно большом воздушном зазоре ($l_0 = 4$ мм) МДС катушки приблизительно равна падению магнитного напряжения в зазоре:

$$\omega I_m \approx l_0 H_{0m} = l_0 \frac{B_m}{\mu_0} = 4 \cdot 10^{-3} \frac{0,5}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1592 \text{ А.}$$

Намагничивающий ток катушки

$$I = \frac{\omega I_m}{\sqrt{2}\omega} = \frac{1592}{\sqrt{2} \cdot 9910} = 0,114 \text{ А.}$$

Задача 7.8. Сравнить силы притяжения электромагнитов постоянного и переменного тока при одинаковой индукции $B_m = 0,2 \text{ Тл}$ и площади сечения полюса $S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Решение. Подъемная сила электромагнита постоянного тока (на один полюс)

$$F_- = \frac{SB_m^2}{2\mu_0} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 3,18 \text{ Н.}$$

Среднее за период значение подъемной силы электромагнита переменного тока (на один полюс)

$$F_- = \frac{S(B_m/\sqrt{2})^2}{2\mu_0} = \frac{2 \cdot 10^{-4} (0,2/\sqrt{2})^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,59 \text{ Н.}$$

Таким образом, при одних и тех же максимальных значениях индукции и площади сечения полюса подъемная сила электромагнита постоянного тока вдвое превышает подъемную силу электромагнита переменного тока.

Задача 7.9. Для определения параметров схемы замещения катушки со сталью использована цепь, изображенная на рис. 7.6. Приборы показали: $U = 127 \text{ В}$, $I = 5 \text{ А}$, $P = 100 \text{ Вт}$. Частота $f = 50 \text{ Гц}$. При включении катушки в цепь постоянного напряжения $U_- = 12 \text{ В}$ ток $I_- = 4 \text{ А}$. Число витков катушки $w = 200$. Пренебрегая потоком рассеяния, определить сопротивления всех элементов последовательно-параллельной схемы замещения катушки (рис. 7.7, а). Построить векторную диаграмму для заданного режима.

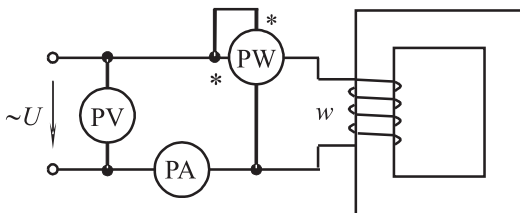


Рис. 7.6

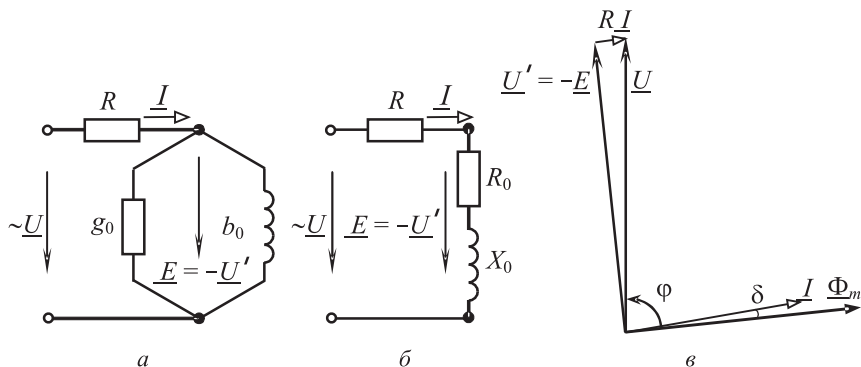


Рис. 7.7

Решение. Активное сопротивление обмотки

$$R = \frac{U_-}{I_-} = \frac{12}{4} = 3 \text{ Ом.}$$

Мощность потерь в обмотке (в меди)

$$P_M = RI^2 = 3 \cdot 5^2 = 75 \text{ Вт.}$$

Мощность P , измеренная ваттметром, включает мощность потерь в меди и стальном сердечнике. Следовательно, мощность потерь в стальном сердечнике

$$P_c = P - P_M = 100 - 75 = 25 \text{ Вт.}$$

Сопротивление R_0 в последовательной схеме замещения катушки (рис. 7.7, б) определяется по мощности потерь в стали:

$$R_0 = P_c / I^2 = 25 / 5^2 = 1 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = U / I = 127 / 5 = 25,4 \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$X_0 = \sqrt{Z^2 - (R + R_0)^2} = \sqrt{25,4^2 - 4^2} = 25 \text{ Ом.}$$

Находим активную g_0 и реактивную b_0 проводимости в схеме замещения (рис. 7.7, а):

$$g_0 = \frac{R_0}{R_0^2 + X_0^2} = \frac{1}{1^2 + 25^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ См};$$

$$b_0 = \frac{X_0}{R_0^2 + X_0^2} = \frac{25}{1^2 + 25^2} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ См}.$$

Для построения векторной диаграммы определяем угол сдвига фаз φ между вектором напряжения \underline{U} и вектором эквивалентного тока катушки \underline{I} :

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{100}{127 \cdot 5} = 0,157; \quad \varphi = 81^\circ.$$

Откладываем вектор напряжения \underline{U} , затем под углом 81° к нему вектор тока \underline{I} (рис. 7.7, *в*). Так как $\underline{U} = -\underline{E} + R\underline{I}$ и $-\underline{E} = \underline{U}' = \underline{U} - R\underline{I}$, то, вычитая из вектора \underline{U} вектор падения напряжения $\underline{U}_R = R\underline{I}$ ($U_R = 3 \times \times 5 = 15 \text{ В}$), получаем вектор $\underline{U}' = -\underline{E}$ ($E = \sqrt{R_0^2 + X_0^2} I = 125 \text{ В}$).

Вектор потока $\underline{\Phi}_m$ отстает по фазе от вектора \underline{U}' на угол 90° , его значение

$$\Phi_m = \frac{E}{4,44 f w} = \frac{125}{4,44 \cdot 50 \cdot 200} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}.$$

Находим угол сдвига фаз δ между векторами \underline{I} и $\underline{\Phi}_m$ (угол потерь):

$$\sin \delta = \frac{P_c}{EI} = \frac{25}{125 \cdot 5} = 0,04; \quad \delta = 2,3^\circ.$$

Задача 7.10. В цепи (см. рис. 7.6) $U = 220 \text{ В}$, $I = 5 \text{ А}$, $P = 225 \text{ Вт}$. Частота источника напряжения $f = 50 \text{ Гц}$. Число витков катушки $w = 500$, ее активное сопротивление $R = 5 \text{ Ом}$. Амплитуда магнитного потока сердечника в заданном режиме $\Phi_m = 18 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$. Определить параметры всех элементов последовательной схемы замещения катушки (рис. 7.8, *а*) и построить векторную диаграмму.

Решение. Мощность потерь в меди обмотки

$$P_M = RI^2 = 5 \cdot 5^2 = 125 \text{ Вт}.$$

Мощность потерь в сердечнике

$$P_c = P - P_M = 225 - 125 = 100 \text{ Вт}.$$

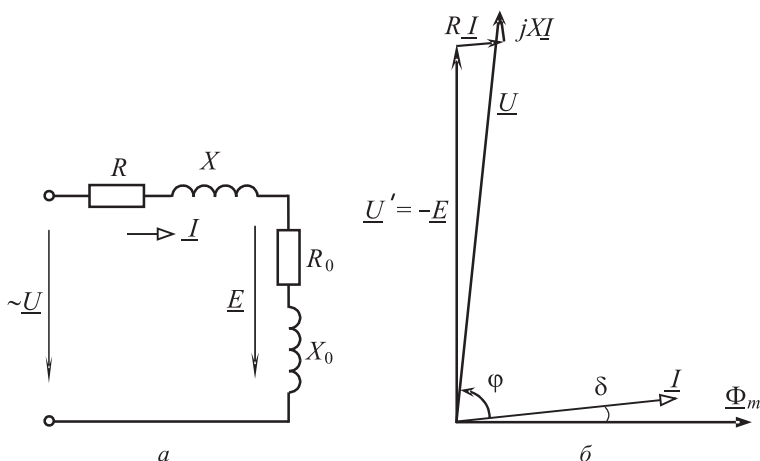


Рис. 7.8

Активное сопротивление схемы замещения, обусловленное потерями в стали,

$$R_0 = P_c / I^2 = 100 / 25 = 4 \text{ Ом.}$$

Находим ЭДС в обмотке:

$$E = U' = 4,44 f w \Phi_m = 4,44 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 18 \cdot 10^{-4} = 200 \text{ В.}$$

Определяем полное Z_0 и индуктивное X_0 сопротивления, учитывая наличие стального сердечника:

$$Z_0 = \frac{U'}{I} = \frac{200}{5} = 40 \text{ Ом;}$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{40^2 - 4^2} = 39,8 \text{ Ом.}$$

Рассчитываем полное сопротивление катушки Z и ее индуктивное сопротивление рассеяния X :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} = 44 \text{ Ом;}$$

$$X + X_0 = \sqrt{Z^2 - (R + R_0)^2} = \sqrt{44^2 - 9^2} = 43 \text{ Ом;}$$

$$X = 43 - 39,8 = 3,2 \text{ Ом.}$$

Построение векторной диаграммы начинаем с вектора $\underline{\Phi}_m$, затем откладываем вектор $\underline{U}' = -\underline{E}$, опережающий $\underline{\Phi}_m$ на 90° . Вектор тока \underline{I} опережает вектор потока $\underline{\Phi}_m$ на угол потерь

$$\delta = \arcsin \frac{P_c}{EI} = \arcsin \frac{100}{200 \cdot 5} = 5,7^\circ.$$

Вектор \underline{U} определяем согласно уравнению $\underline{U} = -\underline{E} + R\underline{I} + jX_L\underline{I}$, для чего с конца вектора \underline{U}' параллельно \underline{I} проводим вектор падения напряжения $R\underline{I}$ на активном сопротивлении обмотки, далее под углом 90° к току \underline{I} проводим вектор падения напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния $jX_L\underline{I}$ (рис. 7.8, б).

Задача 7.11. Катушка с ферромагнитным сердечником и конденсатор емкостью $C = 28,5$ мкФ соединены последовательно и питаются синусоидальным напряжением частотой $f = 50$ Гц (рис. 7.9). Число витков катушки $w = 300$, площадь поперечного сечения сердечника $S = 20$ см², длина магнитной линии $l = 0,5$ м. Кривая намагничивания материала сердечника задана табл. 7.4 (для H приведены действующие значения).

Таблица 7.4

B_m , Тл	0,3	0,6	0,9	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
H , А/м	20	55	135	280	350	430	600	795	1320	2400

Определить ток при феррорезонансе и ток, соответствующий скачкообразному изменению его фазы на 180° при повышении напряжения. Активным сопротивлением элементов цепи пренебречь.

Решение. По заданной кривой намагничивания сердечника $B_m(H)$ строим ВАХ $U_L(I)$: масштаб по оси абсцисс пересчитываем на масштаб тока по формуле $I = lH/w$, по оси ординат – на масштаб напряжения по формуле $U_L = 4,44 f w S B_m$ (рис. 7.9).

Для построения ВАХ конденсатора $U_C(I)$ рассчитываем емкостное сопротивление:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 28,5} = 112 \text{ Ом.}$$

Выбираем произвольную точку диаграммы $U_C(I)$, например $X_C = U_C/I = 224/2$, и проводим прямую через две точки с координатами 0; 0 и 2 А; 224 В.

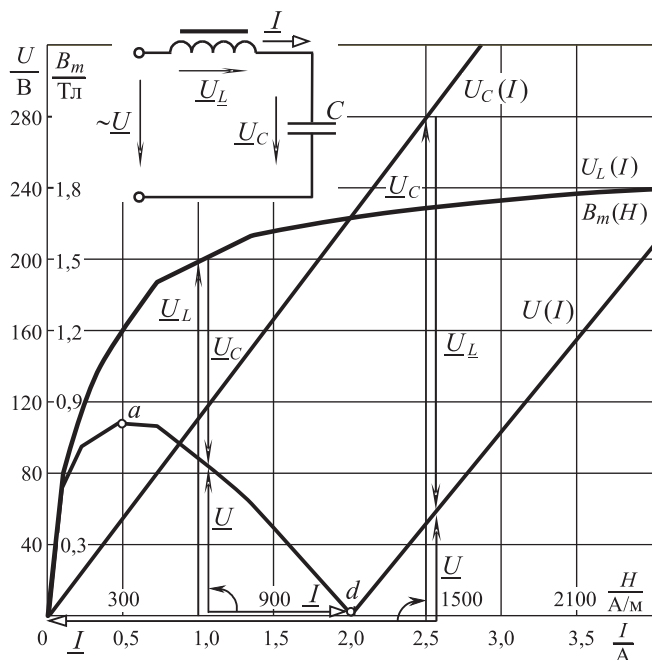


Рис. 7.9

Результатирующую ВАХ цепи $U(I)$ строим следующим образом: произвольно задаемся током I и находим соответствующее ему напряжение: $\underline{U} = \underline{U}_L + \underline{U}_C$ или $U = |U_L - U_C|$ (напряжения на индуктивности \underline{U}_L и на емкости \underline{U}_C находятся в противофазе).

Из диаграммы $U(I)$ (рис. 7.9) находим ток при феррорезонансе напряжений (точка d): $I_p = 2$ А, а ток, соответствующий скачкообразному изменению его фазы на 180° при повышении напряжения (точка a), $I_{ск} = 0,5$ А.

Задача 7.12. Катушка со стальным сердечником и конденсатор подключены параллельно к сети напряжением $u = U_m \sin 314t$ В (рис. 7.10). Кривая намагничивания сердечника, параметры катушки и конденсатора приведены в задаче 7.11. Пренебрегая высшими гармониками и потерями, построить вольт-амперную характеристику $U(I)$, найти действующее значение напряжения, при котором наступит феррорезонанс токов. Определить область значений емкости C , при которых феррорезонанс невозможен.

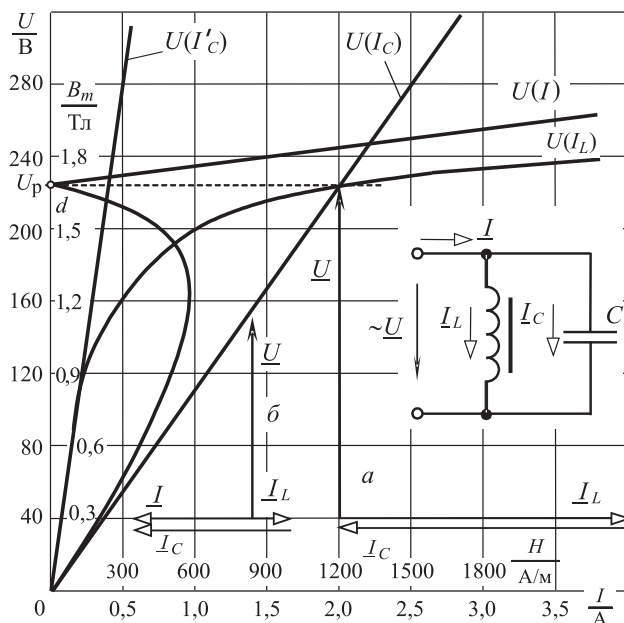


Рис. 7.10

Решение. Воспользуемся ВАХ катушки $U(I_L)$ и конденсатора $U(I_C)$, построение которых выполнено в задаче 7.11 (рис. 7.10).

Для построения результирующей ВАХ цепи $U(I)$ произвольно задаемся значениями \underline{U} , находим соответствующие им токи I_L, I_C и по первому закону Кирхгофа определяем ток цепи

$$\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_C \text{ или } I = |I_L - I_C|.$$

Феррорезонанс токов имеет место при равенстве токов I_L и I_C , ток цепи $I = 0$ (точка d). Напряжение, при котором возникает феррорезонанс токов, $U_p = 224$ В.

Векторная диаграмма дана на рис. 7.10, a .

До точки феррорезонанса преобладает емкостной ток, и ток цепи \underline{I} опережает по фазе напряжение \underline{U} на 90° , векторная диаграмма приведена на рис. 7.10, b .

После феррорезонанса $I_L > I_C$, ток \underline{I} отстает по фазе от напряжения \underline{U} на 90° .

С увеличением сопротивления конденсатора X_C ВАХ $U(I_C')$ располагается более круто и при некоторых значениях X_C' не пересекает ВАХ катушки (рис. 7.10):

$$X'_C = \frac{280}{0,5} = 560 \text{ Ом}; C' = \frac{1}{X'_C \omega} = \frac{10^6}{314 \cdot 560} = 5,7 \text{ мкФ}.$$

Таким образом, феррорезонанс невозможен при $C \leq 5,7 \text{ мкФ}$.

Задача 7.13. Для стабилизации напряжения промышленной частоты используется стабилизатор, выполненный по схеме, приведенной на рис. 7.11. Он содержит линейный дроссель индуктивностью $L = 0,127 \text{ Гн}$, конденсатор емкостью $C = 28,5 \text{ мкФ}$ и нелинейный дроссель,

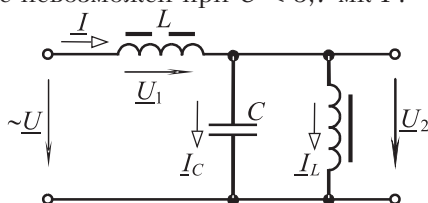


Рис. 7.11

параметры которого и кривая намагничивания стали сердечника даны в задаче 7.11. Определить коэффициент стабилизации выходного напряжения U_2 при изменении напряжения U от 240 до 320 В. Потерями в элементах цепи пренебречь.

Решение. Воспользуемся ВАХ нелинейного дросселя $U_2(I_L)$ и конденсатора $U_2(I_C)$ (рис. 7.12, а), построение которых выполнено в задачах 7.11 и 7.12.

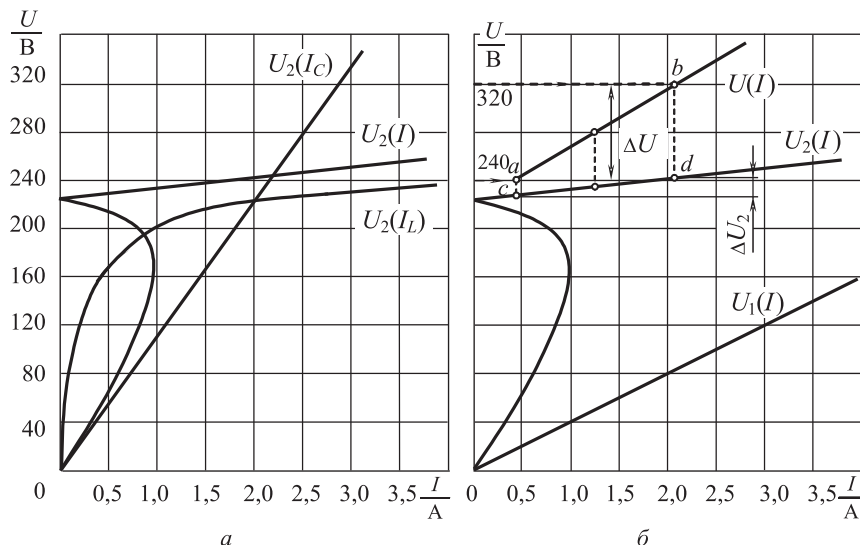


Рис. 7.12

Построим ВАХ $U_1(I)$ линейного дросселя, индуктивное сопротивление которого $X_L = \omega L = 314 \cdot 0,127 = 40$ Ом. Для этого произвольно задаемся точкой характеристики, например $X_L = U_1 / I = 160 / 4$ Ом, и через две точки с координатами 0; 0 и 4 А; 160 В проводим прямую $U_1(I)$ (рис. 7.12, б).

Вольт-амперная характеристика параллельного участка цепи $U_2(I)$, построение которой описано в задаче 7.12, также приведена на рис. 7.12, б.

При построении результирующей характеристики цепи $U(I)$ для ряда значений тока I графически складываем напряжения U_1 и U_2 .

Диапазон изменения выходного напряжения U_2 при изменении входного напряжения от 240 до 320 В определяем графически: откладываем значения напряжения $U = 240; 320$ В и с помощью ВАХ $U(I)$ находим соответствующие токи цепи I (точки a, b), затем по характеристике $U_2(I)$ – значения выходного напряжения $U_2 = 225; 241$ В (точки c и d).

Коэффициент стабилизации определяем как отношение относительного приращения напряжения на входе стабилизатора $(\Delta U/U)$ к относительному приращению напряжения на выходе стабилизатора $(\Delta U_2/U_2)$:

$$K_{\text{ст}} = \frac{\Delta U \cdot U_2}{U \cdot \Delta U_2} = \frac{320 - 240}{280} \cdot \frac{233}{241 - 225} = 4,16.$$

Задача 7.14. К зажимам катушки с ферромагнитным сердечником, имеющей $w = 1650$ витков, подано напряжение $u = 311 \sin 314t$ В. Активное сопротивление R обмотки пренебрежимо мало. На сердечник, кроме того, помещена подмагничивающая обмотка с числом витков $w_0 = 1000$, питаемая постоянным током $I_0 = 0,5$ А (рис. 7.13, а). Зависимость между магнитным потоком в сердечнике и МДС катушки задана табл. 7.5.

Таблица 7.5

$F, \text{ А}$	500	1000	1500	2000	3000	4000	5000	6000
$\Phi, \text{ Вб}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$6,8 \cdot 10^{-4}$	$7,9 \cdot 10^{-4}$	$8,5 \cdot 10^{-4}$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	$9,5 \cdot 10^{-4}$	$9,7 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$

Определить амплитуды магнитного потока в сердечнике, построить диаграммы мгновенных значений потока $\Phi(\omega t)$ и тока $i(\omega t)$, вычислить действующие значения токов для двух режимов: 1) при отсутствии подмагничивания ($I_0 = 0$); 2) при наличии подмагничивания.

Решение. 1. Поскольку $R = 0$, то $U = E$ и при отсутствии подмагничивания магнитный поток в сердечнике изменяется синусоидально с амплитудой

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44fw} = \frac{311/\sqrt{2}}{4,44 \cdot 50 \cdot 1650} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Диаграмма $\Phi(\omega t)$ приведена на рис. 7.13, б.

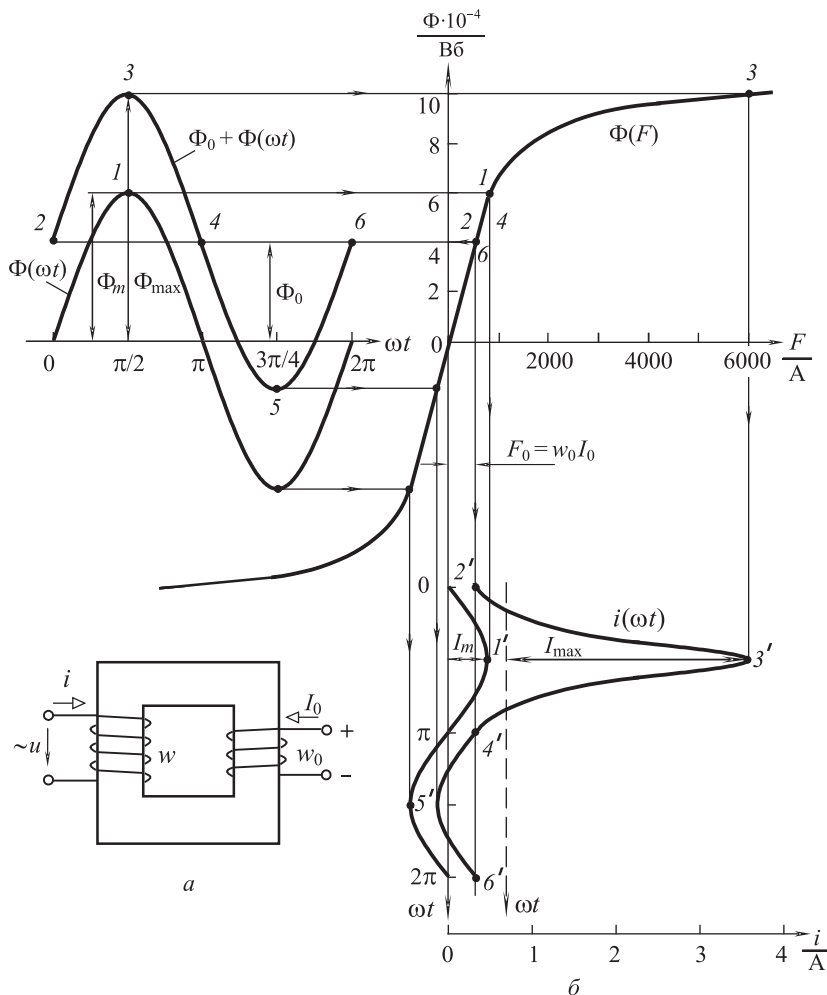


Рис. 7.13

Так как зависимость $\Phi(F)$ на участке до $\Phi_m = 6 \cdot 10^{-4}$ Вб практически линейна, ток i изменяется также синусоидально. На рис. 7.13, б показано построение точки 1' кривой тока $i(\omega t)$, когда $\Phi = \Phi_m$ (точка 1). Амплитуда тока

$$I_m = \frac{F}{w} = \frac{758}{1650} = 0,45 \text{ А.}$$

Действующее значение $I = I_m / \sqrt{2} = 0,326 \text{ А.}$

2. При наличии подмагничивания определяем МДС обмотки w_0 :

$$F_0 = w_0 I_0 = 1000 \cdot 0,5 = 500 \text{ А.}$$

Откладываем найденное значение F_0 на оси абсцисс вебер-амперной характеристики $\Phi(F)$ и находим: $\Phi_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ Вб.

Результирующий магнитный поток равен сумме $\Phi(\omega t) + \Phi_0$, его амплитуда

$$\Phi_{\max} = \Phi_m + \Phi_0 = 6 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-4} = 10 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Для построения диаграммы $i(\omega t)$ задаемся значениями потока (точки 2–6) и с помощью вебер-амперной характеристики находим соответствующие значения тока (точки 2'–6' на рис. 7.13, б). Ток i не содержит постоянной составляющей, поэтому для определения его амплитуды и действующего значения проводим ось времени (штриховая линия), чтобы среднее значение $i(\omega t)$ за период было равно нулю, тогда амплитуда тока $I_{\max} = 2,95 \text{ А.}$

Действующее значение тока определяем по приближенной формуле

$$I = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n i_k^2},$$

где n – количество частей, на которое разделяется период тока.

После подстановки числовых значений получим:

$$I = \sqrt{\frac{1}{12}(0,2^2 + 0,3^2 + 2,5^2 + 2,7^2 + 0,9^2 + 0,1^2 + 0,4^2 + \dots + 0,6^2 + 0,7^2 + 0,8^2 + 0,7^2 + 0,5^2)} = 1,18 \text{ А.}$$

Задача 7.15. На стальной сердечник намотаны три обмотки. По первой обмотке с числом витков $w_1 = 10$ проходит синусоидальный ток $i_1 = 1,2 \sin 314t \text{ А}$, по второй ($w_2 = 10$) – постоянный ток $I_0 = 2 \text{ А}$ (рис. 7.14). Размеры сердечника: $l = 0,2 \text{ м}$, $S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Кривая намагничивания стали задана уравнением $B = 10^{-2} H - 10^{-7} H^3$, где B измеряется в теслах, H – в амперах на метр. Пренебрегая потерей мощности в стали, найти уравнения мгновенных значений и действующие значения ЭДС третьей катушки ($w_3 = 100$) при наличии постоянного тока во второй катушке и при его отсутствии.

Решение. Согласно закону полного тока напряженность поля

$$H = \frac{\sum wi}{l} = \frac{w_2 I_0 + w_1 i_1}{l} = 100 + 60 \sin 314t \text{ А/м.}$$

Магнитная индукция

$$B = 10^{-2} H - 10^{-7} H^3 = 10^{-2} (100 + 60 \sin 314t) - 10^{-7} (100 + 60 \sin 314t)^3 = \\ = 0,846 + 0,4038 \sin 314t + 0,054 \cos 628t + 0,0054 \sin 942t \text{ Тл.}$$

Определяем ЭДС в третьей катушке:

$$e_3 = -w_3 S \frac{dB}{dt} = -2,54 \cos 314t + 0,678 \sin 628t - 0,1016 \cos 942t,$$

$$E_3 = \sqrt{\frac{2,54^2}{2} + \frac{0,678^2}{2} + \frac{0,1016^2}{2}} = 1,86 \text{ В.}$$

Аналогичные вычисления выполняем для случая, когда постоянный ток во второй катушке отсутствует:

$$H = \frac{w_1 i_1}{l} = 60 \sin 314t \text{ А/м;}$$

$$B = 10^{-2} H - 10^{-7} H^3 = 0,6 \sin 314t - 10^{-7} 60^3 \sin^3 314t = \\ = 0,584 \sin 314t + 0,0054 \sin 942t \text{ Тл;}$$

$$e_3 = -w_3 S \frac{dB}{dt} = -3,67 \cos 314t - 0,1016 \cos 942t \text{ В;}$$

$$E_3 = \sqrt{\frac{3,67^2}{2} + \frac{0,1016^2}{2}} = 2,6 \text{ В.}$$

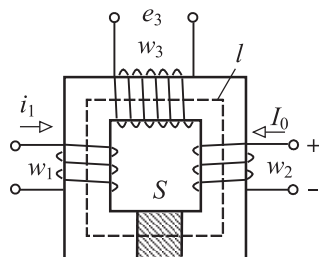


Рис. 7.14

Таким образом, при отсутствии постоянного подмагничивающего тока индуцируемая ЭДС содержит первую и третью гармоники. Подмагничивание постоянным током приводит к появлению в кривой ЭДС также и четных гармоник.

Задача 7.16. Магнитный усилитель, выполненный на двух сердечниках (рис. 7.15, *а*), подключен к сети переменного напряжения $U = 220$ В. Последовательно с рабочими обмотками w_p включена активная нагрузка $R_n = 220$ Ом. Семейство ВАХ магнитного усилителя при различных токах управления приведено на рис. 7.15, *б*. Построить характеристику управления усилителя $I(I_y)$ и при токе нагрузки $I = 0,5$ А определить коэффициент усиления мощности, если сопротивление цепи управления $R_y = 100$ Ом.

Решение. Пренебрегая активным сопротивлением рабочих обмоток, для цепи переменного тока можно записать:

$$U_p^2 + (R_n I)^2 = U^2,$$

где U_p – напряжение на рабочих обмотках усилителя; $R_n I$ – напряжение на нагрузке.

Разделив последнее равенство на U^2 , получим:

$$\left(\frac{U_p}{U}\right)^2 + \left(\frac{I}{U/R_n}\right)^2 = 1.$$

Данное выражение представляет собой уравнение эллипса, одна полуось которого равна напряжению $U = 220$ В, другая – току $U/R_n = 1$ А. Для построения эллипса задаемся различными значениями тока нагрузки I и по уравнению эллипса находим соответствующие ему напряжения U_p (табл. 7.6). Откладывая полученные точки на ВАХ усилителя, строим эллипс (рис. 7.15, *б*).

По координатам точек пересечения эллипса с ВАХ строим характеристику управления $I(I_y)$ (рис. 7.15, *в*).

Коэффициент усиления мощности

$$K_P = \frac{R_n(I^2 - I_x^2)}{R_y I_y^2} = \frac{220(0,5^2 - 0,15^2)}{100 \cdot 0,1^2} = 50,$$

где $I_x = 0,15$ А – ток нагрузки при $I_y = 0$; $I_y = 0,1$ А – ток управления при $I = 0,5$ А.

Таблица 7.6

$I, \text{ A}$	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
$U_p, \text{ B}$	215	202	176	134	96	0

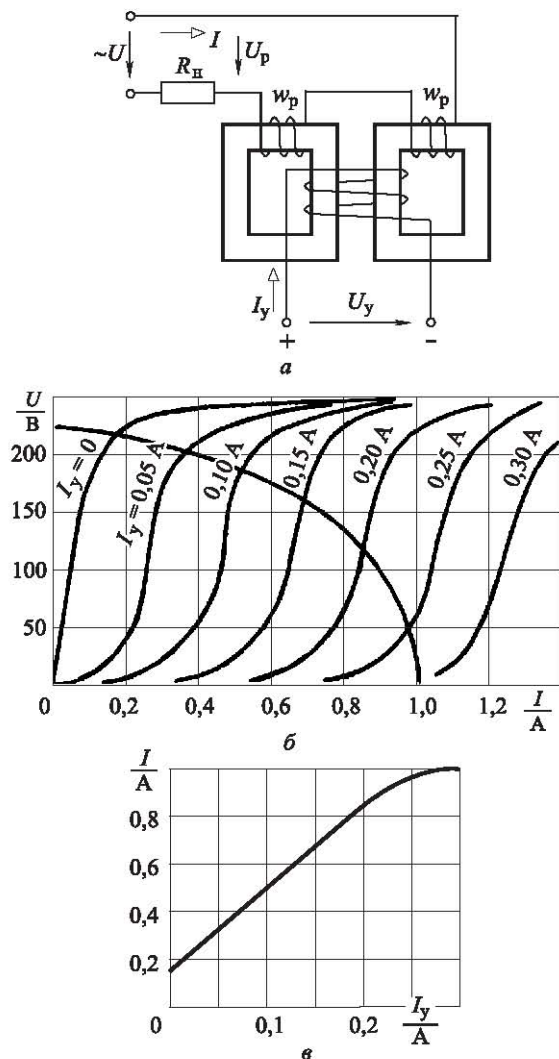


Рис. 7.15

Контрольные задачи

Задача 7.17. Для определения числа витков w и магнитной индукции B_m в магнитопроводе катушки, подключенной к источнику синусоидального напряжения $U = 220$ В, на магнитопровод намотана измерительная обмотка с числом витков $w_{\text{и}} = 20$. Площадь поперечного сечения магнитопровода $S = 16$ см². Напряжение на измерительной обмотке оказалось равным 8,8 В при частоте $f = 50$ Гц. Рассчитать w и B_m .

Задача 7.18. Катушка с сердечником из электротехнической стали 1511 питается синусоидальным напряжением $U = 127$ В частотой $f = 50$ Гц (рис. 7.16). Площадь сечения сердечника $S = 10$ см², длина средней магнитной линии $l = 17,5$ см. Число витков обмотки $w = 572$. Кривая намагничивания стали дана в задаче 7.6. Определить полное сопротивление Z катушки при длине воздушного зазора $l_0 = 0,1$ мм.

Задача 7.19. Как изменятся ток в обмотке дросселя (рис. 7.16) и его индуктивность при увеличении воздушного зазора в ферромагнитном сердечнике, если амплитуда и частота питающего напряжения неизменны?

Задача 7.20. На рис. 7.17 изображена петля перемагничивания стального сердечника, снятая при очень низкой частоте $f \rightarrow 0$. Определить потери от гистерезиса при промышленной частоте, если объем стали сердечника $V = 0,001$ м³, площадь петли перемагничивания $S_{\text{п}} = 4,75$ см². Как изменятся потери от гистерезиса при повышении напряжения источника на 10%?

Задача 7.21. Сердечник 1 и якорь 2 электромагнита (рис. 7.18) выполнены из электротехнической стали и имеют следующие раз-

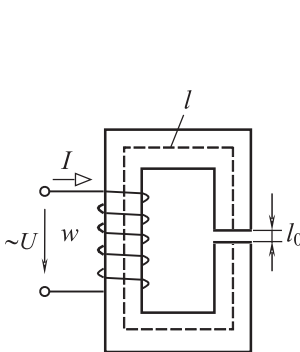


Рис. 7.16

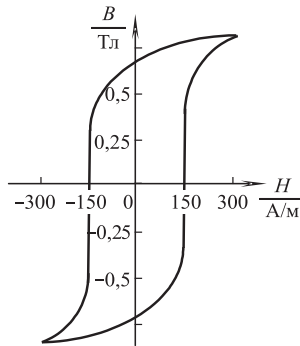


Рис. 7.17

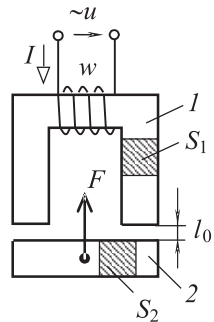


Рис. 7.18

меры: $S_1 = S_2 = 2 \text{ см}^2$, $l_0 = 2 \text{ мм}$. Определить силу F , с которой якорь притягивается к сердечнику, если МДС $\omega I = 1000 \text{ А}$. Падением магнитного напряжения в стали пренебречь.

Задача 7.22. В цепи (см. рис. 7.6) $U = 220 \text{ В}$, $I = 4 \text{ А}$, $P = 50 \text{ Вт}$. Активное сопротивление обмотки дросселя $R = 2 \text{ Ом}$, число витков $\omega = 500$. Рассчитать потери в стали сердечника и, пренебрегая потоком рассеяния, построить векторную диаграмму.

Задача 7.23. Определить параметры параллельной схемы замещения (рис. 7.19) дросселя, описанного в задаче 7.22. Рассчитать токи в ветвях схемы.

Задача 7.24. В цепи (см. рис. 7.9) определить емкость C , при которой ток в момент феррорезонанса будет равен 3 А . При каком напряжении на зажимах цепи в этом случае произойдет скачкообразное увеличение тока? В расчете использовать параметры катушки со сталью, приведенные в задаче 7.11.

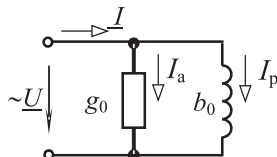


Рис. 7.19

Задача 7.25. В условиях задачи 7.11 определить область значений емкости C , при которых феррорезонанс напряжений невозможен.

Задача 7.26. Для цепи (см. рис. 7.10) рассчитать емкость C конденсатора, чтобы феррорезонанс токов наступил при напряжении источника $U = 220 \text{ В}$. Воспользоваться параметрами катушки из условия задачи 7.12.

Задача 7.27. В цепи стабилизатора напряжения, параметры элементов которого указаны в задаче 7.13, рассчитать коэффициент стабилизации выходного напряжения U_2 . Диапазон изменения входного напряжения прежний – $240 \dots 320 \text{ В}$. Индуктивность линейного дросселя увеличили вдвое.

Задача 7.28. Рассчитать амплитуду магнитного потока в сердечнике и действующее значение тока в катушке (воспользоваться условием задачи 7.14), если амплитуда синусоидального напряжения уменьшилась вдвое, а ток подмагничивания I_0 прежний.

Ответы к контрольным задачам

7.17. $\omega = 500$ витков, $B_m = 1,24 \text{ Тл}$. **7.18.** 894 Ом . **7.19.** Ток возрастет, индуктивность уменьшится. **7.20.** $P_r = 21 \text{ Вт}$; увеличатся в $1,21$ раза. **7.21.** $F = 15,7 \text{ Н}$. **7.22.** 18 Вт . **7.23.** $g_0 = 1,03 \cdot 10^{-3} \text{ См}$, $b_0 = 18 \cdot 10^{-3} \text{ См}$; $I_a = 0,227 \text{ А}$, $I_p = 3,99 \text{ А}$, $I = 4 \text{ А}$. **7.24.** $C = 41,5 \text{ мкФ}$, $U = 129 \text{ В}$. **7.25.** $C \leq 4 \text{ мкФ}$. **7.26.** $C = 15,92 \text{ мкФ}$. **7.27.** $K_{ст} = 8$. **7.28.** $\Phi_m = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$, $I = 0,4 \text{ А}$.

8. ТРАНСФОРМАТОРЫ

Задачи с решениями

Задача 8.1. Рассчитать однофазный трансформатор на сердечнике из электротехнической стали 1511 Ш-образной формы. Толщина пластин $\delta = 0,5$ мм. Технические данные трансформатора: $S_{\text{ном}} = 60$ В·А, $f = 50$ Гц, $U_{1 \text{ ном}} = 220$ В, $U_{2 \text{ ном}} = 36$ В. Кривая намагничивания стали 1511 на переменном токе $B_m(H)$ и зависимость удельных магнитных потерь в стали от амплитуды индукции $P_{\text{уд}}(B_m)$ даны на рис. 8.1, а, б соответственно. Приняв индукцию в сердечнике $B_m = 1$ Тл (удельные потери в стали при этой индукции $P_{\text{уд}} = 1,2$ Вт/кг), плотность тока в обмотках $J = 2,5$ А/мм², коэффициент заполнения сердечника сталью $K_c = 0,94$, коэффициент заполнения окна медью $K_o = 0,3$, определить площадь поперечного сечения сердечника S_c , число витков обмоток w_1 и w_2 , их номинальные токи $I_{1 \text{ ном}}$, $I_{2 \text{ ном}}$ и площади сечения медных проводов S_1 и S_2 .

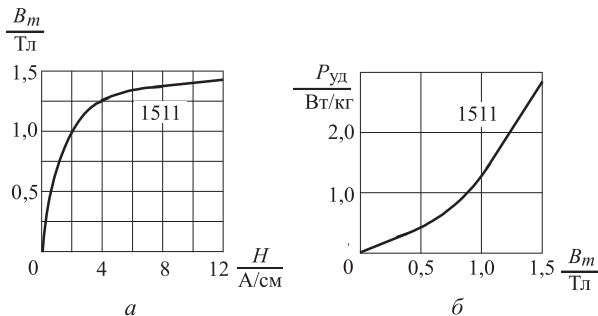


Рис. 8.1

Решение. Площадь поперечного сечения сердечника из горячекатаной стали определяем исходя из номинальной мощности по приближенной формуле

$$S_c = \sqrt{S_{\text{ном}}} = \sqrt{60} = 7,7 \text{ см}^2.$$

Считая, что $U_1 \approx E_1$ и $U_2 \approx E_2$, находим число витков первичной и вторичной обмоток:

$$w_1 = \frac{U_{1 \text{ ном}}}{4,44 f S_c B_m} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 1 \cdot 7,7 \cdot 10^{-4}} = 1287;$$

$$w_2 = w_1 \frac{U_{2 \text{ ном}}}{U_{1 \text{ ном}}} = 1287 \cdot \frac{36}{220} = 210.$$

Определяем номинальные токи в обмотках (пренебрегая потерями и током холостого хода):

$$I_{1 \text{ ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{U_{1 \text{ ном}}} = \frac{60}{220} = 0,273 \text{ А}; \quad I_{2 \text{ ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{U_{2 \text{ ном}}} = \frac{60}{36} = 1,67 \text{ А}.$$

Вычисляем площади поперечных сечений проводов:

$$S_1 = \frac{I_{1 \text{ ном}}}{J} = \frac{0,273}{2,5} = 0,109 \text{ мм}^2; \quad S_2 = \frac{I_{2 \text{ ном}}}{J} = \frac{1,67}{2,5} = 0,668 \text{ мм}^2.$$

Принимаем стандартные сечения проводов и их диаметры:

$$S_1 = 0,1134 \text{ мм}^2; \quad d_1 = 0,38 \text{ мм};$$

$$S_2 = 0,6793 \text{ мм}^2; \quad d_2 = 0,93 \text{ мм}.$$

Площадь окна трансформатора с учетом коэффициента заполнения

$$S_{\text{о.расч}} = \frac{S_1 w_1 + S_2 w_2}{K_0} = \frac{0,1134 \cdot 1287 + 0,6793 \cdot 210}{0,3} = 962 \text{ мм}^2.$$

Выбираем стандартную пластину Ш20 (рис. 8.2, $a = c = 20 \text{ мм}$, $h = 50 \text{ мм}$, $D = 80 \text{ мм}$, площадь окна $S_o = hc = 1000 \text{ мм}^2 > S_{\text{о.расч}}$).

Количество пластин находим по расчетной площади сечения магнитопровода:

$$N = \frac{S_c}{\delta a} = \frac{770}{0,5 \cdot 20} = 77.$$

Уточняем число витков вторичной обмотки с учетом изменения вторичного напряжения в номинальном режиме ($\beta = 1$) и при $\cos \varphi_2 = 1$:

$$\begin{aligned} \Delta u_2 &\approx \beta \left(\frac{R_k I_{1 \text{ ном}}}{U_{1 \text{ ном}}} \cos \varphi_2 + \frac{X_k I_{1 \text{ ном}}}{U_{1 \text{ ном}}} \sin \varphi_2 \right) 100 = \\ &= \frac{R_k I_{1 \text{ ном}}}{U_{1 \text{ ном}}} \cdot 100 = \frac{62,8 \cdot 0,273}{220} \cdot 100 = 7,8\%. \end{aligned}$$

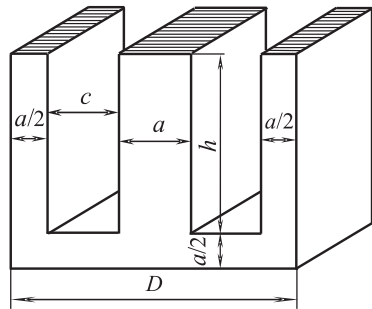


Рис. 8.2

В этом выражении сопротивление короткого замыкания

$$R_k = R_1 + R'_2 = 2R_1 = 2\rho \frac{l_{cp} w_1}{S_1} = 2 \cdot 0,0172 \cdot \frac{0,16 \cdot 1287}{0,1134} = 62,8 \text{ Ом},$$

где ρ – удельное сопротивление меди; l_{cp} – длина среднего витка первичной обмотки:

$$l_{cp} = 2 \left(a + c + \frac{N\delta}{K_c} \right) = 2 \left(20 + 20 + \frac{77 \cdot 0,5}{0,94} \right) = 0,16 \text{ м}.$$

Уточненное число витков вторичной обмотки

$$w'_2 = w_2 \left(1 + \frac{\Delta u_2}{100} \right) = 210(1 + 0,078) = 226 \text{ витков}.$$

Задача 8.2. Для однофазного трансформатора, рассчитанного в задаче 8.1, определить ток и построить векторную диаграмму в режиме холостого хода.

Решение. Рассчитываем активную и реактивную составляющие тока холостого хода:

$$I_{x.a} = \frac{P_x}{U_{1 \text{ ном}}} = \frac{P_{уд} G}{U_{1 \text{ ном}}} = \frac{1,2 \cdot 1,095}{220} = 0,006 \text{ А};$$

$$I_{x.p} = \frac{l_c H_c + l_0 H_0}{w_1} = \frac{18 \cdot 2 + 0,005 \cdot 0,567 \cdot 10^4}{1287} = 0,05 \text{ А},$$

где $P_{уд} = 1,2 \text{ Вт/кг}$ – удельные потери в стали при $B_m = 1 \text{ Тл}$; $G = \gamma_c V_c = 7,9 \cdot 138,6 = 1,095 \text{ кг}$ – масса стали; $l_c = 18 \text{ см}$ – длина средней магнитной линии; $H_c = 2 \text{ А/см}$ – напряженность магнитного поля в сердечнике, найденная по кривой намагничивания стали (см. рис. 8.1, а); $l_0 = 0,005 \text{ см}$ – эквивалентная длина воздушного зазора; $H_0 = B_m / (\sqrt{2} \mu_0) = 0,567 \cdot 10^4 \text{ А/см}$ – напряженность магнитного поля в воздухе.

$$\text{Ток холостого хода } I_x = \sqrt{I_{x.a}^2 + I_{x.p}^2} = 0,0504 \text{ А}.$$

$$\text{Угол потерь в стали } \delta = \arctg \frac{I_{x.a}}{I_{x.p}} = 6,8^\circ.$$

Активное сопротивление первичной обмотки найдено в задаче 8.1:

$$R_1 = R_k / 2 = 62,8 / 2 = 31,4 \text{ Ом}.$$

Индуктивное сопротивление первичной обмотки принимаем приближенно:

$$X_1 \approx 3R_1 = 3 \cdot 31,4 = 94,2 \text{ Ом.}$$

Находим падения напряжений на активном и индуктивном сопротивлениях первичной обмотки:

$$U_{R1} = R_1 I_x = 31,4 \cdot 0,0504 = 1,58 \text{ В;}$$

$$U_{x1} = X_1 I_x = 94,2 \cdot 0,0504 = 4,75 \text{ В.}$$

Векторная диаграмма трансформатора приведена на рис. 8.3.

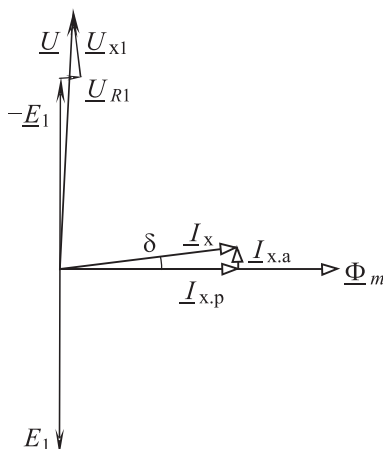


Рис. 8.3

Задача 8.3. Определить параметры Г-образной (рис. 8.4, а) и Т-образной (рис. 8.4, б) схем замещения однофазного трансформатора мощностью $S_{\text{ном}} = 16 \text{ кВ}\cdot\text{А}$, если данные опытов холостого хода и короткого замыкания следующие: $U_{1\text{ ном}} = 220 \text{ В}$, $U_{2\text{ х}} = 130 \text{ В}$, $I_{1\text{ х}} = 2 \text{ А}$, $P_{\text{х}} = 75 \text{ Вт}$, $U_{1\text{ к}} = 10 \text{ В}$, $P_{\text{к}} = 250 \text{ Вт}$. Считать, что мощность потерь в первичной и вторичной обмотках распределяется поровну.

Решение. Рассчитываем полное, активное и индуктивное сопротивления короткого замыкания:

$$Z_{\text{к}} = \frac{U_{1\text{ к}}}{I_{1\text{ ном}}} = \frac{U_{1\text{ к}}}{S_{\text{ном}}/U_{1\text{ ном}}} = \frac{10}{16\,000/220} = 0,137 \text{ Ом;}$$

$$R_{\text{к}} = \frac{P_{\text{к}}}{I_{1\text{ ном}}^2} = \frac{P_{\text{к}}}{(S_{\text{ном}}/U_{1\text{ ном}})^2} = \frac{250}{(16\,000/220)^2} = 0,047 \text{ Ом;}$$

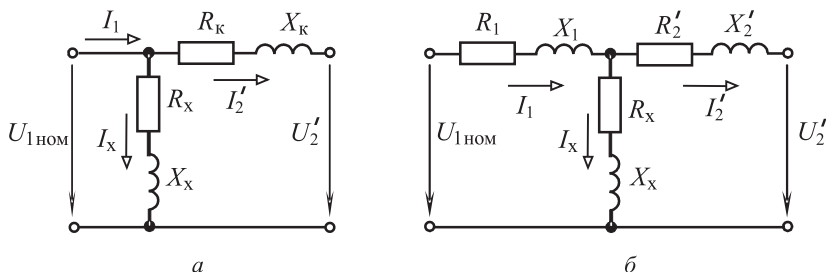


Рис. 8.4

$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} = \sqrt{0,137^2 - 0,047^2} = 0,128 \text{ Ом.}$$

Параметры ветви намагничивания:

$$Z_x = \frac{U_{1\text{ ном}}}{I_x} = \frac{220}{2} = 110 \text{ Ом;}$$

$$R_x = \frac{P_x}{I_x^2} = \frac{75}{2^2} = 18,75 \text{ Ом;}$$

$$X_x = \sqrt{Z_x^2 - R_x^2} = 108,4 \text{ Ом.}$$

Определяем сопротивления первичной и вторичной обмоток в Т-образной схеме замещения:

$$R_1 = R'_2 = \frac{R_K}{2} = \frac{0,047}{2} = 0,0235 \text{ Ом;}$$

$$X_1 = X'_2 = \frac{X_K}{2} = \frac{0,128}{2} = 0,064 \text{ Ом.}$$

Задача 8.4. Определить токи в обмотках и напряжение на нагрузке $R_H = 4,2 \text{ Ом}$ трансформатора, данные которого приведены в задаче 8.3.

Решение. Воспользуемся Т-образной схемой замещения (рис. 8.4, б), параметры которой рассчитаны в задаче 8.3.

Входное сопротивление трансформатора при заданной нагрузке

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = R_1 + jX_1 + \frac{(R'_2 + jX'_2 + n^2 R_H)(R_x + jX_x)}{R'_2 + jX'_2 + n^2 R_H + R_x + jX_x} = 11,8e^{j6,5^\circ} \text{ Ом,}$$

где $n = U_{1\text{ ном}} / U_{2x}$ – коэффициент трансформации.

Ток первичной обмотки

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{1\text{ ном}}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{220}{11,8e^{j6,5^\circ}} = 18,64e^{-j6,5^\circ} \text{ А.}$$

Приведенный ток вторичной обмотки

$$\underline{I}'_2 = \underline{I}_1 \frac{R_x + jX_x}{R'_2 + jX'_2 + n^2 R_H + R_x + jX_x} = 18,22e^{-j0,5^\circ} \text{ А.}$$

Действительный ток вторичной обмотки

$$\underline{I}_2 = -n\underline{I}'_2 = -\frac{220}{130} \cdot 18,22e^{-j0,5^\circ} = 30,8e^{-j180,5^\circ} \text{ А.}$$

Напряжение на нагрузке

$$\underline{U}_2 = R_{\text{н}} \underline{I}_2 = 4,2 \cdot 30,8 e^{-j180,5^\circ} = 129,3 e^{-j180,5^\circ} \text{ А.}$$

Задача 8.5. Для трехфазного трансформатора типа ТМ20/6 с техническими данными $S_{\text{ном}} = 20 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $U_{1\text{ ном}} = 6,3 \text{ кВ}$, $U_{2\text{ ном}} = 0,4 \text{ кВ}$, $P_{\text{х}} = 180 \text{ Вт}$, $P_{\text{к}} = 600 \text{ Вт}$, $u_{\text{к}} = 5,5\%$, $i_{\text{х}} = 9\%$, группа соединения $\text{Y/Y} - 0$ определить параметры Т-образной схемы замещения и коэффициент мощности первичной цепи при коэффициенте нагрузки $\beta = 0,6$ и $\cos \varphi_2 = 0,8$ (инд.).

Решение. Все параметры схемы замещения трансформатора находим для одной его фазы.

Рассчитываем полное, активное и реактивное сопротивления короткого замыкания:

$$Z_{\text{к}} = \frac{U_{\text{к.ф}}}{I_{1\text{ ном}}} = \frac{U_{1\text{ ном}}^2 u_{\text{к}}}{100 S_{\text{ном}}} = \frac{6300^2 \cdot 5,5}{100 \cdot 20\,000} = 109 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{к}} = \frac{P_{\text{к}}}{3 I_{1\text{ ном}}^2} = \frac{P_{\text{к}} U_{1\text{ ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = \frac{600 \cdot 6300^2}{20\,000^2} = 59,5 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{к}} = \sqrt{Z_{\text{к}}^2 - R_{\text{к}}^2} = \sqrt{109^2 - 59,5^2} = 91,5 \text{ Ом.}$$

Активное и индуктивное сопротивления первичной обмотки принимаем равными приведенным сопротивлениям вторичной обмотки:

$$R_1 = R'_2 = R_{\text{к}}/2 = 29,75 \text{ Ом}; \quad X_1 = X'_2 = X_{\text{к}}/2 = 45,75 \text{ Ом.}$$

Определяем параметры ветви намагничивания схемы замещения:

$$Z_{\text{х}} = \frac{U_{1\text{ф}}}{I_{1\text{х}}} = \frac{U_{1\text{ ном}}^2 \cdot 100}{S_{\text{ном}} i_{\text{х}}} = \frac{6300^2 \cdot 100}{20\,000 \cdot 9} = 22\,050 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{х}} = \frac{P_{\text{х}}}{3 I_{1\text{х}}^2} = \frac{P_{\text{х}} (U_{1\text{ ном}} \cdot 100)^2}{(S_{\text{ном}} i_{\text{х}})^2} = \frac{180 (6300 \cdot 100)^2}{(20\,000 \cdot 9)^2} = 2205 \text{ Ом};$$

$$X_{\text{х}} = \sqrt{Z_{\text{х}}^2 - R_{\text{х}}^2} = 21\,939 \text{ Ом.}$$

Приведенные сопротивления одной фазы нагрузки

$$R'_{\text{н}} = n^2 Z_{\text{н}} \cos \varphi_2 = 2645 \text{ Ом};$$

$$X'_H = n^2 Z_H \sin \varphi_2 = 1984 \text{ Ом},$$

где $n = U_{1 \text{ ном}} / U_{2 \text{ ном}} = 6,3 / 0,4 = 15,75$ – коэффициент трансформации трансформатора; $Z_H = \frac{U_{2\Phi}}{\beta I_{2 \text{ ном}}} = \frac{U_{2 \text{ ном}}^2}{\beta S_{\text{ном}}} = \frac{400^2}{0,6 \cdot 20 \ 000} = 13,33 \text{ Ом}$ –

полное сопротивление нагрузки трансформатора в заданном режиме.

Для нахождения угла сдвига фаз напряжения и тока первичной обмотки трансформатора определяем комплексное входное сопротивление одной его фазы (рис. 8.5):

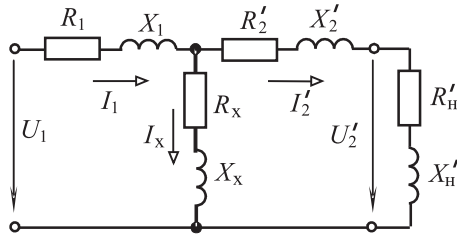


Рис. 8.5

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{BX}} &= Z_{\text{BX}} e^{j\varphi_1} = R_1 + jX_1 + \frac{(R_x + jX_x)(R'_2 + jX'_2 + R'_H + jX'_H)}{R_x + jX_x + R'_2 + jX'_2 + R'_H + jX'_H} = \\ &= 3080 e^{j43,3^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Таким образом, угол $\varphi_1 = 43,3^\circ$ и $\cos \varphi_1 = 0,728$.

Коэффициент мощности первичной цепи трансформатора может быть найден и без использования схемы замещения:

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}} = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 9,33^2}} = 0,73.$$

Здесь

$$P_1 = \beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_k = 10 \text{ кВт},$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 + Q_x + \beta^2 Q_k = \beta S_{\text{ном}} \sin \varphi_2 + \frac{i_x S_{\text{ном}}}{100} + \beta^2 \frac{S_{\text{ном}} u_{\text{к.р}}}{100} = \\ &= 7,2 + 1,8 + 0,33 = 9,33 \text{ квар}; \end{aligned}$$

$$u_{\text{к.р}} = \sqrt{u_{\text{к}}^2 - u_{\text{к.а}}^2} = \sqrt{u_{\text{к}}^2 - \left(\frac{100P_{\text{к}}}{S_{\text{ном}}} \right)^2} = \sqrt{5,5^2 - 3^2} = 4,61\%.$$

Задача 8.6. Однофазный трансформатор подключен к сети напряжением $U = 380$ В. Ток первичной обмотки $I_1 = 8$ А, активная мощность нагрузки вторичной цепи $P_2 = 2$ кВт, КПД трансформатора $\eta = 92\%$. Определить коэффициент мощности первичной цепи.

Решение. Находим активную и полную мощности первичной цепи трансформатора:

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{2}{0,92} = 2,17 \text{ кВт}; \quad S_1 = U_1 I_1 = 3,04 \text{ кВ}\cdot\text{А}.$$

Коэффициент мощности первичной цепи

$$\cos\varphi_1 = P_1/S_1 = 2,17/3,04 = 0,714.$$

Задача 8.7. В табл. 8.1 приведены паспортные данные трехфазного трансформатора ТМ40/10.

Таблица 8.1

$S_{\text{ном'}}$ кВ · А	$U_{1 \text{ ном'}}$ кВ	$U_{2 \text{ ном'}}$ В	$i_{\text{х'}}$ %	$u_{\text{к'}}$ %	$P_{\text{х'}}$ Вт	$P_{\text{к'}}$ Вт	Способ соединения обмоток
40	10	0,4	3	4,7	175	1000	Y/Δ – 11

Рассчитать напряжение на вторичной обмотке трансформатора U_2 при активно-индуктивной и активно-емкостной нагрузках, составляющих 80% от номинальной ($\beta = 0,8$), и коэффициенте мощности $\cos\varphi_2 = 0,6$ в обоих случаях.

Решение. *Номинальные напряжения* – это линейные напряжения на зажимах трансформатора в режиме холостого хода, а *номинальные токи* – это линейные токи независимо от схемы соединения обмоток.

Определяем активную и реактивную составляющие падения напряжения в фазе трансформатора:

$$\begin{aligned} u_{\text{к.а}} &= \frac{R_{\text{к}} I_{1 \text{ ном}}}{U_{1 \text{ ном}} / \sqrt{3}} \cdot 100 = \frac{P_{\text{к}} I_{1 \text{ ном}}}{3 I_{1 \text{ ном}}^2 U_{1 \text{ ном}} / \sqrt{3}} \cdot 100 = \\ &= \frac{P_{\text{к}} \cdot 100}{S_{\text{ном}}} = \frac{1000 \cdot 100}{40 \cdot 10^3} = 2,5\%; \end{aligned}$$

$$u_{\text{к.р}} = \sqrt{u_{\text{к}}^2 - u_{\text{к.а}}^2} = \sqrt{4,7^2 - 2,5^2} = 3,98\%.$$

При активно-индуктивной нагрузке ($\varphi_2 > 0$) относительное изменение напряжения

$$\Delta u_2 = \beta(u_{\text{к.а}} \cos\varphi_2 + u_{\text{к.р}} \sin\varphi_2) = 0,8(2,5 \cdot 0,6 + 3,98 \cdot 0,8) = 3,75 \, \%.$$

Напряжение на вторичной обмотке

$$U_2 = (1 - \Delta u_2 / 100) U_{2 \text{ ном}} = (1 - 0,0375) \cdot 400 = 385 \text{ В}.$$

В случае активно-емкостной нагрузки ($\varphi_2 < 0$)

$$\Delta u_2 = 0,8(2,5 \cdot 0,6 + 3,98(-0,8)) = -1,35\%;$$

$$U_2 = (1 + 0,0135) 400 = 405,4 \text{ В}.$$

Таким образом, при работе трансформатора на активно-емкостную нагрузку напряжение вторичной обмотки повышается на 1,35%.

Задача 8.8. Для трансформатора ТМ40/10, паспортные данные которого приведены в задаче 8.7, определить КПД при двух значениях коэффициента мощности нагрузки $\cos\varphi_2 = 1$ и $\cos\varphi_2 = 0,6$ и значениях коэффициента нагрузки $\beta = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0$, а также годовой эксплуатационный КПД при тех же значениях $\cos\varphi_2$ и β . Считать, что трансформатор находится под нагрузкой $T_{\text{н}} = 4200$ ч в год, а остальное время цепь вторичной обмотки разомкнута. Построить диаграммы зависимостей КПД, потерь в стали $P_{\text{х}}$ и в меди $P_{\text{м}}$ от β .

Решение. Расчет КПД выполняем по формуле

$$\eta = \frac{\beta S_{\text{ном}} \cos\varphi_2}{\beta S_{\text{ном}} \cos\varphi_2 + P_{\text{х}} + \beta^2 P_{\text{к}}}.$$

Годовой эксплуатационный КПД

$$\eta_{\text{г.э}} = \frac{\beta S_{\text{ном}} \cos\varphi_2 \cdot T_{\text{н}}}{\beta S_{\text{ном}} \cos\varphi_2 \cdot T_{\text{н}} + P_{\text{х}} T_0 + \beta^2 P_{\text{к}} T_{\text{н}}},$$

где $T_0 = 8760$ ч – общее количество часов в году, когда трансформатор включен в сеть.

Результаты расчетов сведены в табл. 8.2.

Таблица 8.2

β	η		$\eta_{г.э}$		$P_M = \beta^2 P_K$
	$\cos \varphi_2 = 1$	$\cos \varphi_2 = 0,6$	$\cos \varphi_2 = 1$	$\cos \varphi_2 = 0,6$	
0,25	0,977	0,962	0,959	0,933	62,5
0,5	0,979	0,966	0,970	0,951	250
0,75	0,976	0,960	0,970	0,951	562,5
1,00	0,971	0,953	0,967	0,946	1000

На рис. 8.6 построены диаграммы зависимостей $\eta(\beta)$, $P_x(\beta)$, $P_M(\beta)$. Как видно, снижение $\cos \varphi_2$ ведет к уменьшению КПД трансформатора. Он достигает максимального значения при $\beta = 0,42$, когда постоянные потери в стали P_x равны переменным потерям в меди $P_M = \beta^2 P_K$.

Задача 8.9. Определить токи аварийного короткого замыкания однофазного трансформатора, номинальная мощность которого $S_{ном} = 2,5 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, номинальные напряжения $U_{1ном} = 220 \text{ В}$, $U_{2ном} = 127 \text{ В}$, напряжение короткого замыкания $u_K = 4\%$. Сравнить рассчитанные токи с номинальными.

Решение. Установившиеся токи аварийного короткого замыкания первичной $I_{1к}$ и вторичной $I_{2к}$ обмоток:

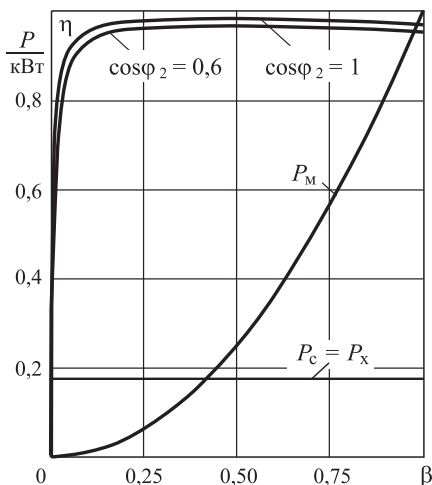


Рис. 8.6

$$I_{1к} = \frac{100}{u_K} I_{1ном} = \frac{100}{u_K} \frac{S_{ном}}{U_{1ном}} = \frac{100}{4} \frac{2,5 \cdot 10^3}{220} = 284 \text{ А};$$

$$I_{2к} = n I_{1к} = \frac{U_{1ном}}{U_{2ном}} I_{1к} = \frac{220}{127} \cdot 284 = 492 \text{ А}.$$

Кратность токов

$$I_{1к}/I_{1\text{ ном}} = I_{2к}/I_{2\text{ ном}} = 25.$$

В переходном режиме максимальный ток короткого замыкания i_{max} (ударный ток) может быть значительно больше тока установившегося режима.

Задача 8.10. При включении на параллельную работу одинаковых однофазных трансформаторов их первичные обмотки ошибочно оказались включенными на разные фазы (рис. 8.7, а). Паспортные данные трансформаторов: $S_{\text{ном I}} = S_{\text{ном II}} = 40 \text{ кВ}\cdot\text{А}$, $U_{1\text{ ном I}} = U_{1\text{ ном II}} = 10,5 \text{ кВ}$, $U_{2\text{ ном I}} = U_{2\text{ ном II}} = 0,4 \text{ кВ}$, $u_{кI} = u_{кII} = 4,5 \%$. Определить уравнивающие токи в обмотках трансформаторов.

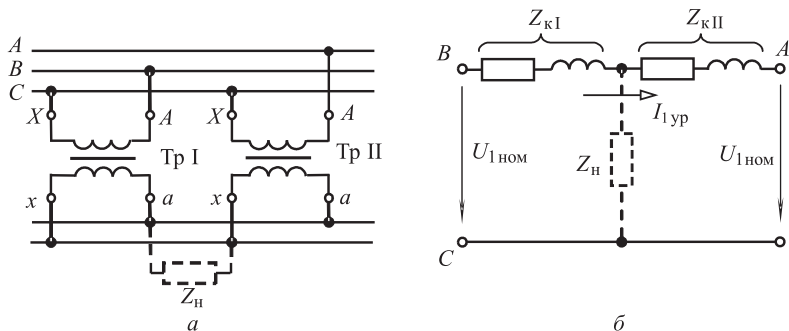


Рис. 8.7

Решение. Упрощенная схема замещения трансформаторов приведена на рис. 8.7, б. Пренебрегая током холостого хода, выразим уравнивающий ток первичных обмоток трансформатора при отсутствии нагрузки ($Z_H = \infty$) по второму закону Кирхгофа:

$$\underline{I}_{1\text{ yp}} = \frac{\underline{U}_{BC} - \underline{U}_{AC}}{\underline{Z}_{кI} + \underline{Z}_{кII}}.$$

Разность векторов \underline{U}_{BC} и \underline{U}_{AC} вследствие их сдвига на угол 60° равна линейному напряжению сети $U_{1\text{ ном}}$.

Равенство $\underline{Z}_{кI} = \underline{Z}_{кII}$ позволяет суммировать модули сопротивлений короткого замыкания:

$$Z_{кI} + Z_{кII} = 2Z_{к} = \frac{2u_{к}U_{1\text{ ном}}^2}{S_{\text{ном}} \cdot 100} = 248 \text{ Ом}.$$

Таким образом,

$$I_{1 \text{ ур}} = \frac{U_{1 \text{ ном}}}{2Z_{\text{к}}} = \frac{10 \cdot 500}{248} = 42,3 \text{ А.}$$

С учетом коэффициента трансформации уравнильный ток вторичных обмоток

$$I_{2 \text{ ур}} = nI_{1 \text{ ур}} = \frac{U_{1 \text{ ном}}}{U_{2 \text{ ном}}} I_{1 \text{ ур}} = \frac{10,5}{0,4} \cdot 42,3 = 1110 \text{ А.}$$

Сравнение уравнильных токов с номинальными ($I_{1 \text{ ном}} = S_{\text{ном}} / U_{1 \text{ ном}} = 3,81 \text{ А}$ и $I_{2 \text{ ном}} = S_{\text{ном}} / U_{2 \text{ ном}} = 100 \text{ А}$) свидетельствует о том, что описанный режим подключения трансформаторов является недопустимым.

Задача 8.11. Как распределится нагрузка $S = 1000 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ между двумя параллельно работающими трансформаторами с равными номинальными напряжениями первичной и вторичной обмоток? Технические данные трансформаторов: $S_{\text{ном I}} = 400 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $u_{\text{кI}} = 4,5\%$, $S_{\text{ном II}} = 630 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $u_{\text{кII}} = 5,5\%$.

Решение. Нагрузка между параллельно работающими трансформаторами распределяется прямо пропорционально их номинальным мощностям и обратно пропорционально напряжениям короткого замыкания:

$$\frac{S_{\text{I}}}{S_{\text{II}}} = \frac{u_{\text{кII}}}{u_{\text{кI}}} \frac{S_{\text{ном I}}}{S_{\text{ном II}}}.$$

Учитывая, что $S_{\text{II}} = S - S_{\text{I}} = 1000 - S_{\text{I}}$, находим распределение нагрузки между трансформаторами:

$$\frac{S_{\text{I}}}{1000 - S_{\text{I}}} = \frac{5,5}{4,5} \frac{400}{630}; \quad S_{\text{I}} = 437 \text{ кВ} \cdot \text{А}; \quad S_{\text{II}} = 563 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Таким образом, неравенство напряжений короткого замыкания приводит к значительной перегрузке одного из трансформаторов ($S_{\text{I}} > S_{\text{ном I}}$).

Задача 8.12. Трансформатор ТМ25/10 характеризуется следующими техническими данными: $S_{\text{ном}} = 25 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $P_{\text{х}} = 0,125 \text{ кВт}$, $P_{\text{к}} = 0,6 \text{ кВт}$.

Определить коэффициент нагрузки β , соответствующий максимальному КПД трансформатора, максимальный КПД при $\cos \varphi_2 = 0,8$.

Решение. КПД трансформатора достигает максимального значения при равенстве потерь в обмотках потерям в сердечнике $\beta_m^2 P_K = P_X$. Отсюда

$$\beta_m = \sqrt{\frac{P_X}{P_K}} = \sqrt{\frac{0,125}{0,6}} = 0,456.$$

Рассчитываем потребляемую нагрузкой активную мощность:

$$P_2 = S_2 \cos \varphi_2 = \beta S_{\text{ном}} \cos \varphi_2 = 0,456 \cdot 25 \cdot 0,8 = 9,13 \text{ кВт.}$$

Максимальный КПД

$$\eta_{\max} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_K + \beta_m^2 P_K} = \frac{9,13}{9,13 + 0,125 + 0,125} = 0,973.$$

Задача 8.13. На рис. 8.8, а изображена схема включения понижающего трехфазного трансформатора. Определить группу соединений этого трансформатора.

Решение. Группа соединений трансформатора включает обозначение способа соединения обмоток (Δ или Y) и число, условно показывающее угол сдвига фаз между одноименными линейными напряжениями первичной и вторичной обмоток.

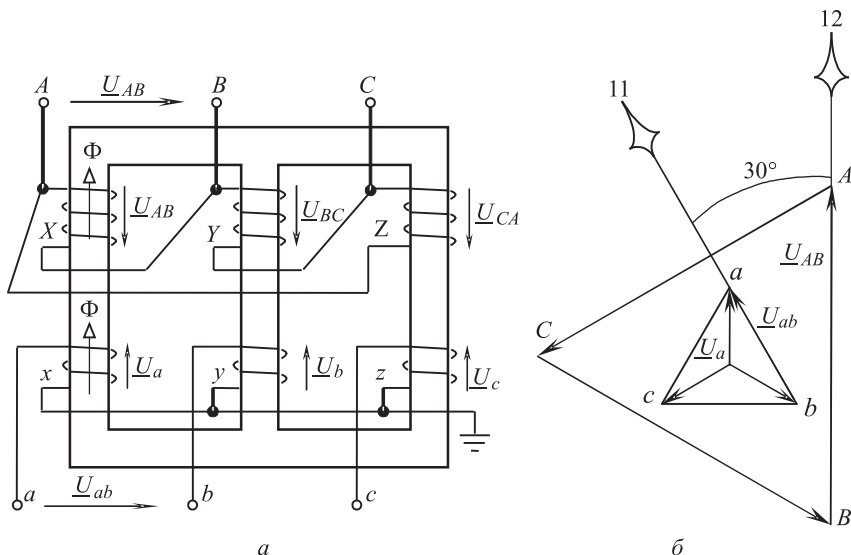


Рис. 8.8

Обозначение группы соединений основано на сопоставлении положения векторов первичного и вторичного линейных напряжений с минутной и часовой стрелками циферблата часов. При этом вектор линейного напряжения первичной обмотки совмещается с минутной (большой) стрелкой часов, установленной на цифре 12, а вектор линейного напряжения вторичной обмотки совмещается с часовой (малой) стрелкой. Угол 30° между двумя соседними цифрами циферблата служит единицей при отсчете угла сдвига фаз. Группе соединений дается название по положению часовой стрелки.

Из схемы, приведенной на рис. 8.8, *а*, видно, что фазы первичной обмотки соединены в треугольник (Δ), а вторичной – в звезду с заземленной нейтралью (Υ).

На рис. 8.8, *б* дана векторная диаграмма напряжений трансформатора. Поскольку одноименные фазы первичной и вторичной обмоток расположены на одних и тех же стержнях магнитопровода, то фазное напряжение \underline{U}_a совпадает по фазе с линейным напряжением \underline{U}_{AB} . При этом линейное напряжение \underline{U}_{ab} опережает по фазе линейное напряжение \underline{U}_{AB} на угол 30° . Если совместить вектор \underline{U}_{AB} с минутной стрелкой циферблата часов на цифре 12, то вектор \underline{U}_{ab} будет направлен на цифру 11.

Таким образом, группа соединения трансформатора, схема включения которого дана на рис. 8.8, *а*, будет Δ/Υ 11. В числителе обозначения всегда указывается, как соединена обмотка высшего напряжения.

Контрольные задачи

Задача 8.14. Для однофазного трансформатора дано: $U_{1\text{ ном}} = 380\text{ В}$, $U_{2\text{ ном}} = 220\text{ В}$, $f = 50\text{ Гц}$, $S_{\text{ном}} = 2\text{ кВ} \cdot \text{А}$. Определить число витков обеих обмоток, если площадь активного сечения сердечника $S_c = 45\text{ см}^2$, амплитуда магнитной индукции в нем $B_m = 1\text{ Тл}$.

Задача 8.15. Определить напряжение U_2 при холостом ходе и амплитуду магнитной индукции B_m в сердечнике трансформатора, данные которого приведены в задаче 8.14, если он был ошибочно включен в сеть напряжением $U_1 = 380\text{ В}$ со стороны обмотки низшего напряжения.

Задача 8.16. Для однофазного двухобмоточного трансформатора, сердечник которого изготовлен из электротехнической стали 1511, дано: $U_{1\text{ ном}} = 220\text{ В}$, $U_{2\text{ ном}} = 36\text{ В}$, $f = 50\text{ Гц}$. Длина средней магнитной линии магнитопровода $l_c = 20\text{ см}$, площадь сечения магнитопровода $S_c = 7,75\text{ см}^2$, $B_m = 1\text{ Тл}$. Определить w_1 , w_2 , $I_{1\text{ ном}}$, $I_{2\text{ ном}}$.

Задача 8.17. Как изменятся индукция в сердечнике, потери в стали и ток холостого хода трансформатора, имеющего коэффициент трансформации $n = 10$, при питании его со стороны обмотки низшего и высшего напряжения? В обоих случаях к обмоткам подаются номинальные напряжения.

Задача 8.18. Номинальные данные трехфазного трансформатора ТМ100/10 приведены в табл. 8.3.

Таблица 8.3

$S_{\text{ном}}, \text{кВ} \cdot \text{А}$	$U_{1 \text{ ном}}, \text{кВ}$	$U_{2 \text{ ном}}, \text{кВ}$	$i_x, \%$	$u_k, \%$	$P_x, \text{Вт}$	$P_k, \text{Вт}$	Схема соединения обмоток
100	10	0,4	2,6	4,7	365	1970	Y/Δ - 11

Определить коэффициенты трансформации фазных и линейных напряжений, номинальные токи в обмотках трансформатора, активные сопротивления фазы первичной и вторичной обмоток. Принять, что мощность потерь короткого замыкания P_k делится поровну между первичной и вторичной обмотками.

Задача 8.19. Определить номинальную мощность и параметры Т-образной схемы замещения трехфазного трансформатора, если при проведении опытов холостого хода и короткого замыкания приборы показали: $U_{1x} = U_{1 \text{ ном}} = 6,3 \text{ кВ}$, $U_{2x} = U_{2 \text{ ном}} = 400 \text{ В}$, $I_{1x} = 3 \text{ А}$, $P_x = 2000 \text{ Вт}$, $U_{1k} = 300 \text{ В}$, $I_{1k} = 57,8 \text{ А}$, $P_k = 6500 \text{ Вт}$. Схема соединения обмоток трансформатора Y/Y - 0. Считать, что мощность потерь в первичной и вторичной обмотках распределяется поровну.

Задача 8.20. Однофазный трансформатор ($S_{\text{ном}} = 2,5 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $U_{1 \text{ ном}} = 220 \text{ В}$, $U_{2 \text{ ном}} = 127 \text{ В}$, $f = 50 \text{ Гц}$, $P_x = 39 \text{ Вт}$, $P_k = 80 \text{ Вт}$, $u_k = 4\%$) питает нагрузку $Z_n = 6,44e^{j26^\circ} \text{ Ом}$. Определить напряжение U_2 на нагрузке и КПД трансформатора.

Задача 3.21. Определить КПД трансформатора, если общие потери в нем составляют 10% от мощности, потребляемой нагрузкой.

Задача 8.22. Номинальная мощность трансформатора $S_{\text{ном}} = 16 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, мощность потерь холостого хода $P_x = 100 \text{ Вт}$, мощность потерь короткого замыкания $P_k = 200 \text{ Вт}$. Определить коэффициент нагрузки трансформатора β , если при активной нагрузке его КПД равен 94%.

Задача 8.23. Трансформатор работает при номинальной мощности и питает нагрузку мощностью $P_2 = 1 \text{ кВт}$ в течение 8 ч в

сутки, остальное время – в режиме холостого хода. Определить среднесуточный КПД трансформатора, если мощность потерь в стали $P_x = 20$ Вт, а мощность потерь в меди $P_k = 40$ Вт.

Задача 8.24. Определить коэффициент нагрузки трансформатора β , соответствующий максимальному КПД, и максимальный КПД при $\cos\varphi_2 = 0,8$ для трехфазного трансформатора, номинальные данные которого приведены в задаче 8.18.

Задача 8.25. Трехфазный трансформатор имеет разметку выводов, при которой напряжения на первичных обмотках совпадают по фазе с одноименными напряжениями вторичных обмоток (рис. 8.9, а). Определить, к какой группе относится трансформатор при соединениях его обмоток, указанных на рис. 8.9, б, в, г.

Какие из указанных групп соединений стандартизованы по ГОСТ 11677–85?

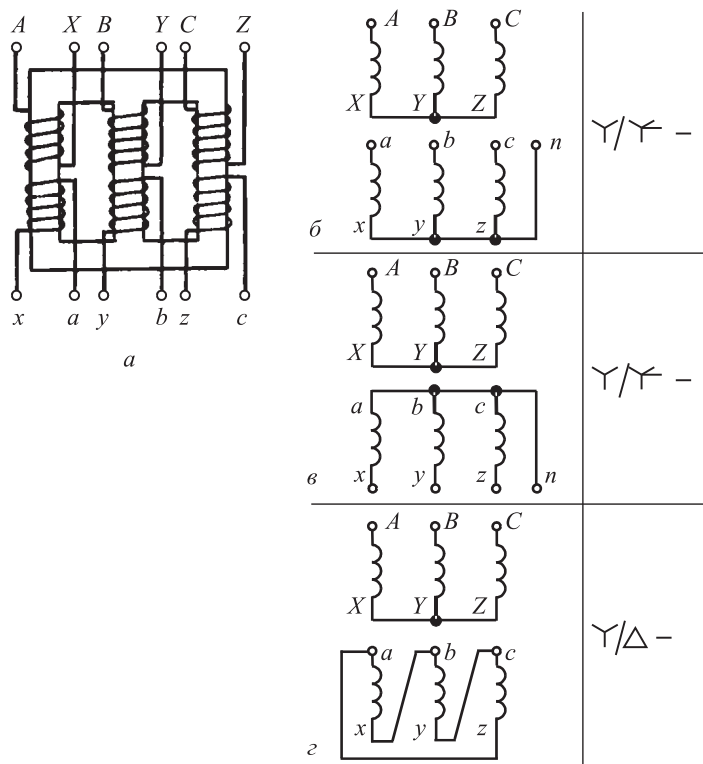


Рис. 8.9

Ответы к контрольным задачам

8.14. $w_1 = 380$ витков; $w_2 = 220$ витков. **8.15.** 657 В, 1,73 Тл. **8.16.** $w_1 = 1278$ витков, $w_2 = 209$ витков, $I_{1\text{ном}} = 0,273$ А, $I_{2\text{ном}} = 1,66$ А. **8.17.** $B_m = \text{const}$, $P_x = \text{const}$, $I_{2x} = 10 I_{1x}$. **8.18.** $n_\phi = 14,45$, $n_{\text{л}} = 25$, $I_{1\text{ном}} = 5,78$ А, $I_{2\text{ном}} = 83,53$ А, $R_1 = 9,83$ Ом, $R_2 = 0,047$ Ом. **8.19.** $S_{\text{ном}} = 630$ кВ·А, $R_1 = R'_2 = 0,324$ Ом, $X_1 = X'_2 = 1,46$ Ом, $R_x = 74,07$ Ом, $X_x = 1211,6$ Ом. **8.20.** 122 В, 95%. **8.21.** 90,91%. **8.22.** 0,1. **8.23.** 0,909. **8.24.** $\beta = 0,43$, $\eta = 0,98$. **8.25.** б) $\forall/\forall - 0$; в) $\forall/\forall - 6$; з) $\forall/\Delta - 11$; стандартизованы группы «б» и «з».

9. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Задачи с решениями

Задача 9.1. Электродинамический ваттметр имеет следующие пределы измерения: по току $I_{\text{ном}} = 2 \text{ А}$, по напряжению $U_{\text{ном}} = 300 \text{ В}$. Число делений шкалы $\alpha_{\text{ном}} = 150$, класс точности $K_W = 0,5$. Определить измеряемую ваттметром мощность, если его указатель отклонился на $\alpha = 80$ делений.

Решение. Цена деления ваттметра

$$C_W = \frac{U_{\text{ном}} I_{\text{ном}}}{\alpha_{\text{ном}}} = \frac{300 \cdot 2}{150} = 4 \text{ Вт/дел.}$$

Показание ваттметра

$$P_W = C_W \alpha = 4 \cdot 80 = 320 \text{ Вт.}$$

Предельная абсолютная погрешность ваттметра

$$\Delta P = \pm \frac{K_W}{100} U_{\text{ном}} I_{\text{ном}} = \pm \frac{0,5}{100} \cdot 300 \cdot 2 = \pm 3 \text{ Вт.}$$

Измеряемая мощность

$$P = (P_W \pm \Delta P) = (320 \pm 3) \text{ Вт.}$$

Задача 9.2. При поверке вольтметра (класс точности $K_V = 1,0$) с пределом измерения $U_{\text{ном}} = 100 \text{ В}$ в точках шкалы 20, 40, 60, 80 и 100 В были получены следующие показания эталонного прибора: 19,5; 40,3; 60,1; 79,8; 100,7 В. Определить абсолютные, относительные и приведенные погрешности на всех числовых отметках шкалы вольтметра. Соответствует ли поверяемый вольтметр своему классу точности?

Решение. *Абсолютная погрешность прибора* – это разность между показанием прибора и действительным значением измеряемой величины (показанием эталонного прибора): $\Delta U = U_V - U$.

Для первой поверяемой отметки шкалы

$$\Delta U = 20 - 19,5 = 0,5 \text{ В.}$$

Относительная погрешность

$$\delta = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{0,5}{19,5} \cdot 100 = 2,56\%.$$

Приведенная погрешность определяется отношением абсолютной погрешности к пределу измерения прибора:

$$\gamma = \frac{\Delta U}{U_{\text{ном}}} \cdot 100 = \frac{0,5}{100} \cdot 100 = 0,5 \, \%.$$

Результаты расчета погрешностей для последующих отметок шкалы приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Погрешность	Отметка шкалы, В				
	20	40	60	80	100
$\Delta U = U_V - U, \text{ В}$	0,5	– 0,3	– 0,1	0,2	– 0,7
$\delta = (\Delta U/U) \cdot 100, \, \%$	2,56	– 0,745	– 0,166	0,25	– 0,7
$\gamma = (\Delta U/U_{\text{ном}}) \cdot 100, \, \%$	0,5	– 0,3	– 0,1	0,2	– 0,7

Класс точности прибора определяется предельно допустимой приведенной погрешностью. Для поверяемого вольтметра модуль наибольшей приведенной погрешности $|\gamma| = 0,7\% < K_V = 1,0\%$, значит, поверяемый вольтметр соответствует своему классу точности.

Задача 9.3. Имеются три амперметра: класса точности 1,0 со шкалой 0...50 А; класса точности 1,5 со шкалой 0...40 А и класса точности 2,5 со шкалой 0...20 А. Какой амперметр предпочтительнее для измерения в цепи тока примерно 15 А?

Решение. Наибольшая абсолютная погрешность первого прибора

$$\Delta I_{\text{max}} = \pm \frac{K_A}{100} I_{\text{ном}} = \pm \frac{1,0}{100} \cdot 50 = \pm 0,5 \, \text{А}.$$

Наибольшая относительная погрешность

$$\delta = \pm \frac{\Delta I_{\text{max}}}{I} \cdot 100 = \pm \frac{0,5}{15} \cdot 100 = \pm 3,33\%.$$

Результаты расчета погрешностей для всех трех амперметров приведены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

Параметр	Амперметр		
	первый	второй	третий
$\Delta I_{\text{max}}, \text{ А}$	$\pm 0,5$	$\pm 0,6$	$\pm 0,5$
$\delta, \, \%$	$\pm 3,33$	± 4	$\pm 3,33$

Меньшую предельную погрешность (и абсолютную, и относительную) обеспечат первый и третий амперметры.

Задача 9.4. Для измерения напряжения на резисторе в цепи (рис. 9.1) используется вольтметр класса точности $K_V = 1,0$ с пределом измерения $U_{\text{ном}} = 30$ В и внутренним сопротивлением $R_V = 500$ Ом. Определить погрешность метода измерения и максимальную относительную погрешность измерения, обусловленную классом точности и пределом измерения вольтметра, если $E = 24$ В, $R_0 = 20$ Ом, $R = 100$ Ом.

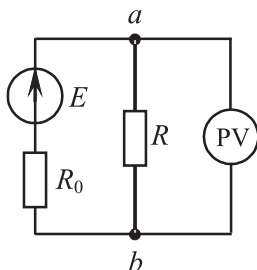


Рис. 9.1

Решение. Напряжение на резисторе до включения вольтметра

$$U = E \frac{R}{R_0 + R} = 24 \cdot \frac{100}{20 + 100} = 20 \text{ В.}$$

После включения вольтметра

$$U_V = U_{ab} = \frac{E \cdot 1/R_0}{1/R_0 + 1/R + 1/R_V} = \frac{24/20}{1/20 + 1/100 + 1/500} = 19,35 \text{ В.}$$

Погрешность метода измерения напряжения (погрешность взаимодействия), обусловленная соотношением сопротивлений вольтметра и объекта измерения,

$$\delta_m = \frac{U_V - U}{U} \cdot 100 = \frac{19,35 - 20}{20} \cdot 100 = -3,25\%.$$

Максимальная относительная погрешность измерения, обусловленная классом точности и пределом измерения вольтметра (инструментальная погрешность измерения)

$$\delta = \pm K_V \frac{U_{\text{ном}}}{U_V} = \pm 1,0 \cdot \frac{30}{19,35} = \pm 1,55\%.$$

Погрешность метода $|\delta_m| = 3,25\%$ вдвое больше погрешности прибора $|\delta| = 1,55\%$.

Задача 9.5. Для определения параметров катушки применен метод амперметра, вольтметра и ваттметра (рис. 9.2). При этом использовали амперметр на ток $I_{\text{ном}} = 5$ А класса точности $K_A = 1,5$, вольтметр на напряжение $U_{\text{ном}} = 150$ В класса точности $K_V = 1,5$ и

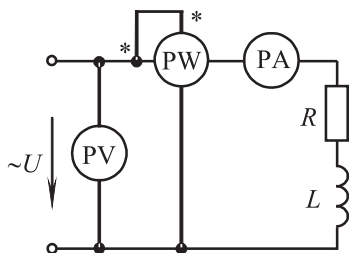


Рис. 9.2

ваттметр на $P_{\text{НОМ}} = 500$ Вт класса точности $K_W = 0,5$. Приборы показывают: $I = 5$ А, $U = 100$ В, $P = 250$ Вт. Найти максимально возможные относительные и абсолютные погрешности измерения активного сопротивления и коэффициента мощности катушки. Определить возможные пределы значений R и $\cos\varphi$. Собственным потреблением приборов пренебречь.

Решение. Расчетное значение активного сопротивления катушки

$$R' = P/I^2 = 250/25 = 10 \text{ Ом.}$$

Определяем максимально возможные относительную δ_R и абсолютную ΔR погрешности косвенного измерения сопротивления:

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{R'} \cdot 100 = \pm \left(\frac{\Delta P}{P} + 2 \frac{\Delta I}{I} \right) \cdot 100 = \pm \left(K_W \frac{P_{\text{НОМ}}}{P} + 2 K_A \frac{I_{\text{НОМ}}}{I} \right) = \pm 4\%;$$

$$\Delta R = \pm 0,04 R' = \pm 0,4 \text{ Ом.}$$

Возможные пределы действительного значения сопротивления R :

$$R = R' \pm \Delta R = (10,0 \pm 0,4) \text{ Ом.}$$

Расчетное значение коэффициента мощности

$$\cos\varphi' = \frac{P}{UI} = \frac{250}{100 \cdot 5} = 0,5.$$

Находим максимально возможные погрешности косвенного измерения $\cos\varphi$:

$$\begin{aligned} \delta_{\cos\varphi} &= \pm \left(\frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} \right) \cdot 100 = \\ &= \pm \left(K_W \frac{P_{\text{НОМ}}}{P} + K_V \frac{U_{\text{НОМ}}}{U} + K_A \frac{I_{\text{НОМ}}}{I} \right) = \pm 4,8\%; \end{aligned}$$

$$\Delta_{\cos\varphi} = \pm 0,048 \cdot 0,5 = \pm 0,024.$$

Пределы действительного значения коэффициента мощности

$$\cos\varphi = \cos\varphi' \pm \Delta_{\cos\varphi} = 0,500 \pm 0,024.$$

Задача 9.6. Для измерения сопротивления резистора используется вольтметр с внутренним сопротивлением $R_V = 50$ кОм. При непосредственном подключении к сети отклонение вольтметра $\alpha_1 = 120$ делений, а при его подключении к этой же сети последовательно с резистором $\alpha_2 = 40$ делений. Чему равно сопротивление резистора?

Решение. Отклонение подвижной системы вольтметра пропорционально току, который обратно пропорционален сопротивлению цепи, т.е.

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{R + R_V}{R_V}, \quad R = R_V \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} - 1 \right) = 100 \text{ кОм}.$$

Задача 9.7. Магнитоэлектрический миллиамперметр ($I_{\text{ном}} = 15$ мА, $R_A = 10$ Ом) необходимо использовать в качестве комбинированного прибора с двумя пределами по току $I = 2; 5$ А и двумя пределами по напряжению $U = 100; 250$ В (рис. 9.3). Рассчитать сопротивления шунтов и добавочных резисторов комбинированного прибора.

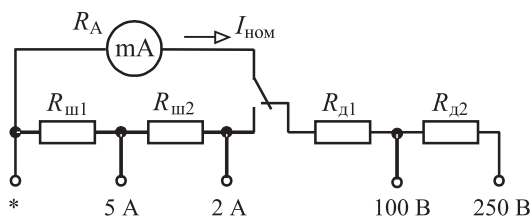


Рис. 9.3

Решение. Коэффициенты шунтирования n и сопротивления шунтов для заданных пределов измерения тока равны:

для $I_2 = 2$ А

$$n = \frac{I_2}{I_{\text{ном}}} = \frac{2}{0,015} = 133,3;$$

$$R_{\text{ш1}} + R_{\text{ш2}} = \frac{R_A}{n - 1} = \frac{10}{133,3 - 1} = 0,075 \text{ Ом};$$

для $I_1 = 5 \text{ A}$

$$n = \frac{I_1}{I_{\text{ном}}} = \frac{5}{0,015} = 333,3;$$

$$R_{\text{ш1}} = \frac{R_A + R_{\text{ш2}}}{n - 1} = \frac{10 + R_{\text{ш2}}}{333,3 - 1},$$

откуда находим: $R_{\text{ш1}} = 0,03 \text{ Ом}$; $R_{\text{ш2}} = 0,045 \text{ Ом}$.

Добавочные резисторы сопротивлением $R_{\text{д1}}$ и $R_{\text{д2}}$ при использовании прибора в качестве вольтметра на пределы $U_1 = 100 \text{ В}$ и $U_2 = 250 \text{ В}$ рассчитываем из условия, что ток полного отклонения катушки $I_{\text{ном}}$ остается равным $0,015 \text{ A}$.

$$I_{\text{ном}} = U_1 / (R_A + R_{\text{д1}}); \quad 0,015 = 100 / (10 + R_{\text{д1}});$$

$$I_{\text{ном}} = U_2 / (R_A + R_{\text{д1}} + R_{\text{д2}}); \quad 0,015 = 250 / (10 + R_{\text{д1}} + R_{\text{д2}});$$

$$R_{\text{д1}} = 6656,6 \text{ Ом}; \quad R_{\text{д2}} = 10 \text{ 000 Ом}.$$

Задача 9.8. В цепи (рис. 9.4) напряжение и ток изменяются по закону $u = 311 \sin(\omega t + \pi/2) \text{ В}$, $i = 4,24 \sin(\omega t + \pi/3) \text{ A}$. Определить показания вольтметра, амперметра, ваттметра электродинамической системы, расход энергии и число оборотов индукционного счетчика за 8 ч работы, если 1 кВт·ч соответствует 1250 оборотам счетчика.

Решение. Вольтметр и амперметр показывают действующие значения напряжения и тока

$$U = 311 / \sqrt{2} = 220 \text{ В}; \quad I = 4,24 / \sqrt{2} = 3 \text{ A},$$

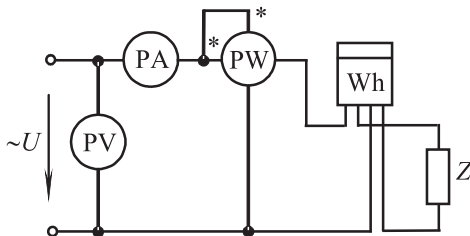


Рис. 9.4

а ваттметр – активную мощность

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 3 \cos(\pi/6) = 570 \text{ Вт},$$

где $\varphi = \psi_U - \psi_I = \pi/2 - \pi/3 = \pi/6$.

Расход энергии

$$W = Pt = 0,57 \cdot 8 = 4,56 \text{ кВт} \cdot \text{ч}.$$

Число оборотов диска счетчика $N = 1250 \cdot 4,56 = 5700$.

Задача 9.9. К цепи (рис. 9.5, а) приложено синусоидальное напряжение $u = 141 \sin \omega t$ В. Определить показания электромагнитного и магнитоэлектрического вольтметров. Вольт-амперную характеристику диода считать идеальной.

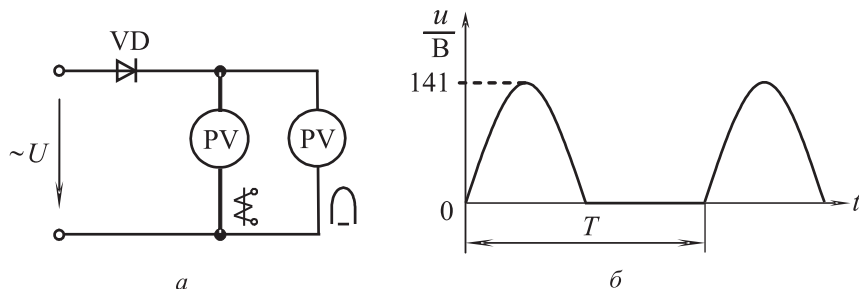


Рис. 9.5

Решение. На рис. 9.5, б показана кривая напряжения, приложенного к приборам. Электромагнитный вольтметр измеряет действующее значение этого напряжения

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{\frac{U_m^2}{T} \int_0^{T/2} \sin^2 \omega t dt} = \frac{U_m}{2} = 70,5 \text{ В}.$$

Магнитоэлектрический вольтметр измеряет среднее за период значение напряжения

$$U_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} U_m \sin \omega t dt = \frac{U_m}{\pi} = \frac{141}{3,14} = 45 \text{ В}.$$

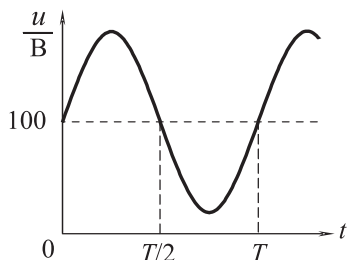


Рис. 9.6

Задача 9.10. Источник постоянного напряжения $U_0 = 100$ В соединен последовательно с генератором синусоидального напряжения, действующее значение которого $U = 60$ В. Определить показания магнитоэлектрического, выпрямительного, электромагнитного и электродинамического вольтметров, включенных на суммарное напряжение.

Решение. Несинусоидальное напряжение, воздействующее на приборы, изменяется по закону $u = 100 + \sqrt{2} \cdot 60 \sin \omega t$ В (рис. 9.6).

Магнитоэлектрический вольтметр измеряет среднее за период значение напряжения

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt = U_0 = 100 \text{ В.}$$

Показание выпрямительного вольтметра, проградуированного в действующих значениях синусоидального напряжения, пропорционально среднему по модулю значению напряжения

$$k_{\Phi} U_{\text{ср. мод}} = 1,11 \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt = 1,11 \cdot 100 = 111 \text{ В,}$$

где $k_{\Phi} = 1,11$ – коэффициент формы синусоидального напряжения.

Электромагнитный и электродинамический вольтметры измеряют действующее значение напряжения

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{U_0^2 + U^2} = \\ &= \sqrt{100^2 + 60^2} = 117 \text{ В.} \end{aligned}$$

Задача 9.11. Закон изменения измеряемого тока представлен на рис. 9.7. Определить показания магнитоэлектрического, выпрямительного и электродинамического амперметров, включенных последовательно в цепь заданного тока.

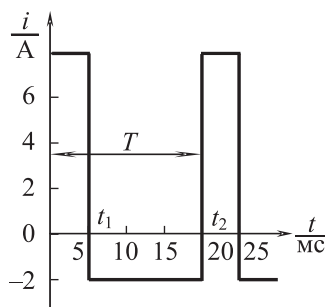


Рис. 9.7

Решение. Магнитоэлектрический амперметр измеряет среднее за период значение тока

$$I_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{t_1} i_1 dt + \int_{t_1}^{t_2} i_2 dt \right) =$$

$$= \frac{1}{20} \left(8 \int_0^5 dt - 2 \int_5^{20} dt \right) = \frac{1}{20} (40 - 30) = 0,5 \text{ A.}$$

Показание выпрямительного амперметра, выполненного по двухполупериодной схеме выпрямления, равно среднему по модулю значению тока

$$I_{\text{ср. мод}} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt = \frac{1}{T} \left(\int_0^{t_1} i_1 dt + \int_{t_1}^{t_2} |i_2| dt \right) = \frac{1}{20} (40 + 30) = 3,5 \text{ A.}$$

Если выпрямительный амперметр проградуирован для измерения действующего значения синусоидального тока, то его показание

$$k_{\Phi} I_{\text{ср. мод}} = 1,11 \cdot 3,5 = 3,89 \text{ A.}$$

Электромагнитный и электродинамический амперметры измеряют действующее (среднеквадратичное) значение тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{t_1} i_1^2 dt + \int_{t_1}^{t_2} i_2^2 dt \right)} = 4,36 \text{ A.}$$

Задача 9.12. Магнитоэлектрический миллиамперметр (входное сопротивление $R_{\text{и}} = 10 \text{ Ом}$ и ток полного отклонения $I_{\text{и}} = 1 \text{ мА}$) предполагается использовать в схеме выпрямительного вольтметра (рис. 9.8) с верхним пределом измерения синусоидального напряжения $U = 10 \text{ В}$. Рассчитать сопротивление $R_{\text{д}}$ добавочного резистора, входное сопротивление вольтметра и максимальную мощность, потребляемую им.

Решение. Магнитоэлектрический прибор измеряет среднее за период значение тока

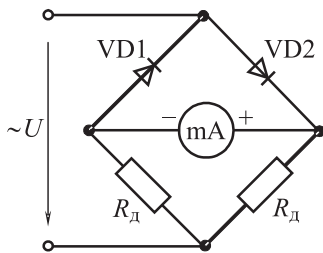


Рис. 9.8

$$I_{\text{ср}} = \frac{U_{\text{ср}}}{R_{\text{д}} + R_{\text{и}}} = \frac{U}{k_{\Phi}(R_{\text{д}} + R_{\text{и}})} = I_{\text{и}}.$$

Отсюда находим сопротивление добавочных резисторов:

$$R_{\text{д}} = \frac{U/k_{\Phi} - R_{\text{и}}I_{\text{и}}}{I_{\text{и}}} = \frac{10/1,11 - 10 \cdot 0,001}{0,001} = 9 \text{ кОм}.$$

Входное сопротивление вольтметра

$$R_{\text{вх}} = \frac{(R_{\text{и}} + R_{\text{д}})R_{\text{д}}}{2R_{\text{д}} + R_{\text{и}}} \approx \frac{R_{\text{д}}}{2} = 4,5 \text{ кОм}.$$

Максимальная мощность, потребляемая вольтметром,

$$P_{\text{max}} = U^2/R_{\text{вх}} \approx 10^2/4500 \approx 0,022 \text{ Вт}.$$

Задача 9.13. Активная мощность трехфазной симметричной цепи ($U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $Z_{\Phi} = 100 \text{ Ом}$) измеряется методом двух ваттметров (рис. 9.9, а). Определить показание второго ваттметра, если показание первого равно нулю.

Решение. Согласно векторной диаграмме (рис. 9.9, б) показание первого ваттметра

$$P_{W1} = U_{AB}I_A \cos(\widehat{U_{AB}I_A}) = U_{\text{л}}I_{\text{л}} \cos(\varphi + 30^\circ) = 0.$$

Следовательно, $\varphi = 60^\circ$.

Линейный ток цепи

$$I_{\text{л}} = I_{\Phi} = \frac{U_{\Phi}}{Z_{\Phi}} = \frac{U_{\text{л}}/\sqrt{3}}{Z_{\Phi}} = \frac{380/\sqrt{3}}{100} = 2,2 \text{ А}.$$

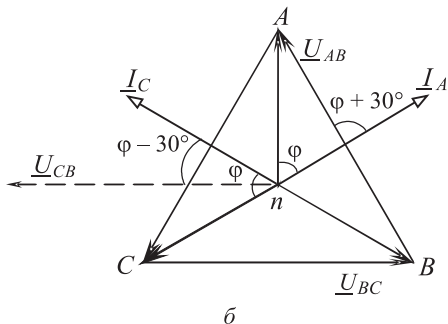
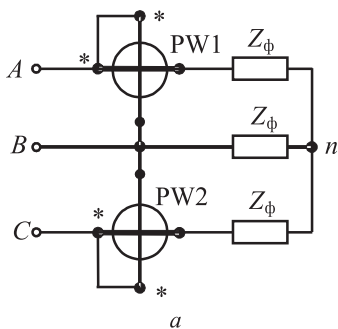


Рис. 9.9

Показание второго ваттметра:

$$P_{W2} = U_{CB} I_C \cos(\varphi - 30^\circ) = 380 \cdot 2,2 \cos 30^\circ = 722 \text{ Вт.}$$

Проверка: активная мощность трехфазной симметричной цепи

$$P = P_{W1} + P_{W2} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,2 \cdot 0,5 = 722 \text{ Вт.}$$

Задача 9.14. Определить активную, реактивную и полную мощности трехфазной симметричной цепи, если измерение производится методом двух ваттметров, включенных через трансформаторы тока 100/5 и трансформаторы напряжения 6000/100. Ваттметры с пределом измерения $P_{\text{ном}} = 750 \text{ Вт}$ и шкалой на $\alpha_{\text{ном}} = 150$ делений показывают $\alpha_1 = 100$ делений и $\alpha_2 = 120$ делений.

Решение. Схема включения двух ваттметров с измерительными трансформаторами тока и напряжения приведена на рис. 9.10. Активная мощность трехфазной сети определяется суммой показаний ваттметров:

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 = n_{\text{т}} n_{\text{н}} (P_{W1} + P_{W2}) = n_{\text{т}} n_{\text{н}} \left(P_{\text{ном}} \frac{\alpha_1}{\alpha_{\text{ном}}} + P_{\text{ном}} \frac{\alpha_2}{\alpha_{\text{ном}}} \right) = \\ &= \frac{100}{5} \frac{6000}{100} \left(750 \cdot \frac{100}{150} + 750 \cdot \frac{120}{150} \right) = 600 \ 000 + 720 \ 000 = 1320 \text{ кВт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность трехфазной цепи

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{3} (P_2 - P_1) = \\ &= \sqrt{3} (720 - 600) = 208 \text{ квар.} \end{aligned}$$

Полная мощность цепи

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1338 \text{ кВт} \cdot \text{А.}$$

Задача 9.15. Проверка трехфазного счетчика осуществлялась с помощью двух ваттметров, включенных по схеме двух приборов. В течение 1 мин ваттметры давали неизменные показания $\alpha_1 = 40$ делений, $\alpha_2 = 80$ делений, а диск счетчика за это время сделал $N = 24$ оборота. Номинальные данные ваттметров:

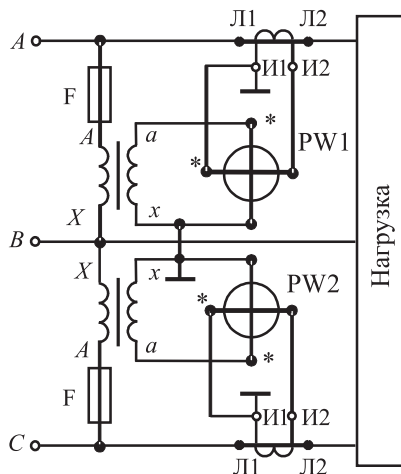


Рис. 9.10

$I_{\text{НОМ}} = 5 \text{ А}$, $U_{\text{НОМ}} = 150 \text{ В}$, $\alpha_{\text{НОМ}} = 150$ делений. У счетчика 1 кВт · ч соответствует 2500 оборотам диска. Определить погрешность счетчика.

Решение. Энергия, зарегистрированная счетчиком,

$$W = CN = \frac{3600 \cdot 1000}{n_0} N = \frac{3600 \cdot 1000}{2500} \cdot 24 = 34560 \text{ Дж},$$

где C – номинальная постоянная счетчика; n_0 – передаточное число счетчика; $n_0 = 2500$ оборот/(кВт · ч).

Измеренная с помощью ваттметров и секундомера действительная энергия

$$W_0 = (P_1 + P_2) t = \left(\frac{I_{\text{НОМ}} U_{\text{НОМ}} \alpha_1}{\alpha_{\text{НОМ}}} + \frac{I_{\text{НОМ}} U_{\text{НОМ}} \alpha_2}{\alpha_{\text{НОМ}}} \right) t = 36\,000 \text{ Дж}$$

Относительная погрешность счетчика

$$\delta = \frac{W - W_0}{W_0} \cdot 100 = -4\%.$$

Задача 9.16. Измерение параметров конденсатора производилось по схеме, приведенной на рис. 9.11. После уравнивания моста получили: $R_1 = 1,25 \text{ кОм}$, $R_2 = 10 \text{ кОм}$, $C_0 = 10 \text{ мкФ}$, $R_0 = 5,4 \text{ кОм}$. Чему равны C_x и R_x при параллельной схеме замещения конденсатора?

Решение. Мост переменного тока уравновешен при равенстве произведений комплексных сопротивлений противоположных плеч моста: $R_1 Z_x = R_2 Z_0$ или

$$\frac{R_1}{1/R_x + j\omega C_x} = \frac{R_2}{1/R_0 + j\omega C_0};$$

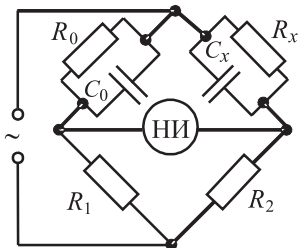


Рис. 9.11

$$R_1/R_0 + j\omega R_1 C_0 = R_2/R_x + j\omega R_2 C_x.$$

При равенстве двух комплексов равны их вещественные и мнимые части:

$$R_1/R_0 = R_2/R_x; \quad j\omega R_1 C_0 = j\omega R_2 C_x.$$

Отсюда параметры параллельной схемы замещения конденсатора:

$$R_x = R_0 \frac{R_2}{R_1} = 43,2 \text{ кОм}; \quad C_x = C_0 \frac{R_1}{R_2} = 1,25 \text{ мкФ}.$$

Задача 9.17. В момент равновесия мостовой цепи (рис. 9.12) зафиксировано следующее: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 14,8 \text{ Ом}$, $C_2 = 1,6 \text{ мкФ}$, $C_0 = 1 \text{ мкФ}$. Чему равен тангенс угла потерь $\text{tg}\delta$ конденсатора C_x , если частота источника питания 1000 Гц ?

Решение. Равновесие мостовой цепи имеет место при равенстве отношений комплексных сопротивлений соседних плеч:

$$\underline{Z}_x / R_1 = \underline{Z}_0 / \underline{Z}_2$$

$$\text{или } \frac{R_x + \frac{1}{j\omega C_x}}{R_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C_0}}{\frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}};$$

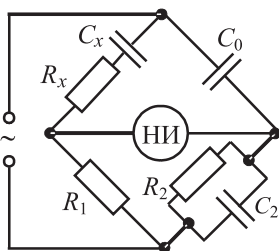


Рис. 9.12

$$\frac{R_x}{R_1} + \frac{1}{j\omega C_x R_1} = \frac{1}{j\omega C_0 R_2} + \frac{C_2}{C_0}.$$

Приравнявая вещественные и мнимые части комплексных выражений, получаем:

$$R_x = R_1 \frac{C_2}{C_0} = 16 \text{ Ом}; \quad C_x = C_0 \frac{R_2}{R_1} = 1,48 \text{ мкФ}.$$

При последовательной схеме замещения конденсатора тангенс угла потерь

$$\text{tg}\delta = \omega C_x R_x = \omega C_2 R_2 = 2\pi f C_2 R_2 = 0,15.$$

Задача 9.18. Цепь (рис. 9.13) используется для наблюдения на экране осциллографа формы кривой индукции в исследуемом ферромагнитном образце. Параметры интегратора: $R = 1 \text{ МОм}$, $C = 1 \text{ мкФ}$. Частота источника питания $f = 50 \text{ Гц}$. Чувствительность осциллографа $2,5 \text{ мм/мВ}$. Площадь сечения образца $S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, максимальная индукция $B_{\text{max}} = 1,5 \text{ Тл}$. Какое наибольшее число витков должна иметь измерительная обмотка образца, чтобы отклонение по вертикали луча на экране осциллографа не превышало 60 мм ? Рассчитать напряжение на измерительной обмотке образца.

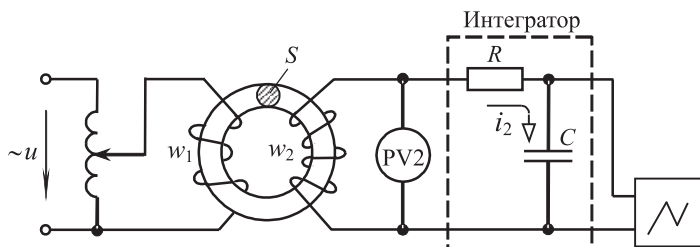


Рис. 9.13

Решение. Переменный магнитный поток наводит во вторичной обмотке образца ЭДС

$$e_2 = - \frac{d\psi}{dt} = - w_2 S \frac{dB_t}{dt},$$

где B_t – мгновенное значение индукции в образце.

Поскольку сопротивление вторичной цепи практически чисто активное ($R \gg 1/\omega C$), то ток

$$i_2 \approx \frac{e_2}{R} = - \frac{w_2 S}{R} \frac{dB_t}{dt}.$$

Напряжение на конденсаторе

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_2 dt = - \frac{w_2 S}{RC} B_t,$$

откуда находим искомое число витков измерительной обмотки, исходя из максимальной индукции, вызывающей наибольшее отклонение луча осциллографа:

$$w_2 = \frac{u_C RC}{SB_t} = \frac{u_C RC}{SB_{\max}} = \frac{0,012 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5} = 40 \text{ витков},$$

где $u_C = \frac{60 \text{ мм}}{2 \cdot 2,5 \text{ мм/мВ}} = 0,012 \text{ В}$ – напряжение на конденсаторе, вызывающее заданное отклонение луча осциллографа.

При синусоидальном законе изменения индукции в образце напряжение на измерительной обмотке

$$U_2 = 4,44 f w_2 S B_{\max} = 2,67 \text{ В}.$$

Задача 9.19. Магнитоэлектрический микроамперметр с пределом измерения по току $I_{\text{ном}} = 200 \text{ мкА}$ и внутренним сопротивлением $R_A = 166,8 \text{ Ом}$ необходимо использовать для измерения температуры путем сочетания его с хромель-копелевой термопарой, удельная термо-ЭДС которой $e_T = 69,5 \text{ мкВ/}^\circ\text{С}$. Найти предельную температуру, которую можно измерить данным прибором, цену деления шкалы прибора по температуре и току, если число делений шкалы $\alpha_{\text{ном}} = 100$. Температуру окружающей среды t_0 принять равной $20 \text{ }^\circ\text{С}$.

Решение. Напряжение полного отклонения прибора

$$U_{\text{ном}} = R_A I_{\text{ном}} = 166,8 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 0,03336 \text{ В.}$$

Поскольку удельная термо-ЭДС задается в микровольтах на $1 \text{ }^\circ\text{С}$ разности температур горячего спая термопары и окружающей среды, то предельная температура, которую можно измерить этим прибором,

$$t_{\text{ном}} = t_0 + \frac{U_{\text{ном}}}{e_T} = 20 + \frac{0,03336 \cdot 10^6}{69,5} = 500 \text{ }^\circ\text{С.}$$

Цена деления прибора по току

$$C_I = \frac{I_{\text{ном}}}{\alpha_{\text{ном}}} = \frac{200}{100} = 2 \text{ мкА/дел.},$$

по температуре –

$$C_t = \frac{t_{\text{ном}}}{\alpha_{\text{ном}}} = \frac{500}{100} = 5 \text{ }^\circ\text{С/дел.}$$

Задача 9.20. Неуравновешенная мостовая цепь (рис. 9.14) используется для измерения деформации в исследуемой детали. Начальное сопротивление тензорезистора ТР $R = 100 \text{ Ом}$, а его тензочувствительность $S_{\text{тр}} = 2,04$; сопротивление остальных плеч моста – также по 100 Ом . Напряжение источника питания $U = 2 \text{ В}$. Сопротивление милливольтметра $R_{\text{мВ}} = 10 \text{ кОм}$. Чему равна деформация в детали, если измеренное милливольтметром напряжение разбаланса $\Delta U = 5 \text{ мВ}$?

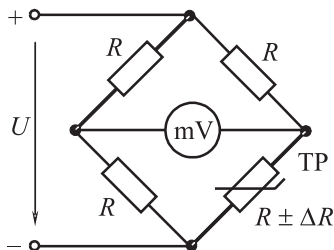


Рис. 9.14

Решение. Поскольку в измерительную диагональ моста включен милливольтметр с большим входным сопротивлением ($R_{mV} \gg R$), то напряжение разбаланса неуравновешенного моста

$$\Delta U = U \left(\frac{R}{2R} - \frac{R}{2R \pm \Delta R} \right) = U \left(\frac{2R \pm \Delta R - 2R}{4R \pm 2\Delta R} \right) = \frac{U}{4} \left(\frac{\pm \Delta R}{R \pm \Delta R/2} \right)$$

или с учетом того, что $\Delta R/2 \ll R$, $\Delta U \approx U/4 \cdot \Delta R/R$.

Таким образом, относительное изменение сопротивления тензорезистора

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{4\Delta U}{U} = \frac{4 \cdot 0,005}{2} = 0,01 = 1\%.$$

Деформация, т.е. относительное линейное удлинение или сжатие, обусловленное нагрузкой на исследуемую деталь,

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{S_{тр}} \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{2,04} \cdot 1 = 0,49\%.$$

Контрольные задачи

Задача 9.21. Измеряемое сопротивление связано с сопротивлением остальных плеч одинарного уравновешенного моста уравнением $R_x = R_2 R_4 / R_3$. Определить относительную погрешность измерения R_x , если известны погрешности изготовления резисторов плеч моста: $\delta_2 = +0,1\%$, $\delta_3 = +0,3\%$, $\delta_4 = -0,2\%$.

Задача 9.22. Для измерения сопротивления используется вольтметр на 150 В класса точности 1,5 и амперметр на 2 А класса точности 1,0. Приборы показали 120 В и 1,5 А соответственно. Определить максимальные абсолютную и относительную погрешности измерения сопротивления. Собственным потреблением мощности приборов пренебречь.

Задача 9.23. Магнитная индукция в воздушном зазоре магнитоэлектрического измерительного механизма равна 0,1 Тл, площадь рамки 4 см², сопротивление обмотки 10 Ом. Для полного отклонения подвижной части требуется подвести напряжение 80 мВ. При этом создается вращающий момент $4 \cdot 10^{-5}$ Н·м. Определить число витков обмотки.

Задача 9.24. Магнитоэлектрический миллиамперметр (ток полного отклонения 1 мА, сопротивление 20 Ом) необходимо использовать в качестве двухпредельного амперметра на 1 и 2 А. Начертить схему амперметра и рассчитать сопротивление шунтов.

Задача 9.25. В цепи (рис. 9.15) $R = 100 \text{ Ом}$, $u = 141\sin\omega t \text{ В}$. Определить показания ферродинамических приборов. Вольт-амперную характеристику диода считать идеальной.

Задача 9.26. В цепи проходит ток $i = 2 + 1,5\sin\omega t + 0,7\sin(3\omega t - 30^\circ) \text{ А}$. Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного амперметров, включенных в эту цепь.

Задача 9.27. Форма измеряемого напряжения показана на рис. 9.16. Определить показания магнитоэлектрического и электродинамического вольтметров.

Задача 9.28. Имеются два вольтметра, каждый с верхним пределом измерения 150 В. Сопротивление электромагнитного вольтметра 20 кОм, электродинамического – 5 кОм. Можно ли измерить напряжение 220 В путем последовательного включения этих вольтметров?

Задача 9.29. В симметричной цепи (см. рис. 9.9, а) ваттметры показывают: $\alpha_1 = 40$ делений и $\alpha_2 = 60$ делений. Определить коэффициент мощности цепи и построить векторную диаграмму.

Задача 9.30. В симметричной цепи (см. рис. 9.9, а) показание второго ваттметра равно нулю. Построить векторную диаграмму, определить коэффициент мощности цепи и характер нагрузки.

Задача 9.31. Два однофазных счетчика активной энергии, включенных в трехфазную симметричную цепь для учета расхода энергии, за месяц работы показали: первый – 12 МВт·ч, второй – 16 МВт·ч. Определить активную и реактивную энергию цепи и среднемесячный коэффициент мощности цепи.

Задача 9.32. К однофазной цепи через трансформатор тока 200/5 и трансформатор напряжения 10 000/100 подключены амперметр, вольтметр и ваттметр. Начертить схему измерения и определить ток, напряжение и коэффициент мощности цепи, если приборы показали соответственно 4 А, 105 В и 336 Вт.

Задача 9.33. Номинальная постоянная счетчика $C_{\text{ном}} = 1250 \text{ Вт·с/оборот}$. При мощности цепи 1,27 кВт диск счетчика за 20,1 с сделал 20 оборотов. Определить относительную погрешность счетчика.

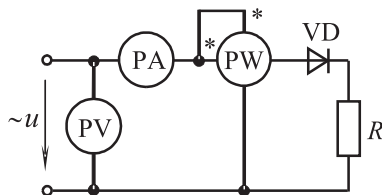


Рис. 9.15

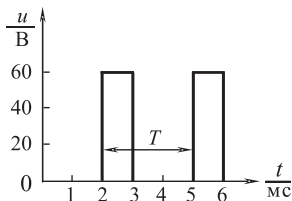


Рис. 9.16

Задача 9.34. Определить условие равновесия мостовой цепи, изображенной на рис. 9.11, при последовательной схеме замещения измеряемого конденсатора.

Задача 9.35. В качестве измерительного прибора термоэлектрического термометра применяется магнитоэлектрический милливольтметр на 100 мВ с внутренним сопротивлением 1 кОм. Каким должно быть сопротивление добавочного резистора, чтобы при разности температур горячего и холодного спаев термобатареи в 50 °С стрелка прибора отклонялась на всю шкалу? Чувствительность термобатареи 10 мВ/°С.

Ответы к контрольным задачам

9.21. -0,4%. **9.22.** $\pm 2,57$ Ом, $\pm 3,2\%$. **9.23.** 125. **9.24.** 0,01 Ом. **9.25.** 100 В, 0,707 А, 50 Вт. **9.26.** 2 А, 2,32 А. **9.27.** 20 В, 34,6 В. **9.28.** Нет. **9.29.** 0,945. **9.30.** 0,5, емкостный. **9.31.** 0,97. **9.32.** 160 А, 10,5 кВ, 0,8. **9.33.** - 2,06%. **9.35.** 4 кОм.

10. АСИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

Задачи с решениями

Задача 10.1. На разрезе асинхронного двигателя с трехфазной обмоткой статора, состоящей из трех одинаковых катушек, смещенных в пространстве относительно друг друга на угол $2\pi / 3$ (рис. 10.1), показать картину результирующего магнитного поля для двух моментов времени: $\omega t_1 = 0$ и $\omega t_2 = \pi/2$ (рис. 10.2). Для упрощения обмотка статора изображена одновитковыми катушками $A - X$, $B - Y$, $C - Z$. Обмотка питается трехфазной системой токов частотой $f_1 = 50$ Гц. Определить число пар полюсов, частоту и направление вращения магнитного поля.

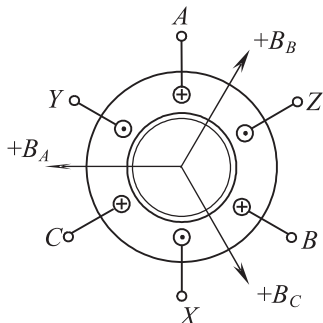


Рис. 10.1

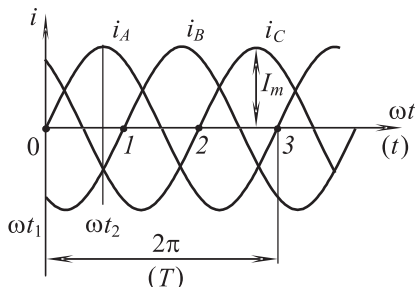


Рис. 10.2

Решение. Докажем, что в неподвижных катушках статора асинхронного двигателя образуется круговое вращающееся магнитное поле. Для его возбуждения выполнены два условия: три одинаковых тока смещены в пространстве и во времени. Второе условие достигается благодаря тому, что катушки подключают к трехфазной системе токов, имеющих сдвиг во времени на $1/3$ периода (рис. 10.2):

$$i_A = I_m \sin \omega t; \quad i_B = I_m \sin(\omega t - 2\pi/3); \quad i_C = I_m \sin(\omega t + 2\pi/3).$$

Условно примем, что ток фазы положителен, если он направлен от начала катушки (A, B, C) к ее концу (X, Y, Z), а отрицателен – от конца к началу (см. рис. 10.1). Ток каждой катушки создает собственное пульсирующее магнитное поле, магнитные индукции которого выражаются уравнениями:

$$B_A = B_m \sin \omega t; \quad B_B = B_m \sin(\omega t - 2\pi/3); \quad B_C = B_m \sin(\omega t + 2\pi/3).$$

Положительное направление векторов индукций магнитного поля каждой катушки определяется по правилу правоходового винта и показано на рис. 10.1.

Сумма векторов магнитных индукций катушек образует результирующее магнитное поле

$$\vec{B}_\Sigma = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C.$$

Построим картины результирующего магнитного поля и векторные диаграммы магнитных индукций для моментов времени $\omega t_1 = 0$ (рис. 10.3, а) и $\omega t_2 = \pi / 2$ (рис. 10.3, б).

В момент времени $\omega t_1 = 0$ ток фазы А равен нулю и индукция магнитного поля $B_A = 0$. Ток фазы В отрицателен, т.е. направлен от конца У к началу В катушки. Индукция поля

$$B_B = B_m \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} B_m.$$

Ток фазы С положителен и направлен от начала С к концу Z катушки, индукция магнитного поля

$$B_C = B_m \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} B_m.$$

Результирующая индукция магнитного поля (рис. 10.3, а)

$$B_\Sigma = 2B_B \cos 30^\circ = 2 \frac{\sqrt{3}}{2} B_m \cos 30^\circ = 1,5 B_m.$$

На рис. 10.3, б изображена картина магнитного поля и векторная диаграмма магнитных индукций для момента времени $\omega t_2 = \pi/2$, где:

$$B_A = B_m; \quad B_B = B_m \sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2} B_m;$$

$$B_C = B_m \sin 210^\circ = -\frac{1}{2} B_m; \quad B_\Sigma = B_m + \frac{1}{2} B_m = 1,5 B_m.$$

Из рис. 10.3 видно, что результирующее магнитное поле, не изменяясь по величине ($B_\Sigma = 1,5 B_m$), вращается по ходу часовой стрелки и за $1/4$ периода синусоидального тока поворачивается в пространстве на угол 90° , за период T совершит полный оборот на 360° , за $1 \text{ с} - 1/T = f_1$ оборотов, а за $1 \text{ мин} - 60f_1$ оборотов.

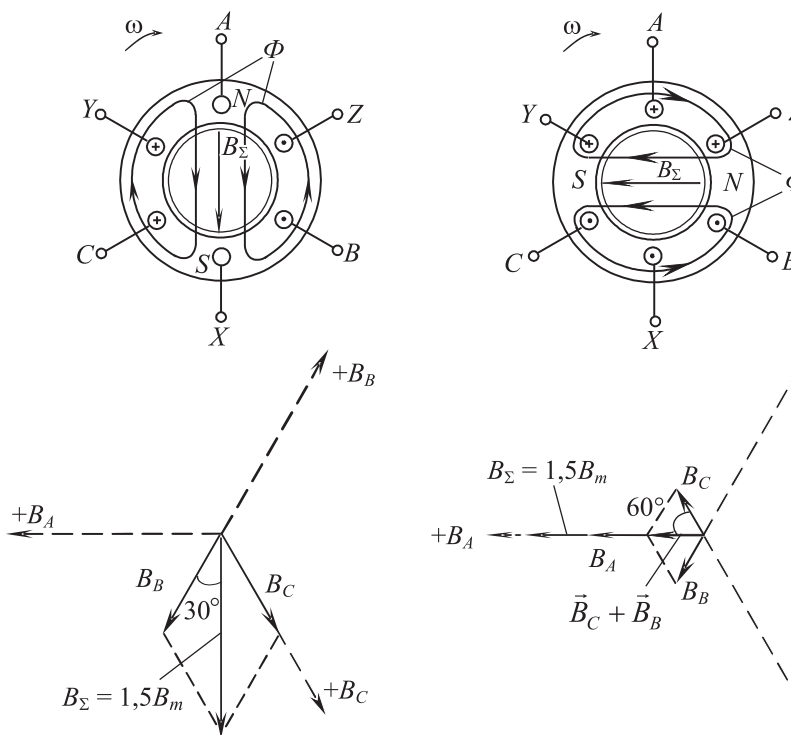


Рис. 10.3

Рассмотренное поле является двухполюсным, т.е. имеет одну пару полюсов ($p = 1$), частота его вращения $n_1 = 60f_1 \text{ мин}^{-1}$.

При промышленной частоте синусоидального тока $f_1 = 50 \text{ Гц}$ частота вращения двухполюсного магнитного поля $n_1 = 3000 \text{ мин}^{-1}$. Она постоянна и называется *синхронной*.

Задача 10.2. Как изменится магнитное поле трех одинаковых катушек, рассмотренных в задаче 10.1, если при включении трехфазной обмотки ошибочно поменять местами начало A и конец X катушки фазы A ?

Решение. В данном случае изменится направление тока в катушке фазы A . Построим векторные диаграммы магнитных индукций трех катушек и результирующей индукции магнитного поля для моментов времени $\omega t_1 = 0$ и $\omega t_2 = \pi/2$. Воспользуемся рис. 10.1 и 10.2.

Для момента времени ωt_1 : $i_A = 0$, $B_A = 0$, $i_B = -\frac{\sqrt{3}}{2}I_m$
 $B_B = -\frac{\sqrt{3}}{2}B_m$, $i_C = \frac{\sqrt{3}}{2}I_m$, $B_C = \frac{\sqrt{3}}{2}B_m$ ($\vec{B} = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C$),
 $B_\Sigma = 2B_B \cos 30^\circ = 1,5B_m$ (рис. 10.4, а).

Для момента времени $\omega t_2 = \frac{\pi}{2}$: $i_A = -I_m$, $B_A = -B_m$, $i_B = i_C = -\frac{1}{2}I_m$,
 $B_B = B_C = -\frac{1}{2}B_m$, $B_\Sigma = B_m - 0,5B_m = 0,5B_m$ (рис. 10.4, б).

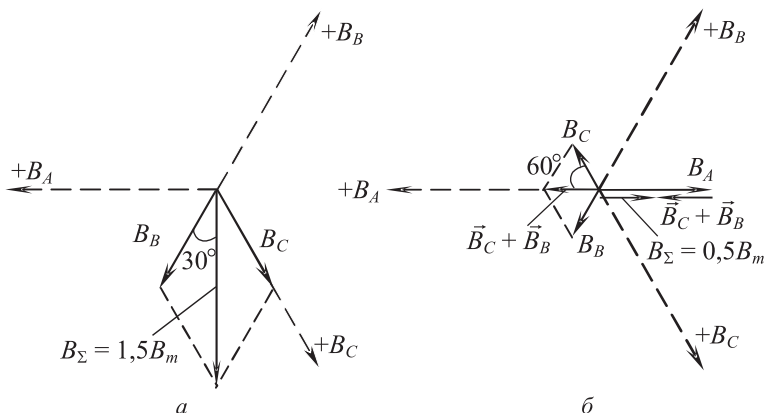


Рис. 10.4

Таким образом, при неправильном включении одной катушки, т.е. при изменении направления тока в катушке, возникает неравномерное (эллиптическое) магнитное поле. В момент времени, когда ток этой катушки равен нулю, индукция поля максимальна и равна $1,5B_m$ (рис. 10.4, а), а при максимальном отрицательном токе — только $0,5B_m$ (рис. 10.4, б). Направление вращения поля при этом изменяется на противоположное по сравнению с тем, каким оно было при правильном включении катушек (см. рис. 10.3).

Задача 10.3. Начертить эскиз торца статора четырехполюсного асинхронного двигателя с лобовыми частями обмотки. Показать изменение картины результирующего магнитного поля статора в течение периода питающего обмотку синусоидального тока. Опре-

делить частоту вращения магнитного поля, если частота питающего обмотку тока $f_1 = 50$ Гц.

Решение. Для возбуждения многополюсного вращающегося магнитного поля увеличивают число катушек в каждой фазе статора в p раз. Для создания четырехполюсного поля ($p = 2$) в каждую фазу статора включают по две последовательно соединенные катушки. Оси катушек смещены на угол $120^\circ/p$. Геометрические размеры катушек уменьшаются в p раз, т.е. будут равны $180^\circ/p$.

Эскиз торца статора четырехполюсного асинхронного двигателя с лобовыми частями обмотки дан на рис. 10.5. На рис. 10.6, $a - z$ изображены картины результирующего поля статора для моментов

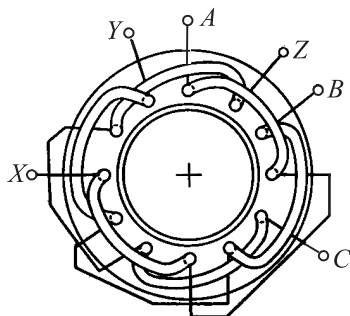


Рис. 10.5

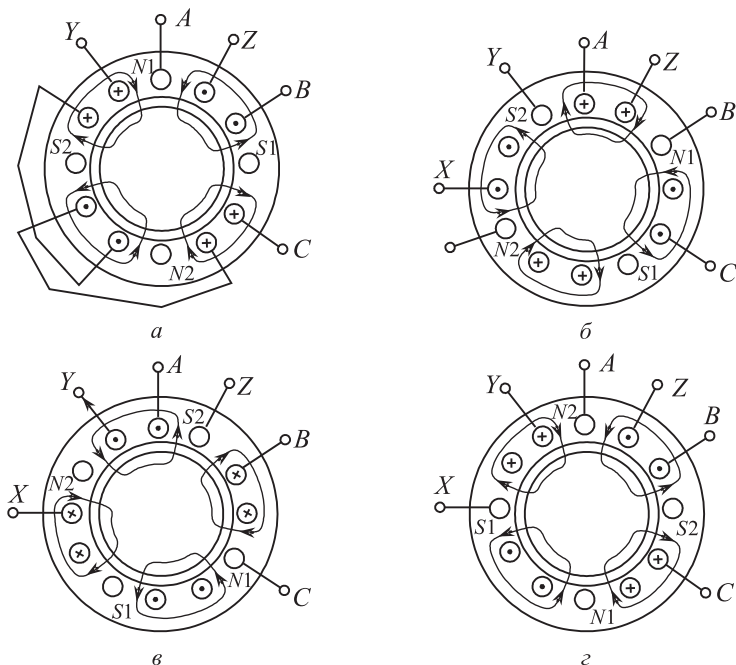


Рис. 10.6

времени, отмеченных точками соответственно 0, 1, 2, 3 на диаграмме, приведенной на рис. 10.2. Точками и крестиками обозначены направления токов для указанных моментов времени.

Из рис. 10.6 следует, что магнитное поле имеет четыре полюса (две пары полюсов, т.е. $p = 2$) и за время одного периода поле поворачивается в пространстве на угол 180° , а в общем случае – на $360^\circ/p$.

В начале периода (точка 0 на рис. 10.2) полюс N1 находился вверху (рис. 10.6, а), а в конце периода (точка 3 на рис. 10.2) он сместился вниз (рис. 10.6, з).

Таким образом, частота вращения четырехполюсного поля вдвое меньше, чем двухполюсного:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{2} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ мин}^{-1}.$$

В общем случае частота вращения многополюсного магнитного поля $n_1 = 60 f_1/p$.

Задача 10.4. Четырехполюсный двигатель при номинальной нагрузке работает со скольжением $s = 0,03$. Найти частоту вращения ротора и частоту тока ротора, если частота напряжения питающей сети $f_1 = 50$ Гц.

Решение. Синхронная частота вращающегося магнитного поля

$$n_1 = 60 f_1/p = 60 \cdot 50/2 = 1500 \text{ мин}^{-1}.$$

Частота вращения ротора

$$n = (1 - s) n_1 = (1 - 0,03) \cdot 1500 = 1455 \text{ мин}^{-1}.$$

Частота тока ротора асинхронного двигателя

$$f_2 = f_1 s = 50 \cdot 0,03 = 1,5 \text{ Гц}.$$

Задача 10.5. Асинхронный двигатель 4А71В2 имеет на один полюс машины магнитный поток $\Phi = 45 \cdot 10^{-3}$ Вб. Число витков обмоток статора $w_1 = 22$, ротора $w_2 = 8$. Обмоточные коэффициенты $k_1 = 0,943$ и $k_2 = 0,965$. Частота тока питающей сети $f_1 = 50$ Гц. Определить ЭДС, индуцируемые в обмотках статора и ротора двигателя, при пуске и при работе с номинальным скольжением $s_{\text{ном}} = 7,7\%$.

Решение. При неподвижном роторе магнитное поле пересекает проводники обмоток статора и ротора с одинаковой частотой,

поэтому $f_1 = f_2$. Тогда ЭДС фазы статора и ротора равны соответственно:

$$E_1 = 4,44 f_1 w_1 k_1 \Phi = 4,44 \cdot 50 \cdot 22 \cdot 0,943 \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 207 \text{ В};$$

$$E_{2\text{н}} = 4,44 f_1 w_2 k_2 \Phi = 4,44 \cdot 50 \cdot 8 \cdot 0,965 \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 77 \text{ В}.$$

В фазе вращающегося ротора ЭДС

$$E_{2\text{ ном}} = E_{2\text{н}} s_{\text{ном}} = 77 \cdot 0,077 = 6 \text{ В}.$$

Задача 10.6. В фазу ротора четырехполюсного асинхронного двигателя с контактными кольцами включен магнитоэлектрический амперметр с двусторонней шкалой. При работе двигателя под нагрузкой стрелка амперметра за время $t = 10$ с сделала 20 полных колебаний. Определить скольжение, частоту вращения ротора и ЭДС между кольцами вращающегося ротора, если ЭДС между кольцами неподвижного ротора $E_{2\text{н}} = 290$ В.

Решение. Частота тока в роторе

$$f_2 = n/t = 20/10 = 2 \text{ Гц}.$$

Частота вращения магнитного поля статора

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ мин}^{-1}.$$

Скольжение

$$s = f_2/f_1 = 2/50 = 0,04.$$

Частота вращения ротора

$$n = n_1(1 - s) = 1500(1 - 0,04) = 1440 \text{ мин}^{-1}.$$

Между кольцами вращающегося ротора ЭДС

$$E_2 = E_{2\text{н}} s = 290 \cdot 0,04 = 11,6 \text{ В}.$$

Задача 10.7. Для двигателя, рассмотренного в задаче 10.6, построить графики зависимостей тока ротора I_2 и косинуса угла сдвига фаз между током I_2 и ЭДС E_2 от скольжения s , если сопротивления фазы ротора $R_2 = 0,32$ Ом, $X_2 = 0,48$ Ом.

Решение. Поскольку обмотка ротора соединяется звездой, то в фазе неподвижного ротора ЭДС

$$E_{2\phi.н} = E_{2н} / \sqrt{3} = 290 / \sqrt{3} \approx 167 \text{ В.}$$

Ток ротора I_2 и косинус угла сдвига фаз между $E_{2\phi}$ и I_2 определяются следующими соотношениями:

$$I_2 = \frac{E_{2\phi}}{\sqrt{(R_2/s)^2 + X_2^2}}; \quad \cos \psi_2 = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (X_2 s)^2}}.$$

Задаваясь значениями скольжения $s = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0$, находим соответствующие значения тока I_2 и $\cos \psi_2$. Результаты расчета сводим в табл. 10.1.

Таблица 10.1

s	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$I_2, \text{ А}$	0	100	179	233,6	267,2	290
$\cos \psi_2$	1	0,955	0,858	0,753	0,64	0,55

Графики зависимостей $I_2(s)$ и $\cos \psi_2(s)$ приведены на рис. 10.7.

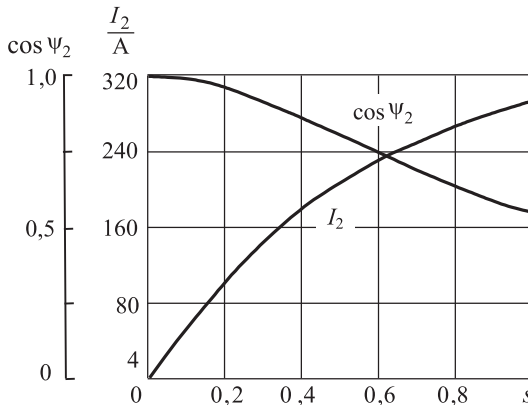


Рис. 10.7

Задача 10.8. Асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором единой серии АИР100L4 имеет следующие номинальные данные: $P_{ном} = 4 \text{ кВт}$, $s_{ном} = 0,0466$, $\eta_{ном} = 85\%$, $\cos \varphi_{ном} = 0,84$. Кратности: пускового тока $I_{п} / I_{ном} = 7$; максимального момента $M_{мах} / M_{ном} = 2,4$; пускового момента $M_{п} / M_{ном} = 2$. Определить частоту вращения ротора, номинальный момент $M_{ном}$, максималь-

ный M_{\max} и пусковой M_{Π} моменты, номинальный и пусковой токи двигателя при соединении обмоток статора звездой и треугольником, если двигатель рассчитан на напряжение 220/380 В и частоту 50 Гц.

Решение. Если двигатель рассчитан на напряжение 220 / 380 В, это означает, что номинальное напряжение фазы обмотки статора равно 220 В. При линейном напряжении сети 380 В обмотки статора должны быть соединены звездой, а при линейном напряжении 220 В – треугольником.

Из обозначения типа двигателя следует, что машина четырех-полюсная, т.е. число пар полюсов $p = 2$. Тогда синхронная частота вращения поля

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ мин}^{-1}.$$

Номинальная частота вращения ротора

$$n_{\text{ном}} = n_1(1 - s_{\text{ном}}) = 1500(1 - 0,0466) = 1430 \text{ мин}^{-1}.$$

Номинальный момент двигателя

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{2\pi n_{\text{ном}}/60} = 9,55 \cdot \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{4000}{1430} = 26,7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Из заданных в условии кратностей моментов находим максимальный и пусковой моменты:

$$M_{\max} = 2,4 M_{\text{ном}} = 2,4 \cdot 26,7 = 64,1 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{\Pi} = 2 \cdot 26,7 = 53,4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Мощность, потребляемая двигателем от сети,

$$P_{1 \text{ ном}} = P_{\text{ном}}/\eta_{\text{ном}} = \frac{4}{0,85} = 4,705 \text{ кВт}.$$

Из выражения $P_{1 \text{ ном}} = \sqrt{3}U_{\text{ном}}I_{\text{ном}}\cos\varphi_{\text{ном}}$ определяем токи двигателя при различных соединениях обмоток статора.

Если обмотки статора соединены звездой, то номинальный ток

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{1 \text{ ном}}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}\cos\varphi_{\text{ном}}} = \frac{4705}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,84} = 8,51 \text{ А},$$

а пусковой ток

$$I_{\Pi} = 7 I_{\text{НОМ}} = 7 \cdot 8,51 = 59,57 \text{ A.}$$

Если обмотки статора соединены треугольником, то номинальный ток

$$I_{\text{НОМ}} = \frac{P_{1\text{НОМ}}}{\sqrt{3} U_{\text{НОМ}} \cos \varphi_{\text{НОМ}}} = \frac{4705}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,84} = 14,7 \text{ A,}$$

а пусковой ток

$$I_{\Pi} = 7 I_{\text{НОМ}} = 7 \cdot 14,7 = 102,9 \text{ A.}$$

Задача 10.9. Для двигателя АИР112МВ6, у которого $P_{\text{НОМ}} = 4$ кВт, $n_{\text{НОМ}} = 950$ мин⁻¹, число пар полюсов $p = 3$, кратность максимального момента $k_{\text{М}} = M_{\text{max}} / M_{\text{НОМ}} = 2,5$, построить зависимость $M(s)$ и механическую характеристику $n(M)$.

Решение. Механические характеристики асинхронных двигателей могут быть построены по каталожным данным с использованием уравнения Клосса

$$M = \frac{2 M_{\text{max}}}{s_{\text{К}}/s + s/s_{\text{К}}},$$

где M_{max} – максимальный (критический) момент двигателя; $s_{\text{К}}$ – критическое скольжение, при котором двигатель развивает максимальный момент.

Синхронная частота вращения

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем номинальное и критическое скольжение:

$$s_{\text{НОМ}} = \frac{n_1 - n_{\text{НОМ}}}{n_1} = \frac{1000 - 950}{1000} = 0,05;$$

$$s_{\text{К}} = s_{\text{НОМ}} (k_{\text{М}} + \sqrt{k_{\text{М}}^2 - 1}) = 0,05(2,5 + \sqrt{2,5^2 - 1}) = 0,24.$$

Номинальный момент двигателя

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \cdot \frac{P_{\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \cdot \frac{4000}{950} = 40,21 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Максимальный момент

$$M_{\max} = k_M M_{\text{ном}} = 2,5 \cdot 40,2 = 100,525 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Задавая значения скольжения s от нуля до единицы, рассчитываем зависимость $M(s)$ по уравнению

$$M = \frac{201,05}{0,24/s + s/0,24}.$$

Для построения механической характеристики $n(M)$ воспользуемся соотношением $n = n_1(1 - s)$.

Результаты расчета сводим в табл. 10.2.

Таблица 10.2

s	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$n, \text{мин}^{-1}$	900	800	700	600	500	400	300	200	100	0
$M, \text{Н} \cdot \text{м}$	71,38	98,9	98,1	88,7	78,4	69,3	61,67	55,3	50	45,6

Характеристики $M(s)$ и $n(M)$ приведены на рис. 10.8.

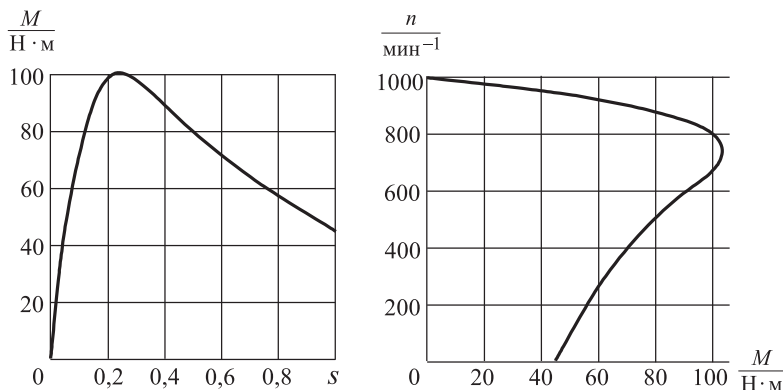


Рис. 10.8

Задача 10.10. Трехфазный асинхронный двигатель с фазным ротором питается от сети напряжением 380 В. Двигатель имеет следующие номинальные данные: $P_{\text{ном}} = 1,7 \text{ кВт}$, $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$, $n_{\text{ном}} = 1430 \text{ мин}^{-1}$, $\eta_{\text{ном}} = 81,5\%$, $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,85$. Кратность пускового тока при пуске без реостата и номинальном напряжении на

зажимах статора $I_{\Pi}/I_{\text{НОМ}} = 7$, коэффициент мощности при пуске $\cos\varphi_{\Pi} = 0,2$. Определить схему соединения обмоток статора, номинальный и пусковой токи электродвигателя, сопротивление короткого замыкания на одну фазу, активное и индуктивное сопротивления фазы обмоток статора и ротора (приведенные), критическое скольжение, считая что $R_1 = R'_2 = R_{\text{к}}/2$ и $X_1 = X'_2 = X_{\text{к}}/2$. Рассчитать номинальный и пусковой моменты при пуске без реостата. Возможен ли при этом запуск двигателя под номинальной нагрузкой?

Решение. Обмотки статора двигателя рассчитаны на напряжение 220 В. Фазное напряжение сети $U_{\text{ф}} = U/\sqrt{3} = 380/\sqrt{3} = 220$ В. Следовательно, обмотки статора должны быть соединены звездой.

Номинальный ток двигателя

$$I_{\text{НОМ}} = \frac{P_{\text{НОМ}}}{\sqrt{3}U\eta_{\text{НОМ}}\cos\varphi_{\text{НОМ}}} = \frac{1700}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,815 \cdot 0,85} = 3,73 \text{ А.}$$

Пусковой ток $I_{\Pi} = 7 \cdot 3,73 = 26,11$ А.

Полное $Z_{\text{к}}$, активное $R_{\text{к}}$ и индуктивное $X_{\text{к}}$ сопротивления короткого замыкания на одну фазу двигателя равны соответственно:

$$Z_{\text{к}} = U_{\text{ф}} / I_{\Pi} = 220 / 26,11 = 8,43 \text{ Ом;}$$

$$R_{\text{к}} = Z_{\text{к}} \cos\varphi_{\Pi} = 8,43 \cdot 0,2 \approx 1,69 \text{ Ом;}$$

$$X_{\text{к}} = \sqrt{Z_{\text{к}}^2 - R_{\text{к}}^2} = \sqrt{8,43^2 - 1,69^2} = 8,24 \text{ Ом.}$$

Находим активное и индуктивное сопротивления фазы обмоток статора и ротора:

$$R_1 = R'_2 = R_{\text{к}}/2 = 1,69/2 \approx 0,85 \text{ Ом;}$$

$$X_1 = X'_2 = X_{\text{к}}/2 = 8,24/2 = 4,12 \text{ Ом.}$$

Критическое скольжение

$$s_{\text{к}} = \frac{R'_2}{X_{\text{к}}} = \frac{0,85}{8,24} = 0,103.$$

Номинальный момент

$$M_{\text{НОМ}} = 9,55 \frac{P_{\text{НОМ}}}{n_{\text{НОМ}}} = 9,55 \frac{1700}{1430} = 11,35 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Максимальный момент

$$M_{\max} = \frac{1}{2} M_{\text{ном}} \left(\frac{s_{\text{ном}}}{s_{\text{к}}} + \frac{s_{\text{к}}}{s_{\text{ном}}} \right) = \frac{1}{2} \cdot 11,35 \left(\frac{0,0466}{0,103} + \frac{0,103}{0,0466} \right) = 15 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\text{где } s_{\text{ном}} = \frac{n_1 - n_{\text{ном}}}{n_1} = \frac{1500 - 1430}{1500} = 0,0466.$$

При пуске $s = 1$. Тогда пусковой момент при запуске двигателя без реостата

$$M_{\Pi} = \frac{2M_{\max}}{\frac{1}{s_{\text{к}}} + \frac{s_{\text{к}}}{1}} = \frac{2 \cdot 15}{\frac{1}{0,103} + \frac{0,103}{1}} = 3,06 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Поскольку $M_{\Pi} < M_{\text{ном}}$, то запуск двигателя под номинальной нагрузкой невозможен без пускового реостата.

Задача 10.11. Для двигателя, описанного в задаче 10.10, определить пусковой момент M'_{Π} , пусковой ток I'_{Π} при включении его на пониженное напряжение, равное $0,8U_{\text{ном}}$. Рассчитать сопротивление пускового реостата, при котором пусковой ток I''_{Π} не превышает $3I_{\text{ном}}$.

Решение. Момент асинхронного двигателя пропорционален квадрату питающего напряжения, поэтому при пониженном напряжении пусковой момент

$$M'_{\Pi} = \left(\frac{0,8U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} \right)^2 M_{\Pi} = 0,64 \cdot 3,06 = 1,96 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Поскольку пусковой ток пропорционален напряжению, то

$$I'_{\Pi} = 0,8 \cdot 26,11 = 20,9 \text{ А}.$$

Полное сопротивление фазы двигателя при пусковом токе I''_{Π}

$$Z_{\Pi} = \frac{U_{\text{ном}}}{I''_{\Pi}} = \frac{220}{3 \cdot 3,73} = 19 \text{ Ом}.$$

Активное сопротивление фазы в этом режиме

$$R_{\text{д}} = \sqrt{Z_{\Pi}^2 - X_{\text{к}}^2} = \sqrt{19^2 - 8,24^2} = 17,1 \text{ Ом}.$$

Сопротивление пускового реостата

$$R'_{\Pi} = R_{\text{д}} - R_{\text{к}} = 17,1 - 1,69 = 15,41 \text{ Ом}.$$

Задача 10.12. Трехфазный асинхронный двигатель, у которого $M_{\text{п}}/M_{\text{ном}} = 1,3$, в нормальном режиме работает при соединении обмоток статора треугольником. Возможен ли пуск этого двигателя при нагрузках на валу, равных 25% и 50% от номинальной, если при пуске соединить его обмотки звездой?

Решение. При переключении обмоток статора с треугольника на звезду пусковой момент уменьшается в 3 раза. Поэтому при нагрузке, равной 25% от номинальной,

$$\frac{1}{3}M_{\text{п}} / \left(\frac{1}{4}M_{\text{ном}} \right) = \frac{4}{3} \cdot 1,3 = 1,73,$$

следовательно, пуск двигателя возможен.

При нагрузке, равной 50% от номинальной,

$$\frac{1}{3}M_{\text{п}} / \left(\frac{1}{2}M_{\text{ном}} \right) = \frac{2}{3} \cdot 1,3 = 0,86$$

и пуск двигателя невозможен.

Задача 10.13. Трехфазный асинхронный двигатель с контактными кольцами имеет следующие номинальные данные: $P_{\text{ном}} = 5,5$ кВт, $U_{\text{ф.ном}} = 220$ В, $\eta_{\text{ном}} = 86,6\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,92$, $I_{2\text{ном}} = 10,32$ А, число пар полюсов $p = 1$. Сопротивления одной фазы обмоток статора и ротора равны: $R_1 = 0,982$ Ом, $X_1 = 1,934$ Ом, $R'_2 = 0,861$ Ом, $X'_2 = 2,836$ Ом, коэффициент трансформации двигателя $k = 0,983$. Определить номинальный ток $I_{1\text{ном}}$, номинальное скольжение $s_{\text{ном}}$, потери в обмотках статора и ротора и электромагнитную мощность и момент двигателя, если двигатель питается от сети напряжением $U = 380$ В.

Решение. Номинальный ток статора

$$I_{1\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}\eta_{\text{ном}}\cos\varphi_{\text{ном}}} = \frac{5,5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,866 \cdot 0,92} \approx 10,5 \text{ А.}$$

Для определения номинального скольжения $s_{\text{ном}}$ построим векторную диаграмму одной фазы статора, разместив вектор тока $I_{\text{ном}}$ по действительной оси комплексной плоскости (рис. 10.9).

Из векторной диаграммы будем иметь[^]

$$\begin{aligned} \underline{E}_{1\text{ном}} &= \underline{E}'_{2\text{ном}} = \underline{U}_{1\text{ном}} - R_1 I_{1\text{ном}} - jX_1 I_{1\text{ном}} = \\ &= 220 e^{j(\arccos 0,92)} - 0,982 \cdot 10,5 - j1,934 \cdot 10,5 = \\ &= 220 e^{j23,1} - 10,30 - j20,3 = 192,1 + j66,01 = 203 e^{j19^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

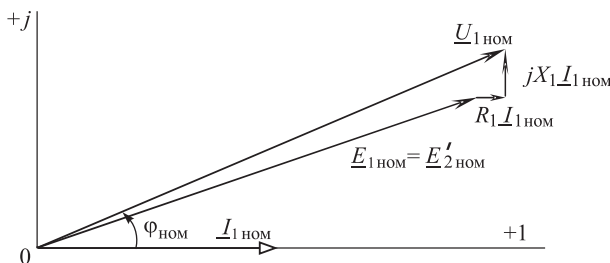


Рис. 10.9

Номинальное скольжение можно найти из выражения

$$I_{2 \text{ ном}} = \frac{E_{2 \text{ ном}}}{\sqrt{(R_2/s_{\text{ном}})^2 + X_2^2}}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} s_{\text{ном}} &= \frac{R_2 I_{2 \text{ ном}}}{\sqrt{E_{2 \text{ ном}}^2 - X_2^2 I_{2 \text{ ном}}^2}} = \frac{\frac{R'_2 I_{2 \text{ ном}}}{k^2}}{\sqrt{\left(\frac{E'_2}{k}\right)^2 - \left(\frac{X'_2}{k^2}\right)^2 I_{2 \text{ ном}}^2}} = \\ &= \frac{0,861}{(0,983)^2} \cdot 10,32 \\ &= \frac{\sqrt{\left(\frac{203}{0,983}\right)^2 - \left(\frac{2,336}{0,983^2}\right)^2} \cdot 10,32^2} = 0,044. \end{aligned}$$

Номинальная частота вращения

$$n_{\text{ном}} = n_1(1 - s_{\text{ном}}) = \frac{60 \cdot 50}{1}(1 - 0,044) = 2862 \text{ мин}^{-1}.$$

Потери мощности в обмотках статора и ротора соответственно

$$\Delta P_{\text{э1}} = 3R_1 I_{1 \text{ ном}}^2 = 3 \cdot 0,982 \cdot 10,5^2 = 324,8 \text{ Вт},$$

$$\Delta P_{\text{э2}} = 3R_2 I_{2 \text{ ном}}^2 = 3 \frac{R'_2}{k^2} I_{2 \text{ ном}}^2 = 3 \cdot \frac{0,861}{(0,983)^2} \cdot 10,32^2 = 285 \text{ Вт}.$$

Электромагнитная мощность

$$P_{\text{эм}} = \frac{\Delta P_{\text{э2}}}{s_{\text{ном}}} = \frac{285}{0,044} = 6,477 \text{ кВт}.$$

Электромагнитный момент

$$M_{\text{эм}} = \frac{P_{\text{эм}}}{2\pi n_1/60} = \frac{60P_{\text{эм}}}{2\pi n_1} = \frac{60 \cdot 6477}{2 \cdot 3,14 \cdot 3000} = 20,63 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Задача 10.14. Асинхронный двигатель с контактными кольцами при включенном в цепь ротора регулировочном реостате имеет частоту вращения ротора $n = 450 \text{ мин}^{-1}$, потребляя при этом от сети мощность $P_1 = 20 \text{ кВт}$. Определить электромагнитную мощность $P_{\text{эм}}$ и мощность на валу P_2 , потери в цепи ротора ΔP_2 , КПД и момент, развиваемый двигателем, если потери в обмотке и сердечнике статора $\Delta P_1 = 2 \text{ кВт}$. Синхронная частота вращения магнитного поля статора $n_1 = 750 \text{ мин}^{-1}$. Потерями в сердечнике ротора и механическими потерями пренебречь.

Решение. Электромагнитная мощность двигателя

$$P_{\text{эм}} = P_1 - \Delta P_1 = 20 - 2 = 18 \text{ кВт}.$$

Мощность, развиваемая двигателем на валу,

$$P_2 = P_{\text{эм}}(1 - s) = 18(1 - 0,4) = 10,8 \text{ кВт},$$

где $s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{750 - 450}{750} = 0,4$.

Потери в цепи ротора, т.е. электрические потери в обмотке ротора и регулировочном реостате,

$$\Delta P_2 = P_{\text{эм}} - P_2 = 18 - 10,8 = 7,2 \text{ кВт}$$

или

$$\Delta P_2 = P_{\text{эм}}s = 18 \cdot 0,4 = 7,2 \text{ кВт}.$$

В заданном режиме КПД двигателя

$$\eta = P_2/P_1 = 10\,800/20\,000 = 0,54.$$

Так как магнитными потерями в роторе и механическими потерями пренебрегаем, то электромагнитный момент

$$M_{\text{эм}} = 9,55 \cdot \frac{P_{\text{эм}}}{n_1} = 9,55 \cdot \frac{18\,000}{750} = 229,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

равен моменту, развиваемому двигателем:

$$M = 9,55 \cdot \frac{P_2}{n} = 9,55 \cdot \frac{10 \cdot 800}{450} = 229,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Задача 10.15. Для асинхронного двигателя, схема замещения которого приведена на рис. 10.10, построить рабочие характеристики, т.е. зависимости η и $\cos\phi$ в функции от коэффициента загрузки $\beta = P/P_{\text{ном}}$, если известны следующие данные: $P_{\text{ном}} = 1,1 \text{ кВт}$, $U_{1\phi} = 220 \text{ В}$, $I_{1\text{ном}} = 2,53 \text{ А}$, ток холостого хода $I_x = 1,313 \text{ А}$, $\eta_{\text{ном}} = 77,85\%$, $\cos\phi_{\text{ном}} = 0,844$, $s_{\text{ном}} = 0,0558$, $R_1 = 8,92 \text{ Ом}$, $X_1 = 6,6 \text{ Ом}$, $R'_2 = 5,13 \text{ Ом}$, $X'_2 = 9,87 \text{ Ом}$, $R_x = 20,5 \text{ Ом}$, $X_x = 84 \text{ Ом}$.

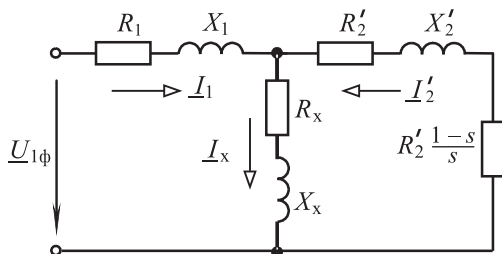


Рис. 10.10

Решение. Мощность, потребляемая двигателем от сети при номинальной нагрузке,

$$P_{1\text{ ном}} = P_{\text{ном}}/\eta_{\text{ном}} = 1,1/0,7785 = 1,413 \text{ кВт}.$$

Суммарные потери в двигателе

$$\Sigma \Delta P_{\text{ном}} = P_{1\text{ ном}} - P_{\text{ном}} = 1413 - 1100 = 313 \text{ Вт}.$$

Исходя из энергетической диаграммы асинхронного двигателя и считая, что $I_1^2 \approx I_x^2 + (I'_2)^2$, суммарные потери в двигателе можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta P &= \Delta P_{\text{эл}} + \Delta P_{\text{м}} + \Delta P_{\text{эл2}} + \Delta P_{\text{мех}} = 3I_1^2 R_1 + 3I_x^2 R_x + 3(I'_2)^2 R'_2 + \Delta P_{\text{мех}} = \\ &= 3(I'_2)^2 (R_1 + R'_2) + 3I_x^2 (R_1 + R_x) + \Delta P_{\text{мех}} = \Delta P_{\text{с}} + \Delta P_{\text{л}}, \end{aligned}$$

где $\Delta P_c = 3I_x^2(R_1 + R_x) + \Delta P_{\text{мех}}$ – постоянные потери; $P_{\sim} = 3(I_2')^2 \times (R_1 + R_2')$ – переменные потери, зависящие от тока нагрузки I_2' .

Переменные потери в номинальном режиме

$$\begin{aligned}\Delta P_{\sim \text{ном}} &= 3(I_{2' \text{ ном}}')^2(R_1 + R_2') = 3(I_{1 \text{ ном}}^2 - I_x^2)(R_1 + R_2') = \\ &= 3(2,53^2 - 1,313^2)(8,92 + 5,13) = 197,3 \text{ Вт.}\end{aligned}$$

Постоянные потери

$$\Delta P_c = \Sigma \Delta P_{\text{ном}} - \Delta P_{\sim \text{ном}} = 313 - 197,3 = 105,7 \text{ Вт.}$$

Находим КПД двигателя:

$$\eta = \frac{P}{P + \Sigma \Delta P} = \frac{P}{P + \Delta P_c + \Delta P_{\sim}} = \frac{\beta P_{\text{ном}}}{\beta P_{\text{ном}} + \Delta P_c + \beta^2 \Delta P_{\sim \text{ном}}}.$$

Задавая значениями коэффициента загрузки β , определяем соответствующие значения КПД. Результаты расчета сводим в табл. 10.3.

Таблица 10.3

β	$\beta P_{\text{ном}}$	ΔP_c	$\beta^2 \Delta P_{\sim \text{ном}}$	$\beta P_{\text{ном}} + \Delta P_c + \beta^2 \Delta P_{\sim \text{ном}}$	η
0,2	220	115,7	7,89	343,59	0,64
0,4	440	115,7	31,57	587,27	0,75
0,6	660	115,7	71,03	846,73	0,78
0,8	880	115,7	126,3	1122	0,784
1,0	1100	115,7	197,3	1413	0,7785

Кривая $\eta(\beta)$ приведена на рис. 10.11.

Исходя из схемы замещения двигателя (рис. 10.10), находим потребляемую им реактивную мощность:

$$\begin{aligned}Q &= 3I_1^2 X_1 + 3I_x^2 X_x + 3(I_2')^2 X_2' = \\ &= 3I_x^2 (X_1 + X_x) + 3(I_2')^2 (X_1 + X_2') = Q_c + Q_{\sim},\end{aligned}$$

где $Q_c = 3I_x^2 (X_1 + X_x)$ – часть потребляемой реактивной мощности, не зависящая от тока нагрузки: $Q_c = 3I_x^2 (X_1 + X_x) = 3 \cdot 1,313^2 (6,6 + 84) = 468,6 \text{ вар}$; $Q_{\sim} = 3(I_2')^2 (X_1 + X_2')$ – переменная

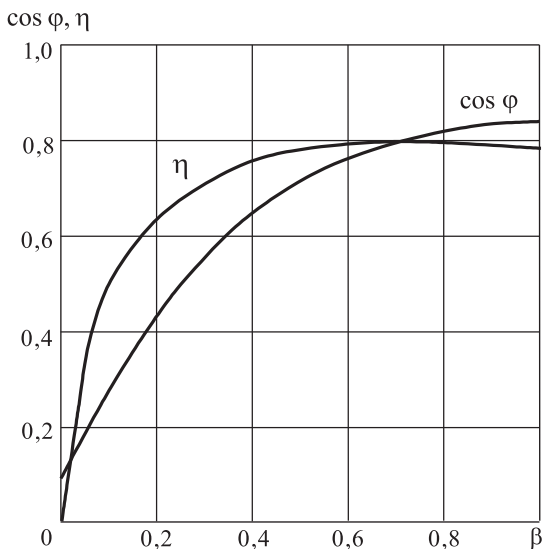


Рис. 10.11

составляющая реактивной мощности, зависящая от тока нагрузки и прямо пропорциональная квадрату коэффициента загрузки β .

Переменная составляющая реактивной мощности в номинальном режиме

$$\begin{aligned}
 Q_{\sim \text{ном}} &= 3(I'_{2 \text{ ном}})^2 (X_1 + X'_2) = 3(I_{1 \text{ ном}}^2 - I_x^2)(X_1 + X'_2) = \\
 &= 3(2,53^2 - 1,313^2)(6,6 + 9,87) = 231,2 \text{ вар.}
 \end{aligned}$$

Коэффициент мощности двигателя

$$\begin{aligned}
 \cos \varphi &= \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{\beta P_{\text{ном}}}{\sqrt{(\beta P_{\text{ном}})^2 + (Q_c + \beta^2 Q_{\sim \text{ном}})^2}} = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{Q_c + \beta^2 Q_{\sim \text{ном}}}{\beta P_{\text{ном}}} \right)^2}}.
 \end{aligned}$$

Задавая значения β , находим соответствующие им значения $\cos \varphi$. Результаты расчета сведены в табл. 10.4.

Таблица 10.4

β	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Q_c , вар	468,6	468,6	468,6	468,6	468,6
$\beta^2 Q_{\sim \text{НОМ}}$, вар	9,25	37	83,2	148	231,2
$Q_c + \beta^2 Q_{\sim \text{НОМ}}$, вар	477,85	505,6	551,8	616,6	699,8
$\beta P_{\text{НОМ}}$, Вт	220	440	660	880	1100
$\frac{Q_c + \beta^2 Q_{\sim \text{НОМ}}}{\beta P_{\text{НОМ}}}$	2,17	1,15	0,84	0,7	0,636
$\sqrt{1 + \left(\frac{Q_c + \beta^2 Q_{\sim \text{НОМ}}}{\beta P_{\text{НОМ}}} \right)^2}$	2,39	1,52	1,3	1,22	1,18
$\cos \varphi$	0,42	0,66	0,77	0,82	0,844

Зависимость $\cos \varphi(\beta)$ приведена на рис. 10.11.

Задача 10.16. Трехфазный асинхронный двигатель АИР160М2, имеющий паспортные данные: $P_{\text{НОМ}} = 18,5$ кВт, $n_{\text{НОМ}} = 2920$ мин⁻¹, $\eta_{\text{НОМ}} = 91,0$ %, $\cos \varphi_{\text{НОМ}} = 0,89$, $k_{\text{п}} = M_{\text{п}} / M_{\text{НОМ}} = 2,2$, $k_{\text{м}} = M_{\text{макс}} / M_{\text{НОМ}} = 3,0$ снабжен преобразователем частоты. Считая момент сопротивления нагрузки не зависящим от частоты вращения и равным $0,5M_{\text{НОМ}}$, найти частоту вращения ротора и частоту тока в нем при частоте f_1 тока в обмотке статора, равной 30 Гц и 10 Гц. Принять, что магнитный поток остается неизменным и равным $\Phi_{\text{НОМ}}$.

Решение. При $f_1 = 50$ Гц разность частот вращения ротора в диапазоне изменения нагрузки от $M = 0$ до $M = M_{\text{НОМ}}$

$$\Delta n_{\text{НОМ}} = n_1 - n_{\text{НОМ}} = 3000 - 2920 = 80 \text{ мин}^{-1}.$$

Полагая механическую характеристику $n(M)$ линейной в этом диапазоне изменения электромагнитного момента двигателя, имеем, что при $M = 0,5M_{\text{НОМ}}$

$$\Delta n_{0,5M_{\text{НОМ}}} = 0,5 \Delta n_{\text{НОМ}} = 0,5 \cdot 80 = 40 \text{ мин}^{-1}.$$

Учитывая, что линейные участки характеристик $n(M)$ при частотном регулировании параллельны (рис. 10.12), заключаем, что $\Delta n_{0,5M_{\text{НОМ}}} = 40 \text{ мин}^{-1} = \text{const}$ при любой частоте f_1 .

Для заданных значений частоты f_1 получим:

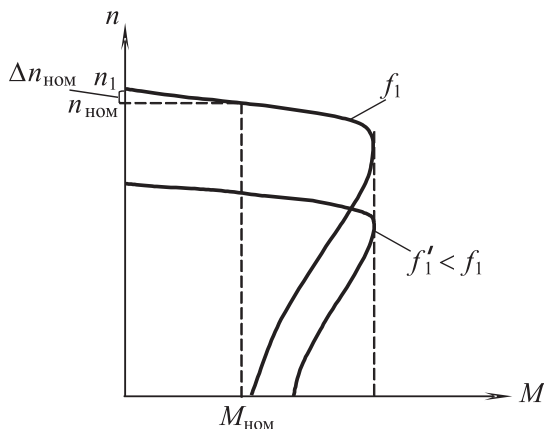


Рис. 10.12

при частоте $f'_1 = 30$ Гц:

$$n_1 = \frac{60 \cdot 30}{1} = 1800 \text{ мин}^{-1};$$

$$n = n_1 - \Delta n_{0,5M_{\text{ном}}} = 1800 - 40 = 1760 \text{ мин}^{-1};$$

$$f'_2 = f'_1 s = 30 \cdot \frac{1800 - 1760}{1800} = 0,666 \text{ Гц};$$

при частоте $f'_1 = 10$ Гц:

$$n_1 = 600 \text{ мин}^{-1}; \quad n = 600 - 40 = 560 \text{ мин}^{-1};$$

$$f'_2 = 10 \frac{600 - 560}{600} = 0,666 \text{ Гц}.$$

Задача 10.17. Асинхронный двигатель АИР100S2, имеющий номинальную частоту вращения $n_{\text{ном}} = 2850 \text{ мин}^{-1}$ при $f_1 = 50$ Гц работает на нагрузку вентиляторного типа ($M \equiv n^2$), которая при номинальной частоте вращения двигателя создает момент сопротивления, равный его номинальному моменту. Какими будут частота вращения ротора и частота тока в его обмотке при снижении частоты питающей сети до $f'_1 = 30$ Гц. Магнитный поток при этом остается неизменным и равным номинальному.

Решение. В номинальном режиме работы при $f_1 = 50$ Гц частота тока в обмотке ротора $f_{2\text{ном}} = f_{1s\text{ном}} = 50 \frac{3000 - 2850}{3000} = 2,5$ Гц, а изменение частоты вращения ротора в диапазоне изменения момента сопротивления от $M = 0$ до $M = M_{\text{ном}}$ $\Delta n_{\text{ном}} = n_1 - n_{\text{ном}} = 3000 - 2850 = 150 \text{ мин}^{-1}$.

При уменьшении частоты тока в обмотке статора до значения $f'_1 = 30$ Гц частота вращения поля $n'_1 = \frac{60 f'_1}{1} = \frac{60 \cdot 30}{1} = 1800 \text{ мин}^{-1}$. Следствием этого будут уменьшение частоты вращения двигателя и момента сопротивления, оказываемого нагрузкой вентиляторного типа. Последний можно найти как

$$M' = M_{\text{ном}} \left(\frac{n'_1}{n_1} \right)^2 \approx M_{\text{ном}} \left(\frac{f'_1}{f_1} \right)^2 = M_{\text{ном}} \left(\frac{30}{50} \right)^2 = 0,36 M_{\text{ном}}.$$

Если допустить, что при частотном регулировании зависимости $n(M)$ в диапазоне $0 \leq M \leq M_{\text{ном}}$ являются линейными и имеют одинаковый наклон к оси абсцисс (оси моментов M), то при частоте $f'_1 = 30$ Гц получим:

$$\Delta n' = 0,36 \Delta n_{\text{ном}} = 0,36 \cdot 150 = 54 \text{ мин}^{-1}.$$

Следовательно, $n' = n'_1 - \Delta n' = 1800 - 54 = 1746 \text{ мин}^{-1}$, а частота тока в обмотке ротора

$$f'_2 = f'_1 s' = f'_1 \frac{n'_1 - n'}{n'} = 30 \frac{1800 - 1746}{1800} = 0,9 \text{ Гц}.$$

Очевидно, что эту частоту можно рассчитать и следующим образом:

$$f'_2 = f_{2\text{ном}} M^* = f_{2\text{ном}} \frac{M'}{M_{\text{ном}}} = 2,5 \frac{0,36 M_{\text{ном}}}{M_{\text{ном}}} = 0,9 \text{ Гц}.$$

Задача 10.18. Для трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором паспортные данные которого: $P_{\text{ном}} = 10$ кВт, $n_{\text{ном}} = 960 \text{ мин}^{-1}$, $R_1 = 0,34$ Ом, $R_2 = 0,085$ Ом, $I_{2\text{ном}} = 36$ А, найти значения сопротивления и мощность трехфазного регулировочного реостата для снижения частоты вращения двигателя до $n = 800 \text{ мин}^{-1}$ при неизменном моменте на валу, равном номинальному. Механическими потерями пренебречь.

Решение. Если пренебречь механическими потерями, то можно утверждать, что при постоянном моменте на валу электромагнитная мощность двигателя при регулировании частоты вращения остается неизменной. Это позволяет для определения сопротивления R_p регулировочного реостата воспользоваться соотношением

$$(R_2 + R_p)/s = R_2/s_{\text{ном}}, \quad (1)$$

где R_2 – активное сопротивление фазы обмотки ротора; R_p – сопротивление фазы регулировочного реостата; $s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1000 - 800}{1000} = 0,2$ – скольжение, соответствующее сниженной частоте вращения; $s_{\text{ном}} = \frac{n_1 - n_{\text{ном}}}{n_1} = \frac{1000 - 960}{1000} = 0,04$ – скольжение в номинальном режиме.

Из выражения (1) имеем:

$$R_p = R_2 \left(\frac{s}{s_{\text{ном}}} - 1 \right) = 0,085 \left(\frac{0,2}{0,04} - 1 \right) = 0,085(5 - 1) = 0,34 \text{ Ом.}$$

Мощность регулировочного реостата

$$P_p = 3I_{2\text{ном}}^2 R_p = 3 \cdot 36^2 \cdot 0,34 = 1322 \text{ Вт.}$$

Задача 10.19. Суммарная активная мощность, потребляемая заводом, равна 750 кВт. При этом коэффициент мощности его равен 0,85. Кроме того, на заводе установлен компрессор мощностью 125 кВт, для привода которого используется синхронный двигатель с $P_{\text{ном}} = 125 \text{ кВт}$, $\cos = 0,9$ (опережающий) и $\eta_{\text{ном}} = 89,5\%$. До какого значения повысится коэффициент мощности предприятия, если синхронный двигатель будет работать с номинальной мощностью?

Решение. До установки синхронного двигателя реактивная мощность завода

$$Q = P \tan \varphi = 750 \cdot 0,602 = 451,5 \text{ квар.}$$

Активная мощность, потребляемая синхронным двигателем (СД) из сети,

$$P_{\text{СД}} = P_{\text{ном}} / \eta_{\text{ном}} = 125 / 0,895 = 140 \text{ кВт.}$$

Реактивная мощность синхронного двигателя

$$Q_{\text{СД}} = P_{\text{СД}} \operatorname{tg} \varphi_{\text{СД}} = 140 \cdot 0,488 = -68,3 \text{ квар.}$$

Потребляемая заводом активная мощность с учетом синхронного двигателя

$$P_3 = P + P_{\text{СД}} = 750 + 140 = 890 \text{ кВт.}$$

Реактивная мощность, потребляемая заводом с учетом реактивной мощности синхронного двигателя,

$$Q_3 = Q + Q_{\text{СД}} = 451,5 - 68,3 = 383,2 \text{ вар.}$$

Коэффициент мощности завода с учетом работы синхронного двигателя в составе нагрузки

$$\cos \varphi_2 = \frac{P_3}{\sqrt{P_3^2 + Q_3^2}} = \frac{890}{\sqrt{890^2 + 383,2^2}} = 0,92.$$

Контрольные задачи

Задача 10.20. Какова частота вращения ротора шестиполусного асинхронного электродвигателя, если он присоединен к сети частотой $f_1 = 50$ Гц и имеет скольжение ротора $s = 0,04$?

Задача 10.21. Частота вращающегося ротора асинхронного электродвигателя с контактными кольцами $n = 2850 \text{ мин}^{-1}$. Активное сопротивление обмотки ротора $R_2 = 0,03$ Ом. Частота тока питающей сети $f_1 = 50$ Гц. Определить добавочное сопротивление $R_{\text{д}}$, которое необходимо включить в цепь ротора, чтобы при неизменном электромагнитном моменте частота вращения ротора стала равной $n' = 2100 \text{ мин}^{-1}$.

Задача 10.22. Асинхронный четырехполусный двигатель с короткозамкнутым ротором имеет номинальное скольжение $s_{\text{ном}} = 0,03$ и магнитный поток $\Phi = 0,0275$ Вб. Определить ЭДС и частоту тока в роторе в момент пуска двигателя, если при номинальной нагрузке $E_{2 \text{ ном}} = 1,83$ В, $f_1 = 50$ Гц.

Задача 10.23. Найти значение и фазу номинального тока ротора асинхронного двигателя с контактными кольцами, если известно, что $E_{2 \text{ ном}} = 112$ В, $R_2 = 0,08$ Ом, $X_2 = 2,4$ Ом и $s_{\text{ном}} = 0,025$.

Задача 10.24. Для двигателя, параметры которого даны в условии задачи 10.13, найти ток и пусковой момент при пуске его без

добавочного сопротивления в случае снижения напряжения сети на 10%. При решении задачи воспользоваться упрощенной схемой замещения одной фазы двигателя.

Задача 10.25. Для асинхронного двигателя АИР112М2 найти номинальный вращающий момент и пусковой ток двигателя при соединении обмоток двигателя треугольником.

Задача 10.26. Обмотки статора асинхронного двигателя при работе в номинальном режиме соединены треугольником. При пуске двигателя обмотки статора переключаются в звезду. Возможен ли пуск двигателя в ход при нагрузке, равной 50% от номинальной, если кратность пускового момента при номинальном фазном напряжении равна 1,4?

Задача 10.27. Найти электромагнитную мощность двигателя АИР132М4 в номинальном режиме, если потери мощности в стали при этом считать равными $\Delta P_c = 0,05 P_{\text{ном}}$, а потери мощности в обмотках статора $\Delta P_{\text{эл}} = 0,035 P_{\text{ном}}$.

Ответы к контрольным задачам

10.20. 960 мин^{-1} . **10.21.** $0,15 \text{ Ом}$. **10.22.** $E_{2\text{н}} = 61 \text{ В}$; $E_2 = 1,83 \text{ В}$, частота тока в роторе при пуске $f_2 = f_1 = 50 \text{ Гц}$. **10.23.** 28 А , $36^\circ 50'$. **10.24.** $12,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $39,6 \text{ А}$. **10.25.** $47,16 \text{ Н} \cdot \text{м}$, 116 А . **10.26.** Нет. **10.27.** $11,64 \text{ кВт}$.

11. СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

Задачи с решениями

Задача 11.1. Построить диаграммы распределения магнитных индукций поля ротора, поля токов статора и результирующего поля двухполюсного синхронного генератора для двух режимов: 1) ЭДС фазы статора E_0 и ток статора I совпадают по фазе; 2) ток I отстает от E_0 на угол ψ . Выяснить по диаграмме природу электромагнитного момента $M_{эм}$ и влияние на него угла рассогласования θ между магнитными осями полюсов ротора и результирующего поля синхронного генератора. Определить возможность регулирования активной мощности, отдаваемой генератором в сеть.

Решение. Основное магнитное поле синхронного генератора создается постоянным током I_B в обмотке возбуждения ротора. Распределение магнитной индукции $B_0(x)$ в воздушном зазоре машины синусоидально благодаря форме полюсов ротора или распределению обмотки возбуждения по пазам ротора. Поэтому магнитное поле ротора можно рассматривать как волну магнитной индукции, бегущую по зазору (рис. 11.1, а). При вращении ротора турбиной это поле индуцирует синусоидальные ЭДС e_0 в проводниках статора. Направление ЭДС e_0 определяется по правилу правой руки и указано точками и крестиками (рис. 11.1, б). Максимальная ЭДС E_{0m} наводится в проводниках, где в данный момент магнитная индукция B_{0m} максимальна.

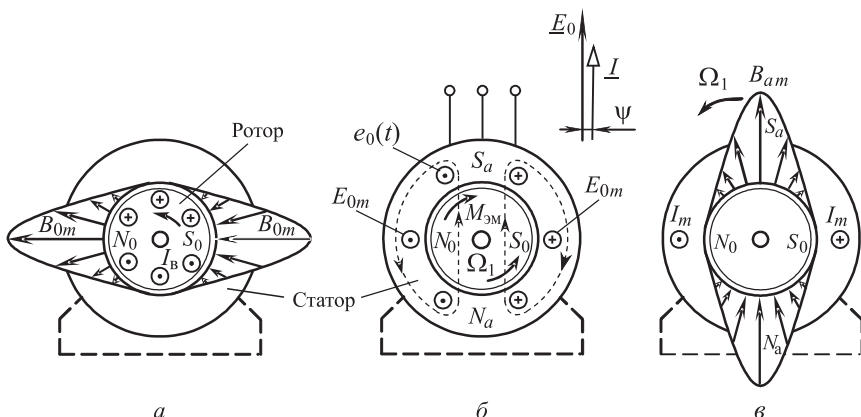


Рис. 11.1

Если к обмотке статора подключен приемник и ток статора I совпадает по фазе с E_0 , то картина магнитного поля токов статора представлена двумя замкнутыми магнитными линиями, его полюсы N_a, S_a определены по правилу правоходового винта (рис. 11.1, б). Токи статора создают вращающееся магнитное поле, распределение магнитной индукции которого $B_a(x)$ вдоль зазора по окружности статора синусоидально (рис. 11.1, в). Это поле вращается синхронно с полем ротора (относительно друг друга они неподвижны).

Как видно из рис. 11.1, б, возникает взаимодействие полюсов $N_0 - S_a$ и $S_0 - N_a$, создающее электромагнитный момент, противодействующий вращению. Для поддержания вращения ротора с прежней скоростью необходимо затрачивать механическую энергию турбины.

При наложении магнитных полей ротора и статора образуется результирующее магнитное поле. Сложение двух магнитных полей с синусоидальным распределением магнитных индукций можно выполнить сложением векторов B_{0m} и B_{am} , если допустить, что магнитная цепь не насыщена. Определение вектора результирующего магнитного поля $B_{m \text{ рез}}$ (рис. 11.2, а) и диаграмма распределения магнитной индукции (рис. 11.2, б) даны для случая, когда ЭДС E_0 и ток статора I совпадают по фазе.

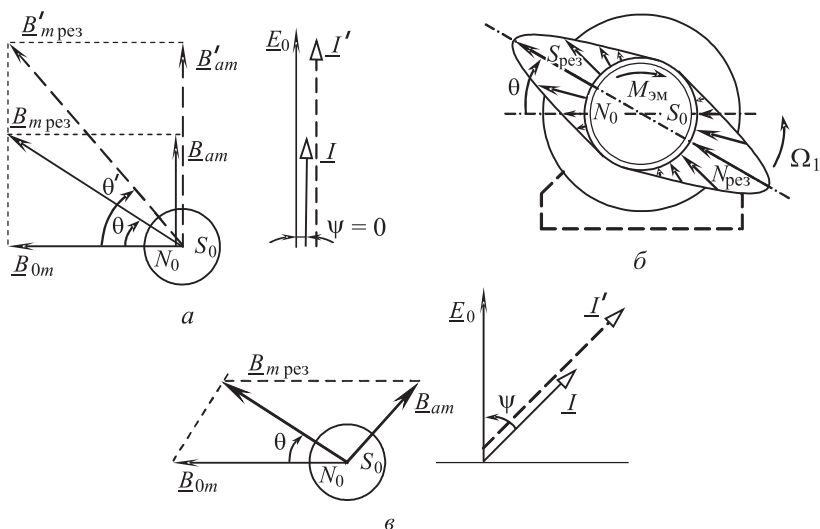


Рис. 11.2

Если ток статора I отстает от ЭДС E_0 на некоторый угол ψ , то проводники статора с максимальным током I_m будут на рис. 11.1, б смещены относительно полюсов ротора $N_0 - S_0$ на тот же угол ψ противоположно вращению.

Построение вектора $B_{m \text{ рез}}$ дано на рис. 11.2, в.

В обоих случаях амплитуда результирующей магнитной индукции (магнитная ось результирующего поля) смещается относительно магнитной оси поля ротора на угол θ в сторону отставания тем больше, чем больше активная нагрузка ($I' > I$, угол $\theta' > \theta$ на рис. 11.2, а).

Угол θ между магнитными осями полюсов ротора и результирующего поля машины называют *углом рассогласования (полюсов)*.

В генераторе полюсы ротора являются ведущими, «тянущими» за собой полюсы результирующего поля. Возникающий при взаимодействии полюсов электромагнитный момент

$$M = \frac{3}{\Omega_1} \frac{E_0 U}{X} \sin \theta = M_{\max} \sin \theta,$$

противодействующий вращению, уравнивается вращающим моментом турбины. Чем больше момент турбины, тем больше активная мощность $P \approx P_{\text{эм}} = \Omega_1 M$, отдаваемая генератором в сеть (она максимальна при $\theta = 90^\circ$).

Таким образом, активная мощность генератора на электростанции не определяется сопротивлением приемников в сети, а задается регулированием механической мощности турбины (впуском пара или воды в турбину).

Задача 11.2. Трехфазный синхронный генератор, обмотка которого соединена звездой, включается на параллельную работу с сетью напряжением $U = 220$ В. При включении соблюдены необходимые условия: ЭДС генератора E_0 равна по величине и по фазе напряжению U сети. Синхронное реактивное сопротивление $X = 0,5$ Ом, активным сопротивлением из-за малости можно пренебречь. Построить векторные диаграммы и определить ток статора, активную и реактивную мощности генератора для следующих режимов: 1) ЭДС фазы статора равна фазному напряжению сети ($\underline{E}_0 = \underline{U}$); 2) после включения генератора на параллельную работу увеличивают ток возбуждения ротора $I_{\text{в}}$, и ЭДС E'_0 возрастает до 230 В (режим перевозбуждения); 3) уменьшают $I_{\text{в}}$, и ЭДС E''_0 снижается до 210 В (режим недовозбуждения); 4) при $\underline{E}_0 = \underline{U}$ к ротору приложен дополнительный вращающий момент, и ротор полу-

чает временное ускорение, в результате чего вектор \underline{E}_0 опережает \underline{U} на угол $\theta = 20^\circ$.

Решение. По второму закону Кирхгофа напряжение фазы статора $\underline{U} = \underline{E}_0 - jX\underline{I}$, откуда ток статора

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_0 - \underline{U}}{jX} = \frac{\Delta \underline{U}}{jX}.$$

Векторная диаграмма для первого режима приведена на рис. 11.3, а, где $\Delta \underline{U} = \underline{E}_0 - \underline{U} = 0$, значит, $I = 0$, $P = 0$, $Q = 0$, т.е. генератор работает вхолостую.

Векторная диаграмма для второго режима дана на рис. 11.3, б.

С ростом тока возбуждения возрастает E'_0 . Модуль $\Delta U = E'_0 - U = 230 - 220 = 10$ В, а ток $I' = \frac{\Delta U}{X} = \frac{10}{0,5} = 20$ А.

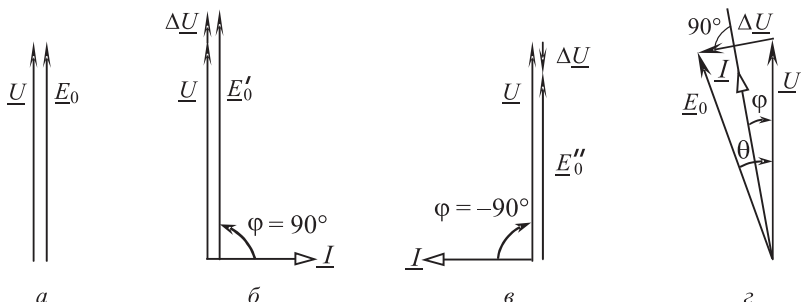


Рис. 11.3

Вектор \underline{I} отстает по фазе от $\Delta \underline{U}$ на 90° , так как цепь содержит лишь реактивное сопротивление \bar{X} . По отношению к напряжению U сети ток I является отстающим ($\varphi = 90^\circ$), и машина вырабатывает индуктивную реактивную мощность $Q = 3UI \sin \varphi = 13,2$ квар, а активная мощность $P = 3UI \cos \varphi = 0$.

Для третьего режима векторная диаграмма дана на рис. 11.3, в. Здесь модуль $\Delta U = U - E''_0 = 10$ В, $I'' = 10/0,5 = 20$ А, но вектор тока, отставая на 90° от $\Delta \underline{U}$, опережает на 90° напряжение сети ($\varphi = -90^\circ$). Значит, $Q = 3UI \sin \varphi = -13,2$ квар, т.е. в режиме недо-возбуждения ($I''_B < I_B$) синхронный генератор вырабатывает емкостную мощность. Активная мощность $P = 3UI \cos \varphi = 0$.

Рассмотрим четвертый режим. После включения генератора в сеть при $\underline{U} = \underline{E}_0$ увеличивается вращающий момент первичного двигателя (турбины). В результате поле ротора обгоняет результирующее поле машины на угол $\theta = 20^\circ$, т.е. вектор \underline{E}_0 опережает \underline{U} на $\theta = 20^\circ$. Векторная диаграмма для этого режима дана на рис. 11.3, з. Вектор $\Delta \underline{U} = \underline{E}_0 - \underline{U}$ направлен к уменьшаемому, а ток \underline{I} отстает по фазе от $\Delta \underline{U}$ на 90° . Он имеет активную составляющую $I \cos \varphi \approx \approx I \cos \theta$, совпадающую по фазе с \underline{E}_0 . Это значит, что генератор отдает в сеть активную мощность

$$P = 3UI \cos \varphi \approx 3E_0 I \cos \varphi.$$

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 11.3, з, находим:

$$\Delta U = 2U \sin \theta = 2 \cdot 220 \sin 10^\circ = 76,4 \text{ В};$$

$$I = \Delta U / X = 76,4 / 0,5 = 152,8 \text{ А}.$$

Активная и реактивная мощности генератора равны соответственно:

$$P = 3 \cdot 220 \cdot 152,8 \cos 10^\circ = 99,3 \text{ кВт};$$

$$Q = 3UI \sin \varphi = 3 \cdot 220 \cdot 152,8 \sin 10^\circ = 17,51 \text{ квар}.$$

Таким образом, регулируя ток возбуждения ротора, изменяют лишь реактивную мощность синхронного генератора. Для отдачи генератором активной мощности увеличивают вращающий момент турбины впуском пара или воды.

Задача 11.3. Трехфазный синхронный генератор имеет следующие номинальные данные: $S_{\text{ном}} = 1600 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $U_{\text{ном}} = 6,3 \text{ кВ}$, $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,8$, $n_{\text{ном}} = 1000 \text{ мин}^{-1}$, $f = 50 \text{ Гц}$, $\eta_{\text{ном}} = 95,5\%$. Определить число пар полюсов, ток статора и электромагнитную мощность генератора.

Решение. С учетом того что частота вращения генератора равна частоте вращения магнитного поля, индуцируемого токами обмотки статора (поля реакции якоря), получим, что число его пар полюсов

$$p = 60f / n_{\text{ном}} = 60 \cdot 50 / 1000 = 3.$$

Ток статора

$$I = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}} = \frac{1600 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6,3 \cdot 10^3} = 146,8 \text{ А}.$$

Электромагнитная мощность в режиме номинальной нагрузки

$$P_{\text{эм.ном}} = \frac{S_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{1600 \cdot 0,8}{0,955} = 1340,3 \text{ кВт.}$$

Задача 11.4. Трехфазный синхронный генератор имеет $S_{\text{ном}} = 1500 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, $U_{\text{ном}} = 6600 \text{ В}$, активное сопротивление фазы обмотки статора $R = 0,45 \text{ Ом}$, синхронное сопротивление $X = 6 \text{ Ом}$, $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,8$ ($\varphi > 0$). Обмотка статора соединена звездой. Определить активное и индуктивное падения напряжения в фазе для режима номинальной нагрузки генератора (в процентах от $U_{\text{ф}}$). С помощью векторной диаграммы рассчитать ЭДС фазы E_0 генератора. Как изменится ЭДС E_0 , если генератор работает с тем же напряжением $U_{\text{ф}}$, номинальным током, $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,8$, но $\varphi < 0$?

Решение. Известно, что в случае ненасыщенного магнитопровода справедливо соотношение

$$\underline{E}_0 = \underline{U}_{\text{ф}} + j\underline{I}X + \underline{I}R, \quad (1)$$

где $\underline{I}X = \Delta U_{\text{ф.р}}$, $\underline{I}R = \Delta U_{\text{ф.а}}$ – соответственно индуктивное и активное падения напряжения в фазе обмотки статора генератора.

Ток статора, соответствующий режиму номинальной нагрузки,

$$I_{\text{ном}} = \frac{S_{\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}} = \frac{1500 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6600} = 131 \text{ А.}$$

Фазное напряжение генератора

$$U_{\text{ф.ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}} = \frac{6600}{\sqrt{3}} = 3810,5 \text{ В.}$$

Найдем падения напряжения в режиме номинальной нагрузки:

$$\Delta U_{\text{ф.р.ном}} \% = \frac{\Delta U_{\text{ф.р.ном}}}{U_{\text{ф.ном}}} \cdot 100 = \frac{I_{\text{ном}}X}{U_{\text{ф.ном}}} \cdot 100 = \frac{131 \cdot 6}{3815} \cdot 100 = 20,6\%;$$

$$\Delta U_{\text{ф.а.ном}} \% = \frac{I_{\text{ном}}R}{U_{\text{ф.ном}}} \cdot 100 = \frac{131 \cdot 0,45}{3815} \cdot 100 = 1,55\%.$$

Векторная диаграмма синхронного генератора, построенная по соотношению (1) для случая индуктивной нагрузки ($\varphi > 0$), приведена на рис. 11.4.

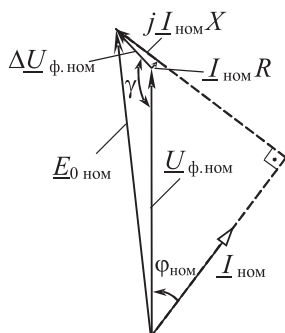


Рис. 11.4

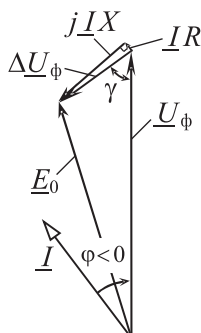


Рис. 11.5

Из векторной диаграммы можно найти ЭДС E_0 по теореме косинусов

$$E_0 = \sqrt{U_{\phi}^2 + \Delta U_{\phi}^2 - 2U_{\phi}\Delta U_{\phi}\cos\gamma}, \quad (2)$$

где $\Delta U_{\phi} = \sqrt{\Delta U_{\phi.p}^2 + \Delta U_{\phi.a}^2}$.

Для режима номинальной нагрузки имеем:

$$\varphi_{\text{ном}} = \arccos 0,8 = 36,9^\circ; \Delta U_{\phi.\text{ном}} = 788,2 \text{ В}; \gamma_{\text{ном}} = 131,16^\circ.$$

Тогда значение ЭДС, индуцируемой основным магнитным потоком в номинальном режиме работы генератора,

$$\begin{aligned} E_{0\text{ном}} &= \sqrt{U_{\phi.\text{ном}}^2 + \Delta U_{\phi.\text{ном}}^2 - 2U_{\phi.\text{ном}}\Delta U_{\phi.\text{ном}}\cos\gamma_{\text{ном}}} = \\ &= \sqrt{3810,5^2 + 788,2^2 - 2 \cdot 3810,5 \cdot 788,2 \cdot \cos 131,16^\circ} = 4370 \text{ В}. \end{aligned}$$

В случае работы генератора на емкостную нагрузку ($\varphi < 0$) векторная диаграмма примет вид, показанный на рис. 11.5.

Для случая работы генератора на емкостную нагрузку $\cos\varphi = 0,8$, $\varphi = -36,9^\circ$.

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 11.5, можно определить, что в этом режиме $\gamma = 55,63^\circ$. Тогда, подставив в формулу (2) параметры, соответствующие анализируемому режиму работы, найдем:

$$E_0 = \sqrt{3810,5^2 + 788,2^2 - 2 \cdot 3810,5 \cdot 788,2 \cdot \cos 55,63^\circ} = 3328 \text{ В}.$$

Задача 11.5. Трехфазный синхронный генератор, имеющий $S_{\text{ном}} = 68\,750 \text{ кВ}\cdot\text{А}$, $U_{\text{ном}} = 13\,800 \text{ В}$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$, $I_{\text{ном}} = 2880 \text{ А}$, работает параллельно с системой бесконечной мощности с $U_c = 13\,800 \text{ В} = \text{const}$ при номинальном токе возбуждения. Синхронное сопротивление генератора $X = 3,2 \text{ Ом}$. Рассчитать угол θ , $\cos\varphi$, I для различных нагрузок генератора, равных 1,0; 0,75; 0,50; 0,25 $P_{\text{ном}}$, где $P_{\text{ном}}$ – активная мощность, выдаваемая в систему в режиме номинальной нагрузки.

Решение. Если принять, что магнитопровод генератора ненасыщенный, и пренебречь активным сопротивлением обмотки статора, то уравнение электрического состояния фазы обмотки статора будет иметь вид

$$\underline{E}_0 = \underline{U}_\phi + j\underline{I}X. \quad (1)$$

Из условия неизменности тока возбуждения генератора следует, что ЭДС $E_0 = \text{const}$. Отсюда можно сделать вывод, что годографом конца вектора \underline{E}_0 при построении совмещенных векторных диаграмм, соответствующих заданным режимам нагрузки синхронного генератора, будет являться окружность радиуса, равного E_0 .

Из условия, что генератор работает на систему бесконечной мощности, следует:

$$U_\phi = U_{\phi.\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}} = \frac{13\,800}{\sqrt{3}} = 7967,4 \text{ В} = \text{const}.$$

Построим векторную диаграмму генератора по уравнению (1) для номинального режима работы, когда $\varphi_{\text{ном}} = \arccos 0,8 = 36,8^\circ$.

Учтем, что в режиме номинальной нагрузки падение напряжения на синхронном сопротивлении генератора

$$I_{\text{ном}}X = 2880 \cdot 3,2 = 9216 \text{ В}.$$

Из векторной диаграммы, приведенной на рис. 11.6, находим:

$$\gamma_{\text{ном}} = 180^\circ - (90^\circ - \varphi_{\text{ном}}) = 180^\circ - 90^\circ + \varphi_{\text{ном}} = 90^\circ + 36,8^\circ = 126,8^\circ.$$

Тогда по теореме косинусов из векторной диаграммы получаем:

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{U_{\phi.\text{ном}}^2 + (I_{\text{ном}}X)^2 - 2U_{\phi.\text{ном}}(I_{\text{ном}}X)\cos\gamma_{\text{ном}}} = \\ &= \sqrt{7967,4^2 + 9216^2 - 2 \cdot 7967,4 \cdot 9216 \cos 126,8^\circ} = 15\,375 \text{ В}. \end{aligned}$$

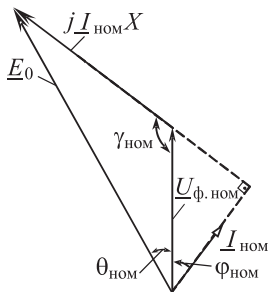


Рис. 11.6

Рассчитаем максимальный момент, развиваемый генератором:

$$M_{\max} = \frac{3E_0 U_{\phi}}{X \Omega_1} = \frac{3 \cdot 15\,375 \cdot 7967,4}{3,2 \cdot 314} = 0,366 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

где $\Omega_1 = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 3000}{30} = 314 \text{ с}^{-1}$ – угловая скорость.

Из условия $M = M_{\max} \sin \theta$ находим:

$$\sin \theta = \frac{M}{M_{\max}} = \frac{P}{\Omega_1 M_{\max}} = \frac{P X \Omega_1}{\Omega_1 \cdot 3E_0 U_{\phi}} = \frac{P X}{3E_0 U_{\phi}}.$$

Тогда

$$\theta = \arcsin \frac{P X}{3E_0 U_{\phi}}. \quad (2)$$

Учитывая, что в номинальном режиме

$$P_{\text{ном}} = S_{\text{ном}} \cos \varphi_{\text{ном}} = 68\,750 \cdot 0,8 = 55\,000 \text{ кВт},$$

по формуле (2) получаем:

$$\theta_{\text{ном}} = \arcsin \frac{55 \cdot 10^6 \cdot 3,2}{3 \cdot 15\,375 \cdot 7967,4} = \arcsin 0,479 = 28,62^\circ.$$

Расчет параметров θ , $\cos \varphi$, I для других нагрузок генератора, указанных в условии задачи, выполняем аналогично. Ниже дан расчет для случая, когда $P = 0,75 P_{\text{ном}}$.

Величина угла рассогласования

$$\theta = \arcsin \frac{P}{\Omega_1 M_{\max}} = \arcsin \frac{0,75 \cdot 55 \cdot 10^6}{314 \cdot 0,366} = \arcsin 0,359 = 21,03^\circ.$$

Тогда по теореме косинусов для векторной диаграммы, приведенной на рис. 11.6, с учетом рассчитанного значения $\theta = 21,03^\circ$ получим:

$$IX = \sqrt{U_{\phi, \text{ном}}^2 + E_0^2 - 2U_{\phi, \text{ном}} \cdot E \cdot \cos \theta} = \sqrt{7967,4^2 + 15\,375^2 - 2 \cdot 7967,4 \cdot 15\,375 \cos 21,03^\circ} = 8437,5 \text{ А}.$$

Рассчитаем теперь ток I и коэффициент мощности $\cos\varphi$:

$$I = \frac{IX}{X} = \frac{8437,5}{3,2} = 2637 \text{ А};$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{3}UI} = \frac{0,75 \cdot 55 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 13 \ 800 \cdot 2637} = 0,654.$$

Расчеты для других загрузок генератора выполнены аналогично. Результаты расчетов представлены в табл. 11.1.

Таблица 11.1

$P/P_{\text{ном}}$	1	0,75	0,5	0,25
$\theta = \arcsin \frac{P}{\Omega_1 M_{\text{max}}} \text{ эл. град}$	28,62	21,03	13,85	6,88
$I X, \text{ В}$	9216	8437,5	7873,5	7525,5
$I, \text{ А}$	2880	2637,2	2460,5	2351,7
$\cos\varphi$	0,8	0,654	0,47	0,245

Задача 11.6. Для турбогенератора типа Т2-30-2 с паспортными данными $U_{\text{ном}} = 10,5 \text{ кВ}$, $P_{\text{ном}} = 30 \cdot 10^3 \text{ кВт}$, $X = 9,35 \text{ Ом}$, $I_{\text{в}0} = 152 \text{ А}$ (ток возбуждения, при котором ЭДС $E_0 = U_{\text{ф.ном}}$) построить U -образную характеристику при активной нагрузке $P = 0,3 P_{\text{ном}}$ и изменении тока возбуждения в таких пределах, при которых коэффициент мощности изменяется от $\cos\varphi = 0,5$ (емк.) до $\cos\varphi = 0,5$ (инд.).

Решение. Расчет U -образной характеристики выполняется по семейству векторных диаграмм, которые строятся для указанного в условии задачи диапазона изменения коэффициента мощности $\cos\varphi$.

Рассчитаем режим работы и построим векторную диаграмму для случая $\cos\varphi_1 = 1$. Учитывая, что ток статора $I = \frac{P}{\sqrt{3}U\cos\varphi}$, получим:

$$I_1 = \frac{0,3P_{\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}\cos\varphi_1} = \frac{0,3 \cdot 30 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10,5 \cdot 10^3 \cdot 1} = 495 \text{ А}.$$

Тогда падение напряжения в фазе обмотки статора

$$\Delta U_{\text{ф}1} = I_1 X = 495 \cdot 9,35 = 4628,25 \text{ В}.$$

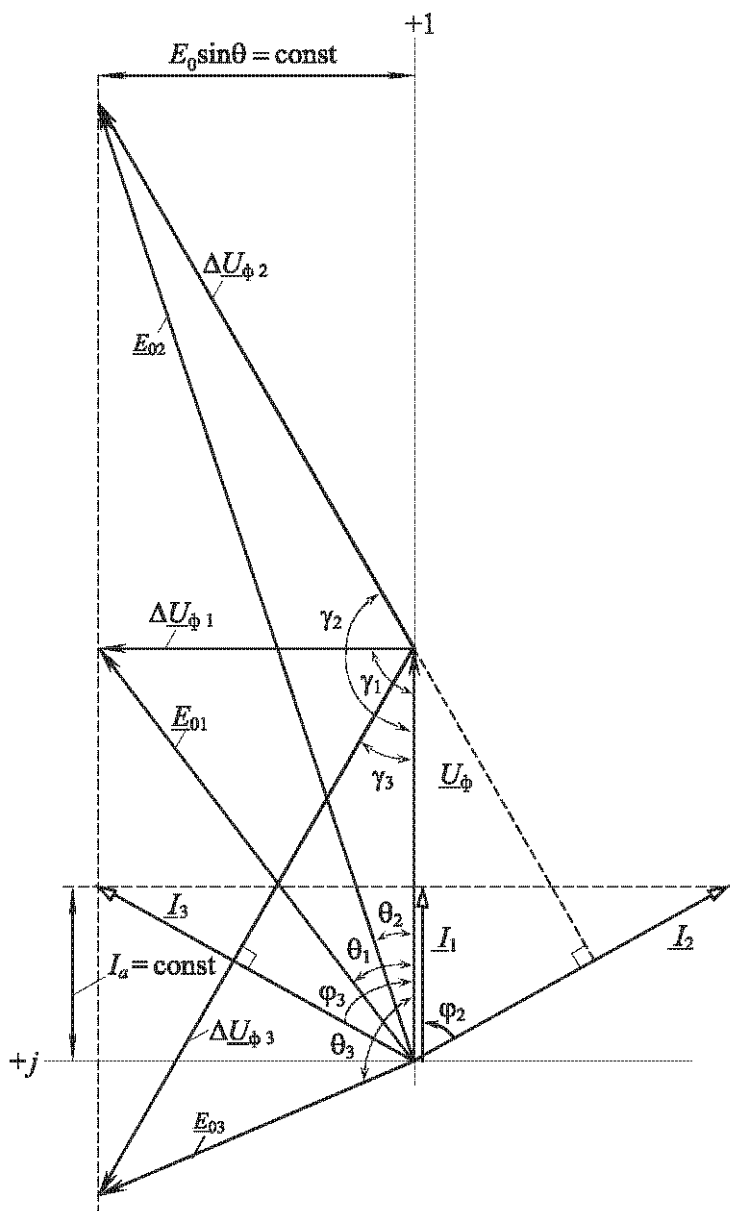


Рис. 11.7

Фазное напряжение обмотки статора $U_{\text{ф.ном}} = U_{\text{ном}} / \sqrt{3} = 6062 \text{ В}$.
Векторная диаграмма фазы обмотки статора при $\cos\varphi = 1$ приведена на рис. 11.7. Из нее получим:

$$E_{01} = \sqrt{U_{\text{ф.ном}}^2 + U_{\text{ф1}}^2} = \sqrt{6062^2 + 4628,25^2} = 7627 \text{ В}.$$

В случае линейности характеристики намагничивания синхронного генератора его ЭДС E_0 пропорциональна току возбуждения. Поэтому для рассчитываемого режима ток возбуждения

$$I_{\text{в1}} = I_{\text{в0}} \frac{E_{01}}{U_{\text{ф.ном}}} = 152 \cdot \frac{7627}{6062} = 191,2 \text{ А}.$$

Выполним расчет и для случаев: $\cos\varphi_2 = 0,5$, $\varphi_2 = 60^\circ$ и $\cos\varphi_3 = 0,5$, $\varphi_3 = -60^\circ$.

При $\cos\varphi_2 = 0,5$, $\varphi_2 = 60^\circ$ получим:

$$I_2 = \frac{0,3 \cdot 30 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10,5 \cdot 10^3 \cdot 0,5} = 990 \text{ А};$$

$$\Delta U_{\text{ф2}} = I_2 X = 990 \cdot 9,35 = 9256,5 \text{ В};$$

$$\gamma_2 = 180^\circ - (90^\circ - \varphi_2) = 90^\circ + \varphi_2 = 150^\circ;$$

$$\begin{aligned} E_{02} &= \sqrt{U_{\text{ф. ном}}^2 + \Delta U_{\text{ф2}}^2 - 2U_{\text{ф. ном}} \Delta U_{\text{ф2}} \cos\gamma_2} = \\ &= \sqrt{6062^2 + 9256,5^2 - 2 \cdot 6062 \cdot 9256,5 \cos 150^\circ} = 14\,820 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$I_{\text{в2}} = I_{\text{в0}} \frac{E_{02}}{U_{\text{ф. ном}}} = 152 \cdot \frac{14\,820}{6062} = 371,6 \text{ А}.$$

При $\cos\varphi_3 = 0,5$, $\varphi_3 = -60^\circ$ имеем:

$$I_3 = 990 \text{ А}; \Delta U_{\text{ф3}} = I_3 X = 990 \cdot 9,35 = 9256,5 \text{ В};$$

$$\gamma_3 = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ;$$

$$E_{03} = \sqrt{6062^2 + 9256,5^2 - 2 \cdot 6062 \cdot 9256,5 \cdot \cos 30^\circ} = 5024 \text{ В};$$

$$I_{\text{в3}} = I_{\text{в0}} \frac{E_{03}}{U_{\text{ф.ном}}} = 152 \cdot \frac{5024}{6062} = 126 \text{ А}.$$

Совмещенные векторные диаграммы, соответствующие выполненным выше расчетам, приведены на рис. 11.7.

Аналогично можно выполнить расчет и для случая $\varphi = \pm 30^\circ$. Соответствующие векторные диаграммы не приведены.

Результаты расчета сведены в табл. 11.2.

Таблица 11.2

$\cos\varphi$	0,5 (емк.)	0,866(емк.)	1	0,866(инд.)	0,5 (инд.)
I, A	990	571,4	495	571,4	990
I_X, B	9256,5	5342,6	4628,25	5342,6	9256,5
E_φ, B	5024	5736	7627	9883	14820
I_B, A	126	143,8	191,2	247,8	371,6

По результатам расчета построена U-образная характеристика, приведенная на рис. 11.8.

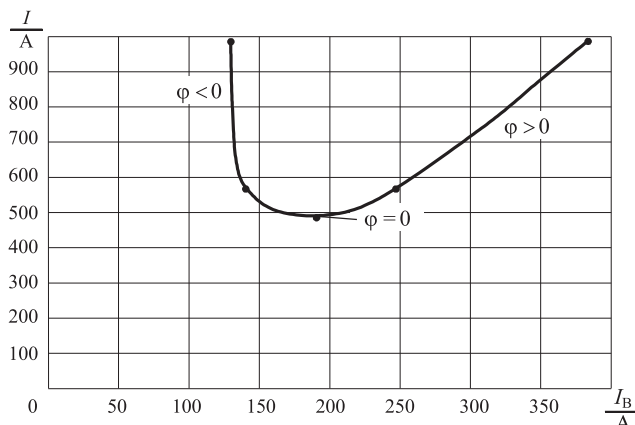


Рис. 11.8

Задача 11.7. Для синхронного двигателя СДН-16-38-8 построить векторную диаграмму и угловую характеристику $M(\theta)$ при номинальной нагрузке и номинальном возбуждении. Номинальные данные двигателя: $P_{\text{ном}} = 800$ кВт, $U_{\text{ном}} = 6000$ В, $f = 50$ Гц, $\eta_{\text{ном}} = 94,9\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $M_{\text{max}} / M_{\text{ном}} = 1,9$, $X = 40$ Ом.

Решение. Номинальная скорость вращения двигателя

$$\Omega_1 = 2\pi f / p = 314 / 4 = 78,5 \text{ с}^{-1},$$

где $p = 4$ – число пар полюсов двигателя.

Номинальный момент

$$M_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\Omega_1} = \frac{800 \cdot 10^3}{78,5} = 10,19 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Максимальный момент

$$M_{\text{max}} = 1,9M_{\text{ном}} = 1,9 \cdot 10,19 \cdot 10^3 = 19,36 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Угол рассогласования в номинальном режиме работы найдем из уравнения угловой характеристики

$$M = \frac{3U_{\text{ф.ном}}E_0}{\Omega_1 X} \sin\theta = M_{\text{max}} \sin\theta. \quad (1)$$

Отсюда $\sin\theta = M/M_{\text{max}}$; $\theta = \arcsin(M/M_{\text{max}})$.

Таким образом, получим:

$$\theta_{\text{ном}} = \arcsin \frac{M_{\text{ном}}}{M_{\text{max}}} = \arcsin \frac{10,19 \cdot 10^3}{19,36 \cdot 10^3} = \arcsin 0,526 = 31,76^\circ.$$

Угловая характеристика $M(\theta)$, построенная по уравнению (1), приведена на рис. 11.9.

Векторную диаграмму строим по уравнению электрического состояния фазы обмотки статора в номинальном режиме, пренебрегая падением напряжения в активном сопротивлении обмотки. Тогда уравнение будет иметь вид

$$\underline{U}_{\text{ф.ном}} = \underline{E}_0 + jI_{\text{ном}}X,$$

где

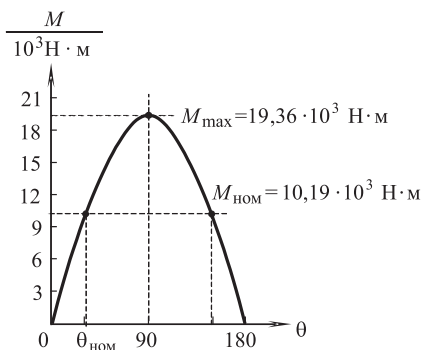


Рис. 11.9

$$U_{\text{ф.ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 3464 \text{ В};$$

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}\eta_{\text{ном}}\cos\varphi_{\text{ном}}} = 101,4 \text{ А}.$$

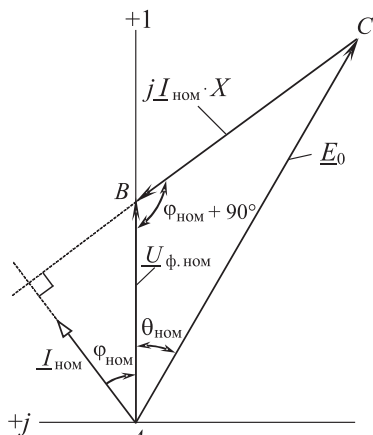


Рис. 11.10

Построение векторной диаграммы (рис. 11.10) начнем с вектора $\underline{U}_{\text{ф.ном}}$, располагая его по оси действительных величин комплексной плоскости. Вектор тока $\underline{I}_{\text{ном}}$ опережает вектор напряжения $\underline{U}_{\text{ф.ном}}$ на угол $\varphi_{\text{ном}} = \arccos(0,8) = 36,87^\circ$. В конце вектора $\underline{U}_{\text{ф.ном}}$ строим вектор $j \underline{I}_{\text{ном}} X$, перпендикулярный вектору тока $\underline{I}_{\text{ном}}$ и опережающий его на 90° . Модуль этого вектора $I_{\text{ном}} X = 101,4 \cdot 40 = 4056 \text{ В}$. Вектор ЭДС \underline{E}_0 получим, соединив начала векторов $\underline{U}_{\text{ф.ном}}$ и $j \underline{I}_{\text{ном}} X$.

Модуль ЭДС E_0 найдем по теореме косинусов для построенного треугольника ABC напряжений (рис. 11.10):

$$E_0 = \sqrt{U_{\text{ф.ном}}^2 + (I_{\text{ном}} X)^2 - 2U_{\text{ф.ном}}(I_{\text{ном}} X)\cos(\varphi_{\text{ном}} + 90^\circ)} = 6,73 \cdot 10^3 \text{ В}.$$

Задача 11.8. Исследовать, как изменяется $\cos\varphi$ трехфазного синхронного двигателя, рассмотренного в задаче 11.7, при неизменном токе возбуждения $I_{\text{в.ном}} = \text{const}$, обеспечивающем ЭДС $E_0 = 6,73 \text{ кВ}$, если нагрузка двигателя изменяется в диапазоне $\beta = P/P_{\text{ном}} = 0,25 \dots 1,0$. При решении воспользоваться векторными диаграммами.

Решение. Из условия $I_{\text{в}} = I_{\text{в.ном}} = \text{const}$ следует, что $E_0 = \text{const}$. Тогда годографом вектора \underline{E}_0 будет являться окружность радиусом, равным E_0 . Неизменной будет и длина вектора $\underline{U}_{\text{ф.ном}}$.

Если пренебречь потерями мощности в обмотке статора, то можно считать $P = P_{\text{эм}}$. Учитывая, что $M_{\text{эм}} \equiv P_{\text{эм}}$, можно найти величину угла рассогласования:

$$\theta = \arcsin \frac{M}{M_{\text{max}}} = \arcsin \frac{\beta M_{\text{ном}}}{k_M M_{\text{ном}}} = \arcsin \frac{\beta}{k_M},$$

где $k_M = M_{\text{max}}/M_{\text{ном}}$ — кратность максимального момента синхронного двигателя при $I_{\text{в}} = I_{\text{в.ном}}$.

Величины углов рассогласования θ для заданного диапазона изменения нагрузки двигателя приведены в табл. 11.3.

Таблица 11.3

$\beta = P / P_{\text{ном}}$	1,0	0,75	0,5	0,25
θ , эл. град	31,76	23,25	15,26	7,56

Совмещенные векторные диаграммы, построенные для случаев $\beta = 1,0$ и $\beta = 0,25$ по алгоритму, рассмотренному в задаче 11.7, приведены на рис. 11.11.

Векторы, соответствующие $\beta = 0,25$, отмечены штрихом.

Векторная диаграмма позволяет найти, как изменяется угол сдвига фаз φ с изменением β .

Ниже покажем, как этот же расчет выполнить аналитически на основании построенных векторных диаграмм.

Потерю напряжения в синхронном сопротивлении двигателя IX для загрузки β можно найти по теореме косинусов для соответствующего треугольника напряжений векторной диаграммы:

$$IX = \sqrt{U_{\text{ф.ном}}^2 + E_0^2 - 2U_{\text{ф.ном}}E_0\cos\theta}.$$

Тогда ток статора I найдем как $I = IX/X$. Теперь вычислим соответствующее значение коэффициента мощности $\cos\varphi$ и величину угла сдвига фаз φ :

$$\cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}I} = \frac{\beta P_{\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}}I}; \quad \varphi = \arccos(\cos\varphi).$$

Ниже дан пример расчета для случая $\beta = 0,25$:

$$\theta' = \arcsin \frac{0,25}{1,9} = 7,56^\circ;$$

$$IX = \sqrt{3464^2 + 6730^2 - 2 \cdot 3464 \cdot 6730 \cos 7,56} = 3320 \text{ В};$$

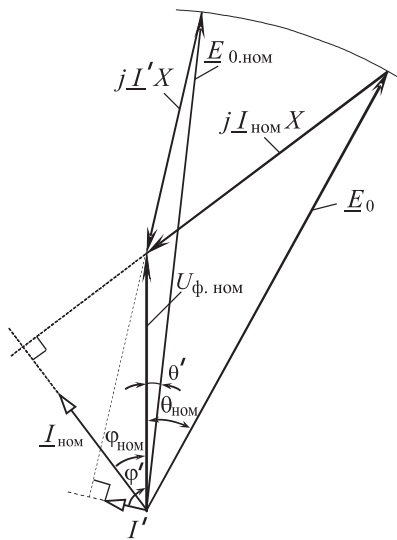


Рис. 11.11

$$I' = \frac{IX}{X} = \frac{3320}{40} = 83 \text{ А};$$

$$\cos\varphi' = \frac{0,25 \cdot 800 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 83} = 0,232; \quad \varphi' = \arccos 0,232 = 76,58^\circ.$$

Расчеты для других значений β выполнены аналогично. Результаты сведены в табл. 11.4.

Таблица 11.4

β	θ , эл. град	IX , В	I , А	$\cos\varphi$	φ , эл. град
0,25	7,56	3320	83,0	0,232	76,6
0,50	15,26	3524	88,1	0,437	64,1
0,75	23,25	3902	97,6	0,592	53,7
1,00	31,76	4200	105,0	0,740	42,2

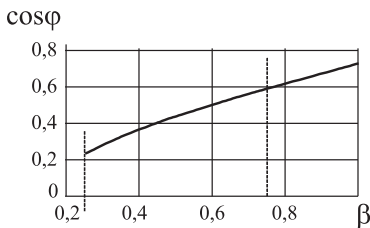


Рис. 11.12

Некоторое отличие рассчитанных значений от значений, полученных в задаче 11.7, объясняется принятым допущением, что $P = P_{\text{эм}}$. Зависимость $\cos\varphi(\beta)$ приведена на рис. 11.12.

Таким образом, уменьшение нагрузки синхронного двигателя при неизменном токе возбуждения сопровождается уменьшением ко-

эффициента мощности, т.е. ростом генерируемой реактивной мощности.

Задача 11.9. Для турбодвигателя, имеющего $P_{\text{ном}} = 1000$ кВт ($S_{\text{ном}} = 1160$ кВ · А), $U_{\text{ном}} = 6$ кВ, $\eta_{\text{ном}} = 96\%$, $X = 20$ Ом, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $n_{\text{ном}} = 3000$ мин⁻¹ построить U-образную характеристику $I(I_{\text{в}})$ при $P = 0,75P_{\text{ном}}$. Указать на ней точку, соответствующую пределу статической устойчивости ($\theta = 90^\circ$).

Решение. При синхронном режиме работы угловая скорость турбодвигателя неизменна и равна

$$\Omega_1 = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 3000}{60} = 314 \text{ с}^{-1}.$$

Максимальный момент, развиваемый двигателем,

$$M_{\text{max}} = \frac{3U_{\text{ф.ном}}E_0}{\Omega_1 X}, \quad (1)$$

где $U_{\text{ф.ном}}$ – номинальное фазное напряжение; E_0 – ЭДС, индуцируемая в фазе обмотки статора основным магнитным потоком при определенном токе возбуждения; X – синхронное сопротивление двигателя.

Если принять, что магнитопровод двигателя ненасыщен, то ЭДС E_0 пропорциональна току возбуждения $I_{\text{в}}$. Это позволяет находить значения ЭДС E_0 при различных значениях тока возбуждения $I_{\text{в}}$ и рассчитывать по формуле (1) соответствующие максимальные моменты M_{max} .

Момент на валу двигателя, соответствующий мощности $P = 0,75P_{\text{ном}} = 0,75 \cdot 1000 = 750$ кВт, для которой требуется построить U-образную характеристику,

$$M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{750 \cdot 10^3}{314} = 2388,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

При различных режимах возбуждения этому моменту будут соответствовать углы рассогласования θ , найденные по выражению $\theta = \arcsin(M/M_{\text{max}})$. Рассчитанные значения углов θ позволяют, воспользовавшись теоремой косинусов для соответствующей векторной диаграммы, найти падение напряжения IX на синхронном сопротивлении X и токи статора I синхронного двигателя:

$$IX = \sqrt{U_{\text{ф.ном}}^2 + E_0^2 - 2U_{\text{ф.ном}}E_0\cos\theta}; \quad I = IX/X.$$

Для того чтобы определить диапазон изменения тока возбуждения $I_{\text{в}}$ при построении U-образной характеристики, рассчитаем предварительно два важных режима:

1) режим минимального возбуждения с таким током $I_{\text{в min}}$, при котором будет иметь место предел статической устойчивости, т.е. $\theta = 90^\circ$.

2) режим нормального возбуждения с током $I_{\text{в.ном}}$, когда $\cos\varphi = 1$.

Соответствующие векторные диаграммы для этих режимов, построенные качественно, приведены на рис. 11.13.

При построении векторных диаграмм принято, что $P_{\text{эл}} \approx P_{\text{эм}} = \text{const}$. Следствием является то, что $I\cos\varphi = \text{const}$ и $E\sin\theta = \text{const}$, т.е. конец вектора I перемещается вдоль прямой AB , а конец вектора E_0 – вдоль прямой CD .

На основании диаграммы, приведенной на рис. 11.13, выполним расчет координат точек U-образной характеристики, соответствующих режимам 1 и 2.

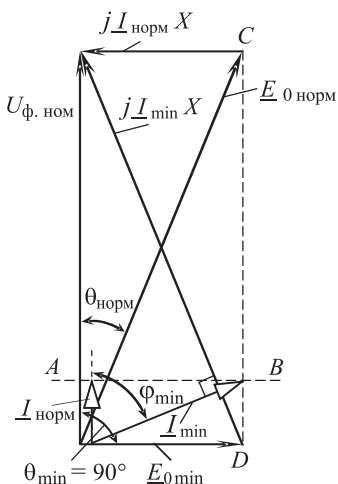


Рис. 11.13

Режим 1. Предел статической устойчивости ($\theta = 90^\circ$) имеет место при условии, что максимальный момент, который при минимально возможном токе возбуждения $I_{B \min}$ развивает двигатель, равен моменту на валу двигателя $M = 2388,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$, т.е.

$$M'_{\max} = \frac{3U_{\text{ф.ном}}E_{0\min}}{\Omega_1 X} = 2388,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Из этого равенства находим:

$$\begin{aligned} E_{0 \min} &= \frac{M'_{\max} \Omega_1 X}{3U_{\text{ф.ном}}} = \\ &= \frac{2388,5 \cdot 314 \cdot 20}{3 \cdot 6 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 1443,4 \text{ В}. \end{aligned}$$

Соответствующий полученной ЭДС $E_{0 \min}$ ток возбуждения $I_{B \min}$ определим с учетом ненасыщенного состояния магнитопровода двигателя:

$$I_{B \text{ ном}} = I_{B 0} \frac{E_{0 \min}}{U_{\text{ф.ном}}} = I_{B 0} \cdot \frac{1443,4}{3464} = 0,417 I_{B 0},$$

где $I_{B 0}$ – ток возбуждения, при котором

$$E_0 = U_{\text{ф.ном}} = U_{\text{ном}} / \sqrt{3} = 3464 \text{ В}.$$

Согласно векторной диаграмме, приведенной на рис. 11.13, падение напряжения в этом режиме

$$I_{\min} X = \sqrt{U_{\text{ф.ном}}^2 + E_{0 \min}^2} = \sqrt{3464^2 + 1443,4^2} = 3753 \text{ В},$$

а ток статора

$$I_{\min} = I_{\min} X / X = 3751 / 20 = 187,6 \text{ А}.$$

Режим 2. Очевидно, что ток статора, соответствующий режиму нормального возбуждения,

$$I_{\text{ном}} = \frac{P}{\sqrt{3} U_{\text{ном}}} = \frac{750 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 72,1 \text{ А}.$$

Значение ЭДС E_0 норм найдем из векторной диаграммы (рис. 11.13):

$$E_{0 \text{ норм}} = \sqrt{U_{\phi, \text{норм}}^2 + (I_{\text{норм}} X)^2} = \sqrt{3464^2 + (72,1 \cdot 20)^2} = 3753 \text{ В.}$$

Ток возбуждения в этом режиме

$$I_{\text{в.норм}} = I_{\text{в} 0} \frac{E_{0 \text{ норм}}}{U_{\phi, \text{норм}}} = I_{\text{в} 0} \frac{3753}{3464} = 1,08 I_{\text{в} 0}.$$

На основании выполненных расчетов зададимся набором значений тока возбуждения для построения U-образной характеристики: $I_{\text{в}} = 0,75 I_{\text{в} 0}$, $I_{\text{в}} = 1,0 I_{\text{в} 0}$, $I_{\text{в}} = 1,25 I_{\text{в} 0}$, $I_{\text{в}} = 1,5 I_{\text{в} 0}$. Ниже выполнены расчеты для случая $I_{\text{в}} = I_{\text{в} 0}$:

$$E_0 = U_{\phi, \text{норм}} \frac{I_{\text{в}}}{I_{\text{в} 0}} = 3464 \cdot \frac{1}{1} = 3464 \text{ В;}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{3 \cdot 3464 \cdot 3464}{314 \cdot 20} = 5732 \text{ Н} \cdot \text{м;}$$

$$\frac{M}{M_{\text{max}}} = \frac{2388,5}{5732} = 0,417; \quad \theta = \arcsin 0,417 = 24,63^\circ;$$

$$IX = \sqrt{3464^2 + 3464^2 - 2 \cdot 3464 \cdot 3464 \cos 24,63^\circ} = 1477,6 \text{ В;}$$

$$I = \frac{1477,6}{20} = 73,8 \text{ А.}$$

Результаты аналогичных расчетов, выполненных для других принятых значений тока возбуждения $I_{\text{в}}$, приведены в табл. 11.5.

Таблица 11.5

$I_{\text{в}} / I_{\text{в} 0}$	0,417	0,75	1,0	1,08	1,25	1,5
E_0 , В	1443,4	2598	3464	3753	4330	5196
M_{max} , Н·м	2388,5	4299	5732	6210,4	7166	8600
M / M_{max}	1	0,556	0,417	0,385	0,326	0,272
θ , эл.град	90	33,75	24,63	22,6	19,47	16,12
IX , В	3753	1945	1477,6	1443,4	1570	2101
I , А	187,6	97,25	73,8	72,1	78,5	105

При $I_B < 1,08 I_{B0}$ двигатель, работая с недозавозбуждением, потребляет реактивную мощность из сети, а при $I_B > 1,08 I_{B0}$ он генерирует реактивную мощность, работая в режиме перевозбуждения. На рис. 11.14 приведена U-образная характеристика.

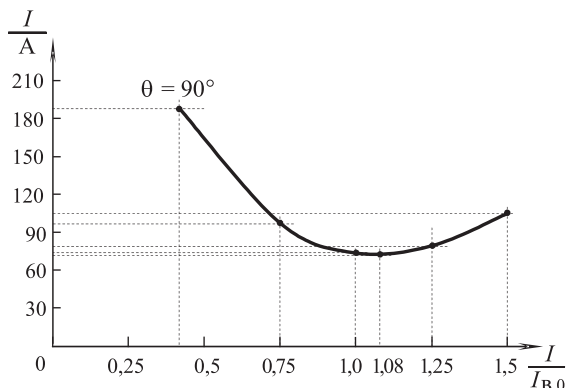


Рис. 11.14

Задача 11.10. Рассчитать, как изменятся параметры режима работы (угол θ , $\cos\varphi$, скорость n , ток I) синхронного двигателя СДН-2-16-36-6 относительно их значений в номинальном режиме, если при неизменном моменте на валу снизить напряжение на зажимах двигателя на 25%. Паспортные данные двигателя: $P_{\text{ном}} = 1000$ кВт, $U_{\text{ном}} = 6$ кВ, $n_{\text{ном}} = 1000$ мин⁻¹, $M/M_{\text{max}} = 1,8$; $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $X = 40$ Ом, $\eta_{\text{ном}} = 0,995$.

Решение. Выполним расчет для номинального режима работы двигателя. Потребляемый от сети ток

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{\text{ном}} \cos\varphi_{\text{ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{1000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 0,8 \cdot 0,995} = 126 \text{ А.}$$

Угол сдвига фаз между векторами тока $\underline{I}_{\text{ном}}$ и напряжения $\underline{U}_{\text{ф.ном}}$

$$\varphi_{\text{ном}} = \arccos 0,8 = 36,87^\circ.$$

Падение напряжения на синхронном сопротивлении двигателя $I_{\text{ном}} X = 126 \cdot 40 = 5040$ В, фазное напряжение $U_{\text{ф.ном}} = U_{\text{ном}} / \sqrt{3} =$

= 3464 В. Векторная диаграмма, построенная по уравнению электрического состояния фазы статора $\underline{U}_{\text{ф.ном}} = \underline{E}_{0\text{ном}} + j\underline{I}_{\text{ном}}X$, представлена на рис. 11.15.

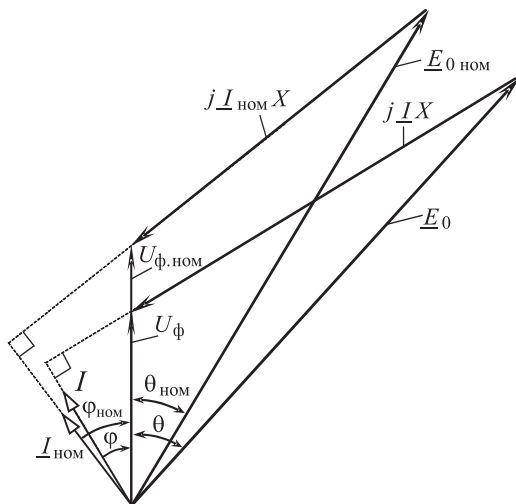


Рис. 11.15

Из векторной диаграммы, построенной для номинального режима, находим: $E_{0\text{ном}} = 7640$ В, $\theta_{\text{ном}} = 30,4^\circ$.

Выполним расчет для режима работы при $U = 0,75 U_{\text{ном}}$.

Поскольку ток возбуждения не меняется, то остается неизменной и ЭДС, наводимая в обмотке статора основным магнитным потоком, т.е. $E_0 = E_{0\text{ном}} = 7640$ В.

Учитывая, что

$$U_{\text{ф}} = 0,75U_{\text{ф.ном}} = 0,75 \cdot \frac{6 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 2598 \text{ В},$$

а момент на валу остается неизменным, определим угол рассогласования:

$$\theta = \arcsin \frac{P_{\text{ном}} X}{\eta_{\text{ном}} \cdot 3U_{\text{ф}} E_0} = \arcsin \frac{1000 \cdot 40}{0,995 \cdot 3 \cdot 2598 \cdot 7640} = 42,5^\circ.$$

Найденные значения параметров $U_{\text{ф}}$, E_0 и θ позволяют построить векторную диаграмму для рассматриваемого режима. совме-

стим ее с векторной диаграммой для номинального режима, приведенной на рис. 11.15. Из нее находим: $I_X = 5986$ В и угол $\varphi = 30,8^\circ$. Тогда

$$I = I_X / X = 5986 / 40 = 150 \text{ А.}$$

Полученные результаты свидетельствуют о том, что снижение напряжения питающей сети на 25% при неизменных моменты на валу и токе возбуждения приведут к тому, что:

- скорость вращения не изменится, т.е. двигатель не выйдет из синхронизма ($\theta = 42,5^\circ < 90^\circ$);

- угол рассогласования возрастет;

- ток двигателя увеличится;

- угол φ уменьшится, т.е. коэффициент мощности возрастет.

Это означает, что двигатель будет генерировать меньшую реактивную мощность.

Контрольные задачи

Задача 11.11. Построить векторные диаграммы индукции магнитного поля реакции якоря $\vec{B}_{a\Sigma} = \vec{B}_{aA} + \vec{B}_{aB} + \vec{B}_{aC}$ для моментов времени, соответствующих: 1) амплитудному значению тока в фазе А, $i_A = I_{A\max}$; 2) амплитудному значению тока в фазе В, $i_B = I_{B\max}$. Воспользоваться решением задачи 10.1.

Задача 11.12. Построить кривую распределения индукции магнитного поля реакции якоря вдоль развертки статора двухполюсной синхронной машины для моментов времени, указанных в задаче 11.11.

Задача 11.13. Ток статора синхронного генератора отстает по фазе от ЭДС E_0 на 90° . Чему равны при этом угол рассогласования θ и электромагнитный момент $M_{\text{эм}}$? Воспользоваться решением задачи 11.1.

Задача 11.14. Трехфазный синхронный генератор, обмотки статора которого соединены звездой, при линейном напряжении $U = 10$ кВ имеет мощность $S = 865$ кВ · А, $n = 1500$ мин⁻¹, коэффициент мощности $\cos\varphi = 0,8$, потери мощности в обмотках статора $\Delta P = 36$ кВт. Определить ток статора, электромагнитную мощность и момент, коэффициент полезного действия.

Задача 11.15. Построить векторную диаграмму синхронного генератора, включенного на параллельную работу с системой, при токе возбуждения $I_B = 1,3I_{B0}$ и $\theta = 0$. Считать, что магнитная цепь генератора линейна. Воспользоваться решением задачи 11.1.

Задача 11.16. Для синхронного генератора, включенного на параллельную работу с системой напряжением $U = 10,5$ кВ, рассчитать мощности, выдаваемые в систему, если при $I_B = 1,1I_{B0}$ угол $\theta = 30^\circ$. Синхронное сопротивление генератора $X = 2$ Ом.

Задача 11.17. Рассчитать, как изменятся мощности, генерируемые синхронным генератором, описанным в задаче 11.16, если при неизменном $I_B = 1,1I_{B0}$ к валу ротора приложен внешний момент $M_{\text{вн}}$: а) увеличивший угол рассогласования до $\theta' = 40^\circ$; б) уменьшивший угол рассогласования до $\theta'' = 20^\circ$.

Задача 11.18. Для синхронного генератора, работающего параллельно с системой напряжением $U = 10,5$ кВ и генерирующего мощность $P = 33,33$ МВт, определить нормальный ток возбуждения (в долях от I_{B0}) и угол рассогласования θ , если $X = 2$ Ом.

Задача 11.19. Определить величины углов рассогласования синхронного генератора, работающего параллельно с системой, если при неизменной генерируемой мощности ток возбуждения: а) увеличить на 30%, т.е. $I'_B = 1,3I_B$; б) уменьшить на 30%, т.е. $I''_B = 0,7I_B$. В исходном режиме $\theta = 30^\circ$. Магнитную цепь принять линейной.

Задача 11.20. Для генератора, рассмотренного в задаче 11.19, найти ток возбуждения (в долях от I_B), соответствующий пределу статической устойчивости.

Задача 11.21. Синхронный двигатель номинальным напряжением $U_{\text{ном}} = 380$ В при нормальном токе возбуждения потребляет от сети мощность $P = 100$ кВт. Рассчитать соответствующие данному режиму угол рассогласования θ и реактивную мощность Q . Как изменятся эти параметры, если при неизменном токе возбуждения мощность, потребляемая двигателем от сети: а) возрастет на 20%, т.е. $P' = 1,2P$; б) уменьшится на 20%, т.е. $P'' = 0,8P$. Обмотки двигателя соединены звездой, а $X = 0,8$ Ом.

Задача 11.22. Синхронный двигатель номинальным напряжением $U_{\text{ном}} = 6$ кВ потребляет от сети мощность $P = 1000$ кВт при нормальном токе возбуждения. Синхронное сопротивление $X = 20$ Ом, обмотки статора соединены звездой. Найти ток I , потребляемый двигателем от сети, угол θ , угол сдвига фаз ϕ и реактивную мощность Q . Как изменятся эти величины при: а) $I'_B = 1,3I_{B.\text{ном}}$; б) $I''_B = 0,7I_{B.\text{ном}}$ при неизменной активной мощности?

Задача 11.23. Синхронный двигатель, имея один и тот же момент нагрузки на валу, работает в режимах: 1) $\cos\phi = 1$; 2) $\cos\phi = 0,8$ (отстающий); 3) $\cos\phi = 0,8$ (опережающий). Показать, в каком соотношении находятся КПД двигателя в этих режимах работы.

Задача 11.24. Генератор, работающий параллельно с системой, имеет данные: $P_{\text{ном}} = 500$ кВт, $U_{\text{ном}} = 400$ В, $X = 0,38$ Ом. Может ли он выдавать номинальную мощность в систему при токе возбуждения $I_{\text{в}} = 1,2 I_{\text{в}0}$? Чему равен при этом коэффициент запаса статической устойчивости $K_3 = (P_{\text{max}} - P_{\text{ном}})/P_{\text{ном}}$?

Задача 11.25. Для генератора, рассмотренного в задаче 11.24, найти ток возбуждения $I'_{\text{в}}$ (в долях от $I_{\text{в}0}$), при котором $k'_3 = 0,3$.

Задача 11.26. Ток возбуждения трехфазной синхронной машины обеспечивает $E_0 = U_{\text{ф.ном}} = 220$ В. Угол $\theta = 40^\circ$. Полное сопротивление фазы обмотки статора $X = 1,2$ Ом. Пренебрегая активным сопротивлением статора, рассчитать: а) в двигательном режиме работы – ток I и мощность P_1 , потребляемые от сети, а также момент на валу, если $\eta = 0,84$, а $n = 1500$ мин⁻¹; б) в генераторном режиме работы – ток I и мощности P и Q , выдаваемые в систему.

Ответы к контрольным задачам

11.13. $\theta = 0$, $M_{\text{эм}} = 0$. **11.14.** $I = 50$ А, $P_{\text{эм}} = 728$ кВт, $M_{\text{эм}} = 4,41 \cdot 10^3$ Н · м, $\eta = 0,95$. **11.15.** Указание. См. решение задачи 11.12. **11.16.** $P = 30,33$ МВт, $Q = -2,62$ Мвар. **11.17.** а) $P' = 39,14$ МВт, $Q' = 4,57$ Мвар; б) $P'' = 20,83$ МВт, $Q = 1,823$ Мвар. **11.18.** $I_{\text{в.ном}} = 1,14 I_{\text{в}0}$, $\theta = 28,83^\circ$. **11.19.** а) $\theta' = 22,62^\circ$, $\theta'' = 45,68^\circ$. **11.20.** $0,5 I_{\text{в}}$. **11.21.** $\theta = 28,8^\circ$, $Q = 0$; а) $\theta' = 35,34^\circ$, $Q' = 11,83$ квар; б) $\theta'' = 22,7^\circ$, $Q'' = -10,135$ квар. **11.22.** $I = 96,25$ А, $\theta = 29,05^\circ$, $\varphi = 0$, $Q = 0$; а) $I' = 116,53$ А, $\theta' = 21,93^\circ$, $\varphi' = -34,35^\circ$, $Q' = -683$ квар; б) $I'' = 120,9$ А, $\theta'' = 43,9^\circ$, $\varphi'' = 37,2^\circ$, $Q'' = 760$ квар. **11.23.** $\eta_1 > \eta_2 > \eta_3$. **11.24.** $k_3 = 0,01$ (или 1%). Выдача мощности невозможна. **11.25.** $I'_{\text{в}} = 1,54 I_{\text{в}0}$. **11.26.** а) $I = 125,4$ А, $P_1 = 77,56$ кВт, $M = 414,8$ Н · м; б) $I = 125,4$ А, $P = 77,56$ кВт, $Q = -28,23$ квар.

12. МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Задачи с решениями

Задача 12.1. На рис. 12.1, *а* изображен эскиз генератора постоянного тока. Якорь 2 генератора вращается в радиальном магнитном поле, созданном обмоткой возбуждения 1, среднее значение магнитной индукции полюса $B = 0,8$ Тл. Обмотка якоря 3 имеет 200 проводников ($N = 200$) длиной $l = 300$ мм каждый, диаметр якоря $D = 200$ мм. Медные проводники обмотки якоря с сечением площадью $S = 3$ мм² соединены последовательно-согласно и образуют две параллельные ветви ($2a = 2$) (рис. 12.1, *б*). Определить ЭДС, индуцированную в обмотке якоря, напряжение U на зажимах генератора, отдаваемую генератором мощность P и потери мощности в обмотке якоря ΔP при токе $I = 40$ А, если якорь вращается с частотой $n = 500$ мин⁻¹.

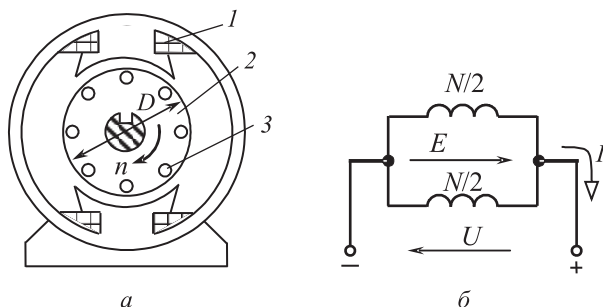


Рис. 12.1

Решение. Среднее значение потока полюса

$$\Phi = BS_{\text{п}} = 0,075 \text{ Вб},$$

где $S_{\text{п}} = \frac{\pi D}{2} l = \frac{3,14 \cdot 0,2}{2} \cdot 0,3 = 0,094 \text{ м}^2$ – площадь полюса.

Находим ЭДС якоря:

$$E = C_E n \Phi = 3,333 \cdot 500 \cdot 0,075 = 125 \text{ В},$$

где $C_E = \frac{pN}{60a} = \frac{1 \cdot 200}{60 \cdot 1} = 3,333$.

При токе $I = 40$ А напряжение на зажимах генератора

$$U = E - R_{\text{я}} I = 125 - 3,5 = 121,5 \text{ В},$$

где $R_{\text{я}} = \rho \frac{l(N/4)}{S} = 0,0875 \text{ Ом}$; $\rho = 0,01724 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$ – удельное сопротивление меди.

Потери мощности в обмотке якоря

$$\Delta P = R_{\text{я}} I^2 = 0,0875 \cdot 40^2 = 140 \text{ Вт}.$$

Мощность, отдаваемая генератором потребителю,

$$P = UI = 121,5 \cdot 40 = 4,86 \text{ кВт}.$$

Задача 12.2. На рис. 12.2, *а* – *в* изображены соответственно основное магнитное поле генератора постоянного тока, магнитное поле реакции якоря (тока якоря) и результирующее магнитное поле. Определить полярность полюсов генератора и направление тока в обмотке якоря, при которых результирующее поле соответствует рис. 12.2, *в*. Указать геометрическую и физическую нейтраль.

Решение. Из рис. 12.2, *б* следует, что реакция якоря имеет поперечный характер, т.е. ось симметрии поля реакции якоря перпендикулярна к оси главных полюсов. Это имеет место при размещении щеток на геометрической нейтрали. Из картины результирующего магнитного поля, представленной на рис. 12.2, *в*, видно, что поле несимметрично относительно оси главных полюсов: под одним краем полюса магнитная индукция увеличивается, а под другим – уменьшается.

Увеличение индукции обусловлено согласным направлением силовых линий основного поля и поля реакции якоря в воздушном зазоре, а уменьшение – их встречным направлением. Картина си-

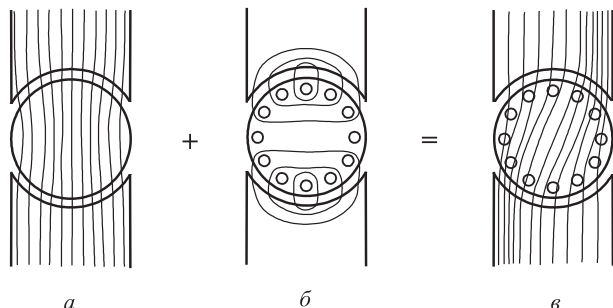


Рис. 12.2

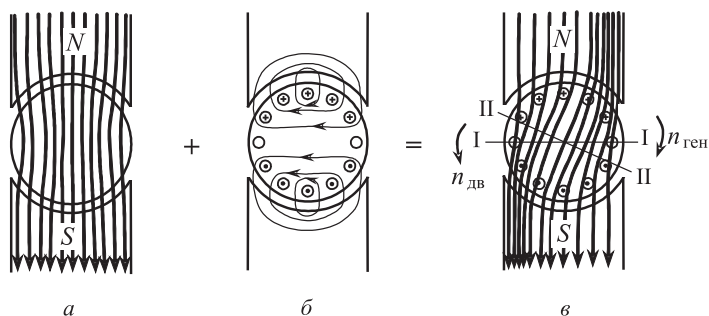


Рис. 12.3

ловых линий результирующего магнитного поля, данная на рис. 12.2, в, может иметь место при сочетании определяющих факторов: а) полярности главных полюсов статора; б) направлений токов в секциях якорной обмотки, показанных на рис. 12.3, б. Очевидно, что при одинаковых факторах «а» и «б» направления вращения ротора в двигательном и генераторном режимах работы машины будут встречными. Положение физической нейтрали II-II для этих режимов также приведено на рис. 12.3, в. Смещение нейтрали II-II относительно геометрической нейтрали I-I тем больше, чем больше нагрузка машины, когда в большей степени проявляется реакция якоря. Такую же картину результирующего магнитного поля (см. рис. 12.2, в) можно получить, изменив направления факторов «а» и «б» на противоположные относительно указанных на рис. 12.3 при неизменных направлениях вращения ротора.

Задача 12.3. Напряжение на зажимах генератора независимого возбуждения (рис. 12.4) в режиме холостого хода $U_x = 230$ В. Частота вращения якоря при этом $n_x = 1000$ мин⁻¹. Найти напряжение на зажимах генератора под нагрузкой, если частота вращения якоря при этом уменьшилась до $n_n = 975$ мин⁻¹, а ток в цепи якоря с сопротивлением $R_{я} = 0,44$ Ом $I_{я} = 25$ А. Влиянием реакции якоря пренебречь.

Решение. При холостом ходе ЭДС генератора равна напряжению на его зажимах ($E = U_x = 230$ В). Считая магнит-

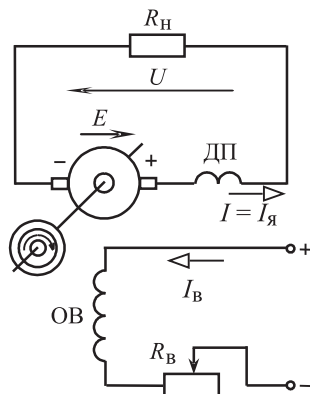


Рис. 12.4

ный поток неизменным в обоих режимах, можно записать: $E = C_E n_x \Phi$, $E_H = C_E n_H \Phi$. Отсюда

$$E/E_H = n_x/n_H$$

и

$$E_H = E \frac{n_H}{n_x} = 230 \cdot \frac{975}{1000} = 224,25 \text{ В.}$$

Напряжение на зажимах генератора под нагрузкой

$$U_H = E_H - R_{\text{я}} I_{\text{я}} = 224,25 - 0,44 \cdot 25 = 213,25 \text{ В.}$$

Сопротивление нагрузки

$$R_H = U_H / I_{\text{я}} = 213,25 / 25 = 8,53 \text{ Ом.}$$

Задача 12.4. Рассчитать ток якоря и ЭДС генератора параллельного возбуждения (рис. 12.5), если напряжение на его зажимах в номинальном режиме $U_{\text{ном}} = 230 \text{ В}$, сопротивления якоря $R_{\text{я}} = 0,425 \text{ Ом}$, обмотки возбуждения $R_{\text{в}} = 115 \text{ Ом}$, внешней цепи $R_H = 3,8 \text{ Ом}$.

Решение. Находим:

$$I_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} / R_H = 230 / 3,8 = 60,5 \text{ А;}$$

$$I_{\text{в}} = U_{\text{ном}} / R_{\text{в}} = 230 / 115 = 2 \text{ А;}$$

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} + I_{\text{в}} = 60,5 + 2 = 62,5 \text{ А.}$$

Определяем ЭДС генератора:

$$E = U_{\text{ном}} + R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}} = 230 + 0,425 \cdot 62,5 = 230 + 26,5 = 256,5 \text{ В.}$$

Задача 12.5. Генератор постоянного тока параллельного возбуждения (рис. 12.5) имеет следующие номинальные данные: $P_{\text{ном}} = 16,5 \text{ кВт}$, $U_{\text{ном}} = 230 \text{ В}$, $\eta_{\text{ном}} = 82,5\%$. Сопротивление цепи якоря в нагретом состоянии $R_{\text{я}} = 0,34 \text{ Ом}$, сопротивление цепи возбуждения $R_{\text{в}} = 60 \text{ Ом}$. Характеристика холостого хода

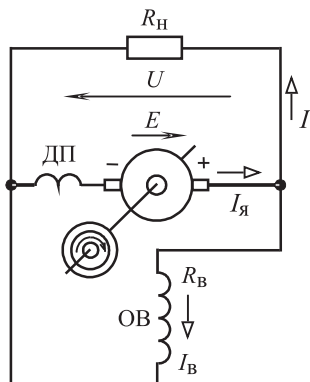


Рис. 12.5

задана табл. 12.1. Определить ток якоря и мощность на валу генератора. Рассчитать и построить внешнюю характеристику генератора, пренебрегая реакцией якоря.

Таблица 12.1

$I_B, \text{ A}$	0	0,76	1,52	2,28	3,04	3,81	4,57	5,72
$E, \text{ В}$	12,8	115	186,7	225	243	255,7	263,4	273

Решение. Номинальный ток генератора

$$I_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} / U_{\text{ном}} = 16\,500 / 230 = 71,74 \text{ A.}$$

Ток возбуждения

$$I_{\text{в.ном}} = U_{\text{ном}} / R_B = 230 / 60 = 3,83 \text{ A.}$$

Номинальный ток якоря

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} + I_{\text{в.ном}} = 75,57 \text{ A.}$$

Механическая мощность на валу генератора в номинальном режиме

$$P_{\text{мех.ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{16\,500}{0,825} = 20 \text{ кВт.}$$

Построим внешнюю характеристику. В случае неучета реакции якоря можно пренебречь характеристическим треугольником, что значительно упростит построение. По данным, приведенным в табл. 12.1, строим характеристику холостого хода $E(I_B)$ (рис. 12.6). На этой же диаграмме строим зависимость $U = R_B I_B$ по двум точкам: первая – начало координат; вторая – $U_{\text{ном}} = 230 \text{ В}$, $I_{\text{в.ном}} = 3,83 \text{ A}$ (точка e).

Задаваясь набором значений тока I_B , находим соответствующие значения $U = R_B I_B$. Так как $I_B \ll I_{\text{я}}$, то, пренебрегая током возбуждения I_B , рассчитываем:

$$I = I_{\text{я}} + I_B \approx I_{\text{я}} = (E - R_B I_B) / R_{\text{я}}.$$

Здесь E – ЭДС, определенная по характеристике $E(I_B)$ для соответствующего значения тока I_B .

Результаты расчетов, выполненные для набора значений I_B , приведены в табл. 12.2.



I_B, A	0	0,76	1,52	2,28	3,04	3,81	3,83
E, B	12,8	115	186,7	225	243	255,7	256
$U = I_B R_{B'}, B$	0	45,6	91,2	136,8	182,4	228,6	230
$E - U, B$	12,8	69,4	95,5	88,2	60,6	27,1	26
I, A	37,6	204,1	280,8	259,4	178,2	79,7	76,47

Для расчета $I_{\text{кр}}^{\text{к}}$ нужно провести касательную MN к характеристике холостого хода, параллельную линии $0eC$. Точка $a_{\text{кр}}$ касания этих линий определяет $U_{\text{кр}} = R_{\text{в}} I_{\text{в.кр}} = 60 \cdot 1,6 \approx 96 \text{ В}$, $E_{\text{кр}} = 195 \text{ В}$ и позволяет рассчитать $I_{\text{кр}}$:

$$I_{\text{кр}} = \frac{E_{\text{кр}} - U_{\text{кр}}}{R_{\text{я}}} = \frac{195 - 96}{0,34} = 291 \text{ A.}$$

Ток короткого замыкания генератора (при $U = 0$, $I_B = 0$)

$$I_K = E_{\text{ост}}/R_{\text{я}} = 12,8/0,34 = 37,6 \text{ А},$$

где $E_{\text{ост}}$ – остаточная ЭДС генератора.

Внешняя характеристика $U(I)$ дана на рис. 12.6.

В практике расчетов часто ограничиваются построением $U(I)$ по четырем характерным точкам: 1) $I = 0$, $U = E_x$; 2) $I = I_{\text{ном}}$, $U = U_{\text{ном}}$; 3) $I = I_{\text{кр}}$, $U = U_{\text{кр}}$; 4) $I = I_K$, $U = 0$.

Задача 12.6. Частота вращения якоря генератора смешанного возбуждения $n = 1450 \text{ мин}^{-1}$. Полезный момент на валу первичного двигателя в этом режиме $M = 23,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$, ток якоря генератора $I_{\text{я}} = 12,2 \text{ А}$, механические потери мощности $\Delta P_{\text{мех}} = 60 \text{ Вт}$, магнитные потери $\Delta P_c = 140 \text{ Вт}$. Сопротивление цепи якоря $R_{\text{я}} = 2,68 \text{ Ом}$, сопротивление последовательной обмотки возбуждения главных полюсов $R_{\text{пос}} = 0,85 \text{ Ом}$, сопротивление параллельной обмотки $R_B = 236 \text{ Ом}$, сопротивление регулировочного реостата в цепи возбуждения параллельной обмотки $R_p = 244 \text{ Ом}$. Определить ЭДС, КПД и напряжение генератора, а также отдаваемую во внешнюю цепь мощность.

Решение. Мощность на валу генератора

$$P_1 = \frac{Mn}{9550} = \frac{23,7 \cdot 1450}{9550} = 3,6 \text{ кВт}.$$

Электромагнитная мощность генератора

$$P_{\text{эм}} = P_1 - \Delta P_{\text{мех}} - \Delta P_c = 3600 - 60 - 140 = 3,4 \text{ кВт}.$$

Находим ЭДС и напряжение на зажимах якоря:

$$E = \frac{P_{\text{эм}}}{I_{\text{я}}} = \frac{3,4 \cdot 10^3}{12,2} = 278,7 \text{ В};$$

$$U_{\text{я}} = E - R_{\text{я}} I_{\text{я}} = 278,7 - 2,68 \cdot 12,2 = 240 \text{ В}.$$

Ток возбуждения параллельной обмотки

$$I_B = \frac{U_{\text{я}}}{R_B + R_p} = \frac{240}{236 + 244} = 0,5 \text{ А}.$$

Ток генератора

$$I = I_{\text{я}} - I_B = 12,2 - 0,5 = 11,7 \text{ А}.$$

Напряжение на зажимах генератора меньше напряжения на зажимах якоря на величину падения напряжения на последовательной обмотке возбуждения:

$$U = U_{\text{я}} - R_{\text{пос}} I = 240 - 0,85 \cdot 11,7 = 230 \text{ В.}$$

Мощность, отдаваемая генератором во внешнюю цепь,

$$P_2 = UI = 230 \cdot 11,7 \approx 2,7 \text{ кВт.}$$

Определяем КПД генератора:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2,7}{3,6} = 0,75.$$

Задача 12.7. На рис. 12.1, *a* изображен эскиз двигателя постоянного тока. Якорь 2 вращается в радиальном магнитном поле, созданном обмоткой возбуждения 1, среднее значение магнитной индукции $B = 0,8$ Тл. Обмотка якоря 3 имеет $N = 200$ проводников длиной $l = 200$ мм каждый, диаметр якоря $D = 200$ мм. Определить момент M и мощность P , развиваемые двигателем, если ток якоря $I_{\text{я}} = 20$ А, частота вращения $n = 1000$ мин⁻¹.

Решение. Среднее значение магнитного потока полюса

$$\Phi = BS_{\text{п}},$$

где $S_{\text{п}} = \frac{\pi D}{2} l = \frac{3,14 \cdot 0,2}{2} \cdot 0,2 = 0,0628 \text{ м}^2$ – площадь полюса. Тогда

$$\Phi = 0,8 \cdot 0,0628 = 0,0502 \text{ Вб.}$$

Электромагнитный момент, развиваемый двигателем,

$$M = C_{\text{м}} I_{\text{я}} \Phi = 31,83 \cdot 20 \cdot 0,0502 = 31,96 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\text{где } C_{\text{м}} = \frac{pN}{2\pi a} = \frac{1 \cdot 200}{2\pi \cdot 1} = 31,83.$$

Мощность на валу двигателя

$$P = \frac{nM}{9550} = \frac{1000 \cdot 31,96}{9550} = 3,35 \text{ кВт.}$$

Задача 12.8. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность $P_{\text{ном}} = 3,2$ кВт, номинальное напряжение $U_{\text{ном}} = 110$ В, ток $I_{\text{ном}} = 37,3$ А, частота вращения

$n_{\text{ном}} = 750 \text{ мин}^{-1}$. Сопротивление обмотки якоря $R_{\text{я}} = 0,2 \text{ Ом}$, ток возбуждения $I_{\text{в.ном}} = 2 \text{ А}$.

Определить: 1) КПД двигателя и ЭДС при номинальной нагрузке; 2) ЭДС и частоту вращения при включении последовательно с якорем сопротивления $R = 0,5 \text{ Ом}$ и токе якоря $I_{\text{я}} = 41 \text{ А}$. Сопротивление параллельной обмотки остается при этом неизменным. Действием реакции якоря пренебречь.

Решение. 1. КПД двигателя

$$\eta = \frac{P_{\text{ном}}}{P_{1\text{ ном}}} = \frac{3,2}{110 \cdot 37,3} = 0,78,$$

где $P_{1\text{ ном}} = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}}$ – мощность, потребляемая двигателем от сети.

Ток якоря двигателя при номинальной нагрузке

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в.ном}} = 37,3 - 2 = 35,3 \text{ А}.$$

Определяем ЭДС двигателя при номинальной нагрузке:

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} I_{\text{я.ном}} = 110 - 0,2 \cdot 35,3 \approx 103 \text{ В}.$$

2. При токе якоря 41 А и включении в цепь якоря сопротивления $R = 0,5 \text{ Ом}$ ЭДС двигателя

$$E_2 = U_{\text{ном}} - I_{\text{я}}(R_{\text{я}} + R) = 110 - 41(0,2 + 0,5) = 81,3 \text{ В}.$$

Пренебрегая реакцией якоря, можно записать соотношение

$$n_2/n_{\text{ном}} = E_2/E_{\text{ном}},$$

откуда

$$n_2 = n_{\text{ном}} \frac{E_2}{E_{\text{ном}}} = 750 \cdot \frac{81,3}{103} = 592 \text{ мин}^{-1}.$$

Задача 12.9. Для двигателя параллельного возбуждения, у которого $P_{\text{ном}} = 8 \text{ кВт}$, $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$, $n_{\text{ном}} = 1500 \text{ мин}^{-1}$, $I_{\text{ном}} = 43,5 \text{ А}$, рассчитать сопротивление пускового реостата $R_{\text{п}}$ и отдельных его ступеней, чтобы пусковой ток не превышал номинальный более чем в 2,5 раза, а число ступеней равнялось трем. Сопротивления обмотки якоря $R_{\text{я}} = 0,22 \text{ Ом}$, обмотки возбуждения $R_{\text{в}} = 150 \text{ Ом}$.

Решение. Находим ток возбуждения:

$$I_{\text{в.ном}} = U_{\text{ном}} / R_{\text{в}} = 220 / 150 = 1,47 \text{ A.}$$

Ток якоря номинального режима

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в.ном}} = 43,5 - 1,47 \approx 42 \text{ A.}$$

Пусковой ток

$$I_{\text{п}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_{\text{п}} + R_{\text{я}}} = 2,5 I_{\text{я.ном}} = 105 \text{ A.}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} R_{\text{п}} &= \frac{U_{\text{ном}} - 2,5 I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}}{2,5 I_{\text{я.ном}}} = \frac{U_{\text{ном}}}{2,5 I_{\text{я.ном}}} - R_{\text{я}} = \frac{220}{2,5 \cdot 42} - 0,22 = \\ &= 2,1 - 0,22 = 1,88 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Для определения сопротивлений отдельных ступеней пускового реостата воспользуемся рис. 12.7, на котором построены прямые Od , Oe , Of , Og , представляющие собой зависимость $E(I_{\text{я}})$ при различных сопротивлениях цепи якоря. Они описываются уравнением

$$E = U - I_{\text{я}} R_{\text{п}i}, \quad i = \overline{1,4},$$

где $R_{\text{п}1} = R_{\text{я}} + R_1 + R_2 + R_3$ соответствует прямой Od , когда введены все ступени пускового реостата; $R_{\text{п}2} = R_{\text{я}} + R_2 + R_3$ – прямой Oe , когда закорочена первая ступень реостата; $R_{\text{п}3} = R_{\text{я}} + R_3$ – прямой Of , когда закорочены первая и вторая ступени реостата; $R_{\text{п}4} = R_{\text{я}}$ – прямой Og (естественная характеристика), когда реостат закорочен полностью.

Пуск начинается по характеристике Od , для которой справедливы соотношения, устанавливающие предельный диапазон изменения тока якоря при пуске. Для точки d

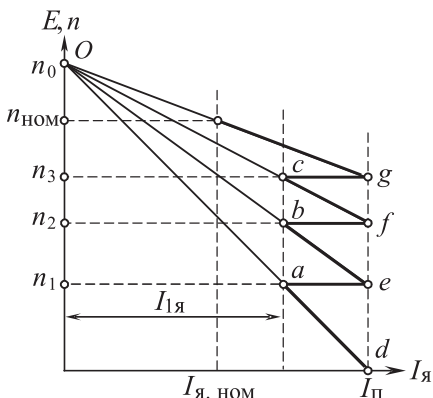


Рис. 12.7

$$I_{\text{п}} = U / R_{\text{п}1},$$

для точки a

$$I_{1я} = (U - E_1)/R_{п1}, \quad (1)$$

где $I_{1я}$ – наименьший пусковой ток.

Полагая, что закорачивание ступени пускового реостата сопровождается мгновенным переходом двигателя на соответствующую характеристику, для точки e имеем

$$I_{п} = (U - E_1)/R_{п2} \quad (2)$$

Аналогично для точек b и f , c и g можно записать

$$I_{1я} = (U - E_2)/R_{п2}, \quad (3)$$

$$I_{п} = (U - E_2)/R_{п3}, \quad (4)$$

$$I_{1я} = (U - E_3)/R_{п3}, \quad (5)$$

$$I_{п} = (U - E_3) / R_{п4} = (U - E_3)/R_{я}. \quad (6)$$

Из отношения уравнений (1) и (2), (3) и (4), (5) и (6) получим соответственно:

$$\left. \begin{aligned} I_{п}/I_{1я} &= R_{п1}/R_{п2}; \\ I_{п}/I_{1я} &= R_{п2}/R_{п3}; \\ I_{п}/I_{1я} &= R_{п3}/R_{я}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Решив систему уравнений (7), найдем:

$$(I_{п}/I_{1я})^3 = R_{п1}/R_{я}.$$

Из последнего выражения (с учетом того, что $R_{п1} = R_{я} + R_{п} = 0,22 + 1,88 = 2,1 \text{ Ом}$) получим:

$$I_{1я} = \sqrt[3]{I_{п}^3 R_{я}/R_{п1}} = \sqrt[3]{105^3 \cdot 0,22/2,1} = 49,5 \text{ А}.$$

Из уравнений (7) находим: $R_1 = 1,12 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,527 \text{ Ом}$, $R_3 = 0,25 \text{ Ом}$.

Задача 12.10. Двигатель параллельного возбуждения имеет номинальное напряжение $U_{ном} = 220 \text{ В}$, ток $I_{ном} = 12,5 \text{ А}$, сопротивление обмоток якоря и добавочных полюсов $R_{я} = 1,25 \text{ Ом}$, сопротивление обмотки возбуждения $R_{в} = 860 \text{ Ом}$, частоту вращения $n_{ном} = 3000 \text{ мин}^{-1}$, число проводников обмотки якоря $N = 432$, чис-

ло полюсов $2p = 4$, число параллельных ветвей $2a = 2$, падение напряжения в щеточных контактах $\Delta U_{\text{щ}} = 2$ В. Рассчитать добавочное сопротивление $R_{\text{д}}$, которое необходимо включить в цепь якоря, чтобы частота вращения двигателя снизилась до $n = 2000$ мин⁻¹ при неизменных токах якоря и возбуждения.

Решение. Ток возбуждения

$$I_{\text{в}} = U_{\text{ном}} / R_{\text{в}} = 220 / 860 = 0,26 \text{ А.}$$

Номинальный ток якоря

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в}} = 12,5 - 0,26 = 12,24 \text{ А.}$$

Находим ЭДС двигателя при частоте вращения $n_{\text{ном}} = 3000$ мин⁻¹:

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}} - \Delta U_{\text{щ}} = 220 - 12,24 \cdot 1,25 - 2 = 202,7 \text{ В,}$$

где $\Delta U_{\text{щ}}$ – падение напряжения в щеточных контактах.

Магнитный поток

$$\Phi_{\text{ном}} = \frac{E_{\text{ном}}}{C_E n_{\text{ном}}} = \frac{202,7}{14,4 \cdot 3000} = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ Вб,}$$

где $C_E = \frac{pN}{60a} = \frac{2 \cdot 432}{60 \cdot 1} = 14,4.$

Поскольку по условию задачи ток возбуждения не изменяется, то неизменным остается магнитный поток. Следовательно,

$$E = C_E n \Phi_{\text{ном}} = 14,4 \cdot 2000 \cdot 4,7 \cdot 10^{-3} = 135,4 \text{ В.}$$

Добавочное сопротивление найдем из равенства

$$U_{\text{ном}} = E + I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}} + I_{\text{я.ном}} R_{\text{д}} + \Delta U_{\text{щ}}.$$

Отсюда

$$R_{\text{д}} = \frac{U_{\text{ном}} - E - \Delta U_{\text{щ}}}{I_{\text{я.ном}}} - R_{\text{я}} = \frac{220 - 135,4 - 2}{12,24} - 1,25 = 5,5 \text{ Ом.}$$

При частоте вращения $n_{\text{ном}} = 3000$ мин⁻¹ электромагнитная мощность

$$P_{\text{эм.ном}} = E_{\text{ном}} I_{\text{я.ном}} = 202,7 \cdot 12,24 = 2,48 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 2,48 \text{ кВт.}$$

При частоте вращения $n = 2000$ мин⁻¹ электромагнитная мощность

$$P_{\text{эм}} = EI_{\text{я.ном}} = 135,4 \cdot 12,24 = 1,66 \cdot 10^3 \text{ Вт} = 1,66 \text{ кВт.}$$

Изменение электромагнитной мощности

$$\Delta P_{\text{эм}} = P_{\text{эм.ном}} - P_{\text{эм}} = 2,48 - 1,66 = 0,82 \text{ кВт.}$$

Вращающий момент двигателя

$$M = C_M \Phi_{\text{ном}} I_{\text{я}} = 137,6 \cdot 4,7 \cdot 10^{-3} \cdot 12,24 = 7,9 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$\text{где } C_M = \frac{pN}{2\pi a} = \frac{2 \cdot 432}{2 \cdot 3,14 \cdot 1} = 137,6.$$

Вращающий момент остается неизменным, поскольку ток якоря и поток не изменились.

Задача 12.11. Двигатель параллельного возбуждения, подключенный к сети напряжением $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$, имеет следующие данные: $I_{\text{ном}} = 136 \text{ А}$, сопротивление обмотки якоря и добавочных полюсов $R_{\text{я } 20^\circ} = 0,102 \text{ Ом}$, обмотки возбуждения $R_{\text{в } 20^\circ} = 44 \text{ Ом}$, КПД двигателя при номинальной нагрузке $\eta_{\text{ном}} = 83,5\%$. Определить мощность, потребляемую двигателем от сети; номинальную мощность двигателя; суммарные потери в двигателе; потери мощности в обмотке якоря и добавочных полюсов; потери мощности в обмотке возбуждения; потери в щеточных контактах; механические и магнитные потери; ток якоря при холостом ходе. Добавочные потери принять равными 1% от мощности, потребляемой двигателем от сети.

Решение. Мощность, потребляемая двигателем от сети,

$$P_1 = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}} = 220 \cdot 136 = 29,92 \text{ кВт.}$$

Номинальная мощность двигателя (полезная на валу)

$$P_{\text{ном}} = P_1 \eta_{\text{ном}} = 29,92 \cdot 0,835 \approx 25 \text{ кВт.}$$

Суммарные потери в двигателе

$$\Sigma \Delta P = P_1 - P_{\text{ном}} = 29,92 - 25 = 4,92 \text{ кВт.}$$

Находим сопротивления обмотки якоря и добавочных полюсов $R_{\text{я } 75^\circ}$, обмотки возбуждения $R_{\text{в } 75^\circ}$ при $t = 75^\circ \text{ С}$:

$$R_{\text{я } 75^\circ} = R_{\text{я } 20^\circ} \cdot \frac{235 + t}{235 + t_0} = 0,102 \cdot \frac{235 + 75}{235 + 20} = 0,124 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{в } 75^\circ} = R_{\text{в } 20^\circ} \frac{235 + t}{235 + t_0} = 44 \cdot \frac{235 + 75}{235 + 20} = 53,5 \text{ Ом.}$$

Ток в обмотке возбуждения

$$I_{\text{в.ном}} = U_{\text{ном}} / R_{\text{в } 75^\circ} = 4,12 \text{ А.}$$

Ток в обмотке якоря

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в.ном}} = 136 - 4,12 = 131,88 \text{ А.}$$

Потери в обмотке якоря

$$\Delta P_{\text{я}} = R_{\text{я } 75^\circ} I_{\text{я.ном}}^2 = 0,124 \cdot 131,88^2 = 2460 \text{ Вт.}$$

Потери в обмотке возбуждения

$$\Delta P_{\text{в}} = R_{\text{в } 75^\circ} I_{\text{в.ном}}^2 = 53,5 \cdot 4,12^2 = 91 \text{ Вт.}$$

Потери в щеточных контактах

$$\Delta P_{\text{щ}} = \Delta U_{\text{щ}} I_{\text{я}} = 2 \cdot 131,88 \approx 264 \text{ Вт.}$$

Добавочные потери

$$\Delta P_{\text{д}} = 0,01 P_1 = 0,01 \cdot 29\,920 = 299,2 \text{ Вт.}$$

Механические и магнитные потери

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{мех}} + \Delta P_{\text{маг}} &= \Sigma \Delta P - (\Delta P_{\text{я}} + \Delta P_{\text{в}} + \Delta P_{\text{щ}} + \Delta P_{\text{д}}) = \\ &= 4920 - (2460 + 91 + 264 + 299,2) = 2206 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Ток якоря при холостом ходе определяется механическими и магнитными потерями:

$$I_{\text{я.х}} = \frac{\Delta P_{\text{мех}} + \Delta P_{\text{маг}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{2206}{220} \approx 10 \text{ А.}$$

Задача 12.12. Для двигателя, рассмотренного в задаче 12.11, построить диаграмму $n(I_{\text{я}})$ при $U = \text{const}$ в диапазоне изменения нагрузки от холостого хода до номинальной, если поток на один полюс двигателя $\Phi = 41,12 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ (реакцией якоря пренебречь), число проводников якоря $N = 420$, число пар полюсов $p = 2$, число пар параллельных ветвей $a = 2$. Определить электромагнитный момент при номинальной нагрузке.

Решение. Частота вращения якоря

$$n = \frac{U - R_{\text{я}} I_{\text{я}}}{C_E \Phi},$$

где $C_E = \frac{pN}{60a} = \frac{2 \cdot 420}{60 \cdot 2} = 7$.

Частота вращения при холостом ходе ($I_{\text{я.х}} = 10 \text{ A}$)

$$n_{\text{х}} = \frac{220 - 10 \cdot 0,124}{7 \cdot 41,12 \cdot 10^{-3}} = 760 \text{ мин}^{-1}.$$

Таблица 12.3

$I_{\text{я}}, \text{ A}$	10	33	66	99	132
$n, \text{ мин}^{-1}$	760	750	736	722	707

Задаваясь значениями тока якоря, равными 25, 50, 75 и 100% $I_{\text{я.ном}}$, найдем соответствующие им частоты вращения якоря. Результаты расчета сводим в табл. 12.3. Диаграмма $n(I_{\text{я}})$ двигателя приведена на рис. 12.8.

Электромагнитный момент двигателя при номинальной нагрузке

$$M = 9550 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = \frac{9550 \cdot 25}{707} = 337,7 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

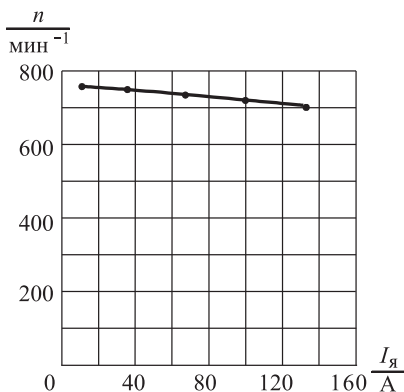


Рис. 12.8

Задача 12.13. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$, $I_{\text{ном}} = 93 \text{ А}$, $n_{\text{ном}} = 750 \text{ мин}^{-1}$. Сопротивление обмотки якоря и добавочных полюсов в нагретом состоянии $R_{\text{я}} = 1,92 \text{ Ом}$, обмотки возбуждения $R_{\text{в}} = 80 \text{ Ом}$. Определить, как изменится частота вращения двигателя при неизменном моменте на валу, если подведенное к обмотке якоря напряжение уменьшить до 200 В, а ток возбуждения оставить неизменным.

Решение. Находим номинальный ток якоря:

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в.ном}} = 93 - 2,75 = 90,25 \text{ А},$$

где $I_{\text{в.ном}} = U_{\text{ном}}/R_{\text{в}} = 220/80 = 2,75 \text{ А}$.

Вращающие моменты двигателя при обоих напряжениях будут

$$M_{\text{ном}} = C_M \Phi_{\text{ном}} I_{\text{я.ном}}; \quad M_1 = C_M \Phi_1 I_{\text{я1}}.$$

Но так как по условию задачи остаются неизменными момент на валу двигателя и ток возбуждения, то и токи якоря в обоих случаях тоже будут равны, т.е. $I_{\text{я.ном}} = I_{\text{я1}}$.

Запишем выражения для частот вращения двигателя:

$$n_{\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}}{C_E \Phi_{\text{ном}}}; \quad n_1 = \frac{U_1 - I_{\text{я1}} R_{\text{я}}}{C_E \Phi_1}.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{n_{\text{ном}}} &= \frac{U_1 - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}}{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}}; \\ n_1 &= n_{\text{ном}} \frac{U_1 - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}}{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}} = 750 \cdot \frac{200 - 90,25 \cdot 1,92}{220 - 90,25 \cdot 1,92} = \\ &= \frac{200 - 173,3}{220 - 173,3} = 429 \text{ мин}^{-1}. \end{aligned}$$

Задача 12.14. Двигатель последовательного возбуждения потребляет из сети мощность $P_{\text{1ном}} = 3,2 \text{ кВт}$ при напряжении $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$ и вращается с частотой $n_{\text{ном}} = 1000 \text{ мин}^{-1}$. Сопротивление цепи якоря при температуре 75°С $R_{\text{я}} = 0,94 \text{ Ом}$. Падение напряжения в щеточных контактах $\Delta U_{\text{щ}} = 2 \text{ В}$. Как изменится ток якоря $I_{\text{я}}$, ЭДС E обмотки якоря, полезная мощность на валу P , КПД и частота вращения двигателя, если напряжение сети понизится на 20%, а момент на валу $M = 26,50 \text{ Н} \cdot \text{м}$ останется неизменным?

Решение. Находим ток и ЭДС якоря при номинальном напряжении:

$$I_{\text{я.ном}} = P_{\text{1ном}}/U_{\text{ном}} = 3200/220 = 14,5 \text{ А},$$

$$E_{\text{ном}} = U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}} - \Delta U_{\text{щ}} = 220 - 14,5 \cdot 0,94 - 2 = 204,4 \text{ В}.$$

Определяем полезную мощность и КПД при номинальном напряжении:

$$P_{\text{ном}} = \frac{Mn_{\text{ном}}}{9,550} = \frac{26,5 \cdot 1000}{9,550} = 2,8 \text{ кВт};$$

$$\eta_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{P_1 \text{ ном}} = \frac{2,8}{3,2} = 0,875 \text{ или } 87,5\%.$$

Поскольку в двигателе последовательного возбуждения поток пропорционален току, то момент $M = C_M \Phi I_{\text{я}}$ будет пропорционален квадрату тока: $M = C_M \Phi I_{\text{я}} \equiv C_M I_{\text{я}}^2$. Следовательно, при $M = \text{const}$ ток якоря не изменится ($I_{\text{я}} = I_{\text{я.ном}} = 14,5 \text{ А}$).

При снижении напряжения сети на 20% напряжение питания двигателя $U = 0,8U_{\text{ном}} = 0,8 \cdot 220 = 176 \text{ В}$ и ЭДС якоря

$$E = U - I_{\text{я}} R_{\text{я}} - \Delta U_{\text{щ}} = 176 - 14,5 \cdot 0,94 - 2 = 160,4 \text{ В}.$$

Потребляемая двигателем мощность

$$P_1 = UI_{\text{я}} = 176 \cdot 14,5 = 2,55 \text{ кВт}.$$

Так как магнитный поток не изменился, то

$$\frac{E_{\text{ном}}}{E} = \frac{C_E n_{\text{ном}} \Phi}{C_E n \Phi} = \frac{n_{\text{ном}}}{n};$$

$$n = \frac{E}{E_{\text{ном}}} n_{\text{ном}} = \frac{160,4}{204,4} \cdot 1000 = 785 \text{ мин}^{-1}.$$

Находим полезную мощность и КПД при пониженном напряжении:

$$P = \frac{Mn}{9550} = \frac{26,5 \cdot 785}{9550} = 2,18 \text{ кВт};$$

$$\eta = \frac{P}{P_1} \cdot 100 = \frac{2,18}{2,53} \cdot 100 = 85,5\%.$$

Относительные изменения ЭДС, мощности и частоты вращения равны соответственно:

$$\Delta E = \frac{E_{\text{ном}} - E}{E_{\text{ном}}} \cdot 100 = \frac{204,4 - 160,4}{204,4} \cdot 100 = 21,5\%;$$

$$\Delta P = \frac{P_{\text{НОМ}} - P}{P_{\text{НОМ}}} \cdot 100 = \frac{2,8 - 2,18}{2,8} \cdot 100 = 22,1\%;$$

$$\Delta n = \frac{n_{\text{НОМ}} - n}{n_{\text{НОМ}}} \cdot 100 = \frac{1000 - 785}{1000} \cdot 100 = 21,5\%.$$

Таким образом, в результате снижения напряжения сети на 20% при неизменном моменте на валу двигателя ток якоря не изменился, ЭДС уменьшилась на 21,5%, полезная мощность на валу уменьшилась на 22,1%, частота вращения понизилась на 21,5% и КПД уменьшился на 2,0%.

Задача 12.15. Двигатель последовательного возбуждения, имеющий номинальную мощность $P_{\text{НОМ}} = 1,5$ кВт и номинальное напряжение $U_{\text{НОМ}} = 220$ В, вращается с частотой $n_{\text{НОМ}} = 1500$ мин⁻¹. Сопротивление цепи якоря в нагретом состоянии $R_{\text{я}} = 0,706$ Ом. Момент на валу двигателя $M_{\text{НОМ}} = 9,55$ Н · м, номинальный ток $I_{\text{НОМ}} = 17,4$ А. Построить скоростную характеристику и кривую КПД двигателя при следующих соотношениях момента на валу двигателя: $M / M_{\text{НОМ}} = 0,25; 0,50; 0,75; 1,0; 1,25$. При расчетах принять, что магнитопровод машины не насыщен.

Решение. При малом насыщении стали можно считать, что:

$$\frac{M_{\text{НОМ}}}{M} = \frac{I_{\text{я.НОМ}}^2}{I_{\text{я}}^2}; \quad \frac{E_{\text{НОМ}}}{E} = \frac{C_E n_{\text{НОМ}} \Phi_{\text{НОМ}}}{C_E n \Phi} = \frac{n_{\text{НОМ}} I_{\text{я.НОМ}}}{n \cdot I_{\text{я}}}.$$

Тогда

$$I_{\text{я}} = I_{\text{я.НОМ}} \sqrt{\frac{M}{M_{\text{НОМ}}}}; \quad n = n_{\text{НОМ}} \frac{I_{\text{я.НОМ}} E}{I_{\text{я}} E_{\text{НОМ}}}.$$

Таблица 12.4

$M/M_{\text{НОМ}}$	$\sqrt{M/M_{\text{НОМ}}}$	$I_{\text{я}}, \text{ А}$	$E, \text{ В}$	$n, \text{ мин}^{-1}$	$P_1, \text{ кВт}$	$P, \text{ кВт}$	η
0,25	0,5	4,34	216,9	3045	0,955	0,76	0,796
0,5	0,707	6,14	215,7	2140	1,351	1,07	0,792
0,75	0,866	7,52	214,7	1740	1,654	1,305	0,789
1,0	1,0	8,69	213,9	1500	1,912	1,5	0,785
1,25	1,12	9,73	2131	1335	2,141	1,67	0,78

Определяем ЭДС двигателя: $E = U_{\text{НОМ}} - I_{\text{я}} R_{\text{я}}$.

Полезная мощность на валу двигателя $P = Mn/9550$.

Находим КПД двигателя:

$$\eta = P/P_1 = P/(U_{\text{ном}} I_{\text{я}}),$$

где $P_1 = U_{\text{ном}} I_{\text{я}}$ – мощность, потребляемая двигателем от сети.

Результаты расчета сводим в табл. 12.4.

Зависимости $n = f(M/M_{\text{ном}})$ и $\eta = f(M/M_{\text{ном}})$, построенные по данным, приведенным в табл. 12.4, представлены на рис. 12.9, а, б соответственно.

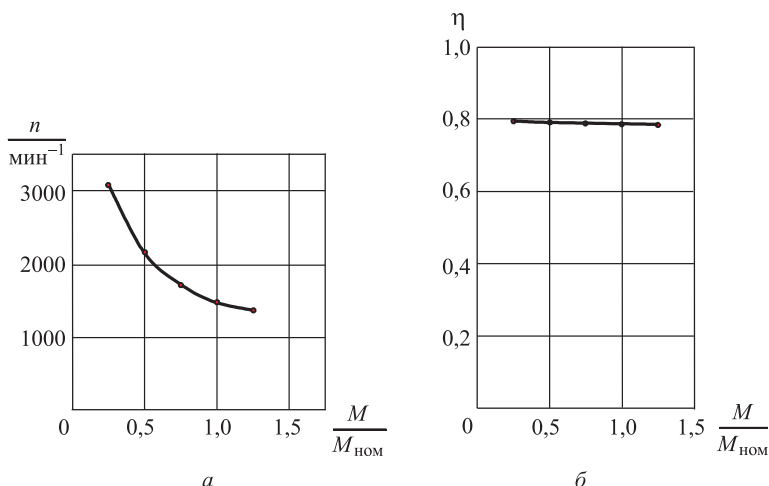


Рис. 12.9

Задача 12.16. Генератор параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные: $P_{\text{ном}} = 5$ кВт, $U_{\text{ном}} = 230$ В, $I_{\text{в. ном}} = 2$ А, $n_{\text{ном}} = 1450$ мин⁻¹, $\eta_{\text{ном}} = 80,5\%$. Сопротивление цепи якоря в нагретом состоянии $R_{\text{я}} = 0,95$ Ом. Какую частоту вращения разовьет данная машина, работая в режиме двигателя при $U_{\text{д. ном}} = 220$ В и $P_{\text{д. ном}} = 4,5$ кВт, если магнитный поток полюсов и КПД считать одинаковыми в обоих режимах? Определить также изменение частоты вращения двигателя при переходе от номинальной нагрузки к холостому ходу. Влиянием тока якоря при холостом ходе и реакцией якоря пренебречь.

Решение. Находим номинальные токи генератора $I_{\text{г. ном}}$ и двигателя $I_{\text{д. ном}}$:

$$I_{\Gamma.\text{НОМ}} = \frac{P_{\Gamma.\text{НОМ}}}{U_{\Gamma.\text{НОМ}}} = \frac{5000}{230} = 21,74 \text{ A};$$

$$I_{\text{д.НОМ}} = \frac{P_{\text{д.НОМ}}}{\eta_{\text{НОМ}} U_{\text{д.НОМ}}} = \frac{4500}{0,805 \cdot 220} = 25,4 \text{ A}.$$

Так как магнитный поток полюсов одинаков, то токи возбуждения в обоих режимах остаются неизменными.

Номинальный ток обмотки якоря генератора

$$I_{\text{я.г.НОМ}} = I_{\Gamma.\text{НОМ}} + I_{\text{в.НОМ}} = 21,74 + 2 = 23,74 \text{ A}.$$

Номинальный ток обмотки якоря двигателя

$$I_{\text{я.д.НОМ}} = I_{\text{д.НОМ}} - I_{\text{в.НОМ}} = 25,4 - 2 = 23,4 \text{ A}.$$

При номинальной нагрузке ЭДС генератора

$$E_{\Gamma.\text{НОМ}} = U_{\Gamma.\text{НОМ}} + I_{\text{я.г.НОМ}} R_{\text{я}} + \Delta U_{\text{щ}} = 230 + 23,74 \cdot 0,95 + 2 = 254,55 \text{ В},$$

где $\Delta U_{\text{щ}} = 2 \text{ В}$ для угольных и угольно-графитных щеток.

При номинальной нагрузке ЭДС двигателя

$$E_{\text{д.НОМ}} = U_{\text{д.НОМ}} - I_{\text{я.д.НОМ}} R_{\text{я}} - \Delta U_{\text{щ}} = 220 - 23,4 \cdot 0,95 - 2 = 195,77 \text{ В}.$$

Так как по условию $\Phi_{\Gamma} = \Phi_{\text{д}} = \Phi$, то из выражений для ЭДС генератора и двигателя $E_{\Gamma.\text{НОМ}} = C_E n_{\Gamma} \Phi$ и $E_{\text{д.НОМ}} = C_E n_{\text{д}} \Phi$ находим:

$$E_{\text{д.НОМ}} / E_{\Gamma.\text{НОМ}} = \frac{n_{\text{д}}}{n_{\Gamma}}.$$

Отсюда

$$n_{\text{д}} = n_{\Gamma} \frac{E_{\text{д.НОМ}}}{E_{\Gamma.\text{НОМ}}} = 1450 \cdot \frac{195,77}{254,55} = 1115 \text{ мин}^{-1}.$$

На холостом ходу ЭДС двигателя можно считать равной напряжению ($E_{\text{д.х}} \approx U_{\text{д.НОМ}}$). Тогда, пренебрегая реакцией якоря, получаем:

$$\frac{n_{\text{д.х}}}{n_{\text{д}}} = \frac{E_{\text{д.х}}}{E_{\text{д.НОМ}}} \text{ и } n_{\text{д.х}} = n_{\text{д}} \frac{E_{\text{д.х}}}{E_{\text{д.НОМ}}} = 1115 \cdot \frac{220}{195,77} = 1253 \text{ мин}^{-1}.$$

Изменение частоты вращения при переходе от номинального режима к холостому ходу

$$\Delta n = \frac{n_{д.х} - n_{д}}{n_{д}} \cdot 100 = \frac{1253 - 1115}{1115} \cdot 100 = 12,4\%.$$

Задача 12.17. Двигатель постоянного тока, номинальные данные которого $P_{\text{ном}} = 10$ кВт, $U_{\text{ном}} = 220$ В, $I_{\text{ном}} = 58$ А, $R_{\text{я}} = 0,432$ Ом, $R_{\text{в}} = 110$ Ом, $n_{\text{ном}} = 750$ мин⁻¹, $\eta_{\text{ном}} = 78,5\%$, хотят использовать в качестве генератора напряжением $U_{\text{г}} = 230$ В. Падение напряжения в щеточных контактах $\Delta U_{\text{щ}} = 2$ В. Определить номинальную мощность этого генератора, его КПД и номинальную частоту вращения.

Решение. Находим токи якоря двигателя и генератора:

$$I_{\text{я.д}} = I_{\text{я.г}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в}} = I_{\text{ном}} - U_{\text{ном}}/R_{\text{в}} = 58 - 220/110 = 56 \text{ А}.$$

Определяем ЭДС двигателя и генератора:

$$E_{\text{д}} = U_{\text{ном}} - I_{\text{я.д}} R_{\text{я}} - \Delta U_{\text{щ}} = 220 - 56 \cdot 0,432 - 2 = 193,8 \text{ В};$$

$$E_{\text{г}} = U_{\text{г}} + I_{\text{я.д}} R_{\text{я}} + \Delta U_{\text{щ}} = 230 + 56 \cdot 0,432 + 2 = 256,2 \text{ В}.$$

Так как по условию задачи $\Phi_{\text{г}} = \Phi_{\text{д}} = \Phi$, то из соотношений $E_{\text{г}} = C_E n_{\text{г}} \Phi$ и $E_{\text{д}} = C_E n_{\text{д}} \Phi$ находим

$$n_{\text{г}} = \frac{E_{\text{г}}}{E_{\text{д}}} n_{\text{д}} = \frac{256,2}{193,8} \cdot 750 \approx 990 \text{ мин}^{-1}.$$

Номинальная мощность генератора

$$P_{\text{г.ном}} = U_{\text{г}} I_{\text{г.ном}} = 230 \cdot 54 = 12,42 \text{ кВт},$$

а его электромагнитная мощность

$$P_{\text{эм}} = E_{\text{г}} I_{\text{я.г}} = 256,2 \cdot 56 = 14,35 \text{ кВт}.$$

$$\text{Тогда } \eta_{\text{г}} = \frac{P_{\text{г.ном}}}{P_{\text{эм}}} = \frac{12,42}{14,35} = 0,865.$$

Задача 12.18. Двигатель постоянного тока смешанного возбуждения имеет следующие технические данные: номинальная мощность $P_{\text{ном}} = 11$ кВт, номинальное напряжение $U_{\text{ном}} = 220$ В, номинальный ток $I_{\text{ном}} = 59,5$ А, частота вращения $n_{\text{ном}} = 1500$ мин⁻¹,

КПД $\eta_{\text{ном}} = 84\%$. Сопротивления обмотки якоря $R_{\text{я}} = 0,162$ Ом, дополнительной обмотки $R_{\text{д}} = 0,062$ Ом, последовательной обмотки возбуждения $R_{\text{пос}} = 0,0072$ Ом, параллельной обмотки возбуждения $R_{\text{в}} = 162$ Ом. Построить зависимость КПД и полезной мощности от тока нагрузки при следующих коэффициентах загрузки двигателя $\beta = I / I_{\text{ном}} = 0,25; 0,50; 0,75; 1,0$.

Решение. Ток возбуждения параллельной обмотки

$$I_{\text{в}} = U_{\text{ном}} / R_{\text{в}} = 220 / 162 = 1,36 \text{ А.}$$

Ток якоря

$$I_{\text{я.ном}} = I_{\text{ном}} - I_{\text{в}} = 59,5 - 1,36 = 58,14 \text{ А.}$$

Переменные потери при номинальной нагрузке:

$$\Delta P_{\text{пер } 1} \approx 2I_{\text{я}} \approx 116,3 \text{ Вт};$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{пер } 2} &= I_{\text{я.ном}}^2 (R_{\text{я}} + R_{\text{д}} + R_{\text{пос}}) + \Delta P_{\text{д}} = \\ &= 58,14^2 (0,162 + 0,062 + 0,0072) + \frac{11000}{84} = 912,5 \text{ Вт,} \end{aligned}$$

где $\Delta P_{\text{пер } 1}$ – потери в щеточных контактах; добавочные потери $\Delta P_{\text{д}}$ приняты равными 1% от потребляемой мощности.

Суммарные потери

$$\Sigma \Delta P = P_1 - P_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} - P_{\text{ном}} = \frac{11\,000}{0,84} - 11\,000 = 2095 \text{ Вт.}$$

Постоянные потери

$$\Delta P_{\text{пост}} = \Sigma \Delta P - (\Delta P_{\text{пер } 1} + \Delta P_{\text{пер } 2}) = 2095 - (116,3 + 912,5) = 1066,2 \text{ Вт.}$$

При коэффициенте загрузки β КПД двигателя

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\beta P_{\text{ном}}}{\beta P_{\text{ном}} + \Delta P_{\text{пост}} + \beta \Delta P_{\text{пер } 1} + \beta^2 \Delta P_{\text{пер } 2}} = \\ &= \frac{P_{\text{ном}}}{P_{\text{ном}} + \frac{\Delta P_{\text{пост}}}{\beta} + \Delta P_{\text{пер } 1} + \beta \Delta P_{\text{пер } 2}}. \end{aligned}$$

При $\beta = 0,25$

$$\eta = \frac{11\,000}{11\,000 + \frac{1066,2}{0,25} + 116,3 + 0,25 \cdot 919,5} = 0,70.$$

Потребляемая двигателем
мощность при $\beta = 0,25$

$$P_1 = U_{\text{ном}} (\beta I_{\text{я.ном}} + I_{\text{в}}) = \\ = 220(0,25 \cdot 58,14 + 1,36) = 3496,9 \text{ Вт.}$$

Мощность на валу двигателя

$$P = \eta P_1 = 3496,9 \cdot 0,70 = \\ = 2464,3 \text{ Вт.}$$

Результаты расчетов для других значений представлены в табл. 12.5.

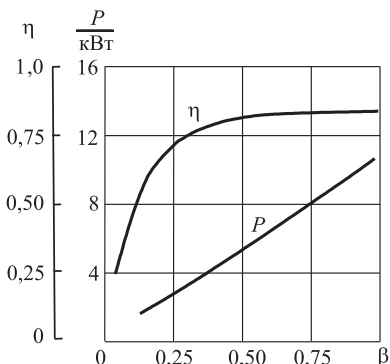


Рис. 12.10

Таблица 12.5

β	0,25	0,50	0,75	1,00
η	0,70	0,80	0,83	0,84
P_1 , Вт	3496,9	6694,6	9892,3	13 095,0
P , Вт	2464,3	5373,0	8235,3	11 000,0

Кривые $\eta(\beta)$ и $P(\beta)$, построенные по вычисленным значениям, приведены на рис. 12.10.

Задача 12.19. Широкорегулируемый двигатель 4ПФ132S постоянного тока с независимым возбуждением имеет следующие номинальные данные: $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$, $P_{\text{ном}} = 10 \text{ кВт}$, $I_{\text{я.ном}} = 53 \text{ А}$, $R_{\text{я}} = 0,29 \text{ Ом}$, $n_{\text{ном}} = 950 \text{ мин}^{-1}$, $n_{\text{max}} = 5000 \text{ мин}^{-1}$. Найти частоту его вращения, если $\Phi^* = \Phi/\Phi_{\text{ном}} = 0,4$ при номинальном напряжении и $M^* = M/M_{\text{ном}} = 0,3$.

Решение. Частота вращения двигателя в номинальном режиме

$$n_{\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}}{C_E \Phi_{\text{ном}}} \quad (1)$$

В режиме работы с ослабленным магнитным потоком Φ^* и уменьшенным моментом на валу M^* частоту вращения можно найти по формуле

$$n = \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}} M^* / \Phi^*}{C_E \Phi^* \Phi_{\text{ном}}}. \quad (2)$$

Разделив выражение (2) на (1), получим:

$$\begin{aligned} \frac{n}{n_{\text{ном}}} &= \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}} M^* / \Phi^*}{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}} \frac{C_E \Phi_{\text{ном}}}{C_E \Phi^* \Phi_{\text{ном}}} = \\ &= \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}} M^* / \Phi^*}{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}} \frac{1}{\Phi^*}. \end{aligned} \quad (3)$$

Из формулы (3) имеем:

$$\begin{aligned} n &= n_{\text{ном}} \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}} M^* / \Phi^*}{U_{\text{ном}} - I_{\text{я.ном}} R_{\text{я}}} \frac{1}{\Phi^*} = 950 \cdot \frac{220 - 53 \cdot 0,29 \cdot 0,3 / 0,4}{220 - 53 \cdot 0,29} \frac{1}{0,4} = \\ &= 950 \cdot \frac{208,47}{204,63} \cdot 2,5 = 2420 \text{ мин}^{-1}. \end{aligned}$$

Контрольные задачи

Задача 12.20. Определить ток якоря и напряжение на зажимах генератора независимого возбуждения при токе возбуждения $I_{\text{в}} = 0,4$ А, если сопротивление цепи якоря $R_{\text{я}} = 0,6$ Ом, сопротивление нагрузки $R_{\text{н}} = 9,4$ Ом. Характеристика холостого хода $E(I_{\text{в}})$ генератора дана на рис. 12.11.

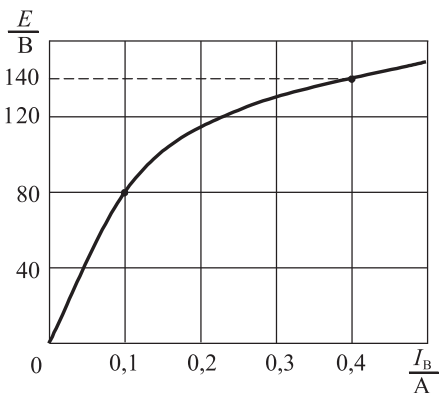


Рис. 12.11

Задача 12.21. Генератор постоянного тока параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные: $U_{\text{ном}} = 220$ В, сопротивление обмоток якоря и возбуждения в нагретом состоянии $R_{\text{я}} = 0,425$ Ом, $R_{\text{в}} = 110$ Ом. Сопротивление внешней цепи $R_{\text{н}} = 3,8$ Ом. Найти ЭДС генератора.

Задача 12.22. Сопротивление обмотки якоря генератора параллельного возбуждения $R_{\text{я}} = 0,02$ Ом. Сопротивление обмотки возбуждения $R_{\text{в}} = 40$ Ом. Сопротивление нагрузки $R_{\text{н}} = 2,2$ Ом. Определить напряжение при номинальной нагрузке, если ЭДС генератора равна 232,1 В.

Задача 12.23. Напряжение на зажимах генератора параллельного возбуждения $U = 115$ В при токе нагрузки $I = 5,2$ А. Найти ток в цепи якоря и полезную мощность, если сопротивление цепи возбуждения в нагретом состоянии $R_{\text{в}} = 143$ Ом.

Задача 12.24. Генератор постоянного тока смешанного возбуждения имеет следующие данные: $U_{\text{ном}} = 230$ В, сопротивление последовательной обмотки возбуждения в нагретом состоянии $R_{\text{пос}} = 0,02$ Ом, сопротивление цепи якоря $R_{\text{я}} = 0,36$ Ом. Ток нагрузки $I = 60$ А, ток обмотки возбуждения $I_{\text{в}} = 2$ А. Найти сопротивление параллельной обмотки возбуждения и ЭДС генератора в номинальном режиме.

Задача 12.25. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: $U_{\text{ном}} = 220$ В, $I_{\text{ном}} = 35,71$ А, сопротивление обмоток якоря и добавочных полюсов при температуре 15°C $R_{\text{я}} = 0,376$ Ом, сопротивление обмотки возбуждения в нагретом состоянии $R_{\text{в}} = 310$ Ом. Число проводников обмотки якоря $N = 744$, число полюсов $2p = 4$, число параллельных ветвей $2a = 2$. Магнитный поток двигателя $\Phi = 0,71 \cdot 10^{-2}$ Вб. Какое сопротивление необходимо включить в цепь якоря, чтобы при номинальной частоте вращения и неизменном токе якоря поток можно было уменьшить на 20%?

Задача 12.26. Определить частоту вращения, полезную мощность на валу и КПД двигателя последовательного возбуждения, данные которого приведены в задаче 12.14, если напряжение сети повысится на 10%, а момент на валу останется прежним.

Задача 12.27. Найти частоты вращения якоря при выключении отдельных ступеней пускового реостата (см. задачу 12.9). Реакцией якоря пренебречь.

Задача 12.28. Определить частоту вращения и ЭДС якоря двигателя постоянного тока смешанного возбуждения при токах якоря: а) $I_{\text{я}} = 0,5I_{\text{я.ном}}$; б) $I_{\text{я}} = I_{\text{я.ном}}$, если в цепь якоря включено добавочное сопротивление $R_{\text{д}} = 2$ Ом. Данные двигателя: $P_{\text{ном}} = 9$ кВт, $n_{\text{ном}} = 900$ мин⁻¹, $U_{\text{ном}} = 220$ В, $I_{\text{я.ном}} = 50$ А, $R_{\text{я}} + R_{\text{пос}} = 0,338 + 0,062 = 0,4$ Ом. Естественная скоростная характеристика приведена на рис. 12.12.

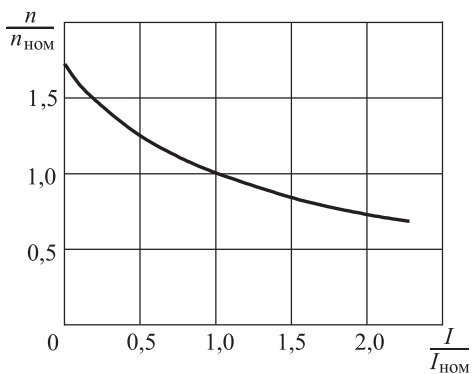


Рис. 12.12

Ответы к контрольным задачам

12.20. 14 А, 131,6 В. **12.21.** 254 В. **12.22.** 230 В. **12.23.** 6 А, 0,6 кВт.
12.24. 115,6 Ом, 253,5 В. **12.25.** 1,16 Ом. **12.26.** 1107 мин⁻¹, 3,1 кВт; 0,88.
12.27. $n_1 = 826 \text{ мин}^{-1}$, $n_2 = 1217 \text{ мин}^{-1}$, $n_3 = 1402 \text{ мин}^{-1}$. **12.28.** а) 860 мин⁻¹,
 160 В; б) 450 мин⁻¹, 100 В.

13. ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ДИОДЫ И ВЫПРЯМИТЕЛИ

Задачи с решениями

Задача 13.1. Определить значение и форму выходного напряжения u_2 в цепи (рис. 13.1, а), полагая, что диод представляет собой идеальный вентиль. Напряжение на входе $u_1 = 30 \sin \omega t$ В.

Решение. Вольт-амперная характеристика идеального вентиля приведена на рис. 13.1, б. При прямом включении сопротивление диода равно нулю, а при обратном – бесконечности. Эквивалентные схемы цепи для положительной и отрицательной полуволн входного напряжения изображены на рис. 13.1, в, г. При положительном значении напряжения u_1 выходное напряжение $u_2 = u_1$; при отрицательном значении напряжения u_1 ток диода равен нулю, а следовательно, ток и напряжение на резисторе сопротивлением R_n равны нулю, $u_2 = 0$. Диаграммы $u_1(t)$ и $u_2(t)$ показаны на рис. 13.1, д.

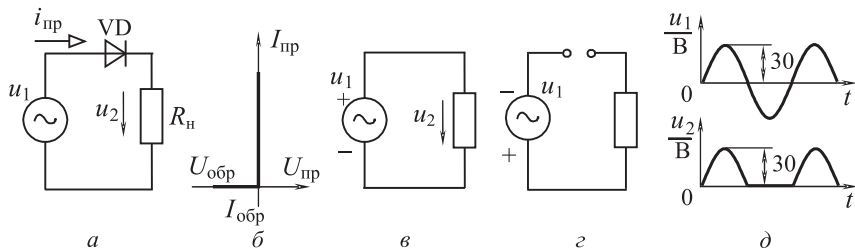


Рис. 13.1

У реального диода прямое сопротивление не равно нулю и имеется падение напряжения на диоде (0,5...1,5 В). Оно мало, поэтому им можно пренебречь, но при малых входных напряжениях его следует учитывать.

Задача 13.2. Кремниевый диод Д210 работает в цепи (рис. 13.1, а) при прямом токе $I_{пр} = 100$ мА. Вольт-амперная характеристика диода приведена на рис. 13.2. Определить прямое сопротивление диода и выходное напряжение $U_{2\text{ср}}$, если на входе цепи $u_1 = 4\sin \omega t$ В.

Решение. По ВАХ $I(U)$ диода при заданном токе $I_{пр} = 100$ мА находим: $U_{пр} = 1$ В. Тогда

$$R_{пр} = U_{пр} / I_{пр} = 1 / (100 \cdot 10^{-3}) = 10 \text{ Ом.}$$

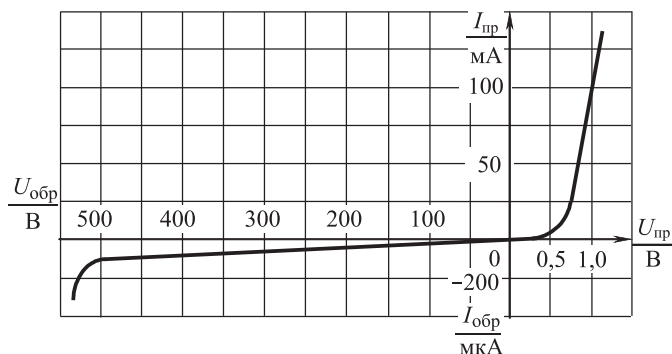


Рис. 13.2

Среднее значение входного напряжения

$$U_{1\text{ ср}} = \frac{1}{\pi} U_{1m} = \frac{1}{\pi} \cdot 4 = 1,32 \text{ В.}$$

Выходное напряжение

$$U_{2\text{ ср}} = U_{1\text{ ср}} - U_{\text{пр}} = 1,32 - 1 = 0,32 \text{ В.}$$

Задача 13.3. Рассчитать простейший однополупериодный выпрямитель без фильтра (рис. 13.3) для выпрямления синусоидального напряжения $U = 220 \text{ В}$ с помощью кремниевых диодов КД202Д.

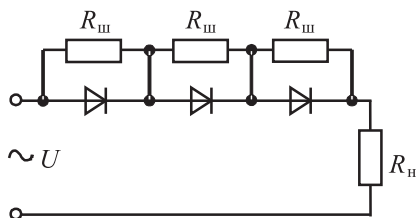


Рис. 13.3

Электрические параметры диодов: $U_{\text{пр}} = 0,9 \text{ В}$, $I_{\text{пр}} = 5 \text{ А}$, $I_{\text{обр}} = 0,8 \text{ мА}$ (при $U_{\text{обр max}}$), $U_{\text{обр max}} = 140 \text{ В}$.

Решение. Амплитудное значение входного напряжения

$$U_m = \sqrt{2}U = 1,41 \cdot 220 = 311 \text{ В}$$

будет обратным напряжением в схеме выпрямления. У диодов КД202Д $U_{\text{обр max}} = 140 \text{ В} < U_m$, значит, в схеме нужно использовать последовательное включение диодов.

Необходимое число диодов

$$n = U_m / (K_{\text{н}} U_{\text{обр max}}),$$

где K_n – коэффициент нагрузки диодов по напряжению (0,5...0,8). Задается $K_n = 0,8$, тогда $n = 311/(0,8 \cdot 140) = 2,76$. Принимаем $n = 3$.

Поскольку обратные сопротивления однотипных диодов имеют большой разброс (могут различаться в несколько раз), то диоды необходимо шунтировать резисторами сопротивлением $R_{ш}$.

Сопротивление резисторов

$$R_{ш} \leq \frac{nU_{обр\ max} - 1,1 U_m}{(n-1)I_{обр\ max}} = \frac{3 \cdot 140 - 1,1 \cdot 311}{(3-1) \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}} = 49\ \text{кОм}.$$

Здесь коэффициент 1,1 учитывает 10%-й разброс сопротивлений резисторов.

Задача 13.4. Рассчитать простейший выпрямитель на диодах КД202Д (рис. 13.4), чтобы выпрямленный ток $I_{выпр}$ был равен 10 А.

Решение. Требуемый выпрямленный ток $I_{выпр}$ больше максимально допустимого тока одного диода $I_{пр\ max} = 5\ \text{А}$ (табл. 13.1). Значит, необходимо несколько диодов соединить параллельно.

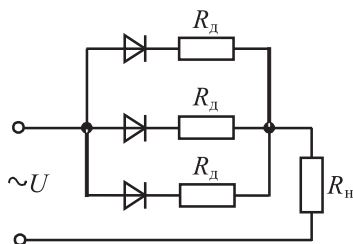


Рис. 13.4

Таблица 13.1

Параметры диода	Тип диода						
	Д210	Д226	Д229А	Д229И	КД212А	КД202Д	Д305
$I_{пр},\ \text{А}$	0,1	0,3	0,4	0,7	1,0	5,0	10,0
$U_{обр\ max},\ \text{В}$	500	400	200	200	200	140	50

Требуемое число диодов

$$n = I_{выпр} / (K_T I_{пр\ max}) = 10 / (0,8 \cdot 5) = 2,5,$$

где $K_T = 0,5...0,8$ – коэффициент нагрузки диодов по току. Принимаем три диода, т.е. $n = 3$.

Поскольку прямые сопротивления однотипных диодов могут различаться, то для выравнивания токов в них необходимо последовательно с диодами включить добавочные резисторы, сопротивления которых

$$R_d \geq \frac{U_{\text{пр}}(n-1)}{nI_{\text{пр max}} - 1,1I_{\text{выпр}}} = \frac{0,9(3-1)}{3 \cdot 5 - 1,1 \cdot 10} = 0,45 \text{ Ом.}$$

Принимаем $R_d = 0,5 \text{ Ом.}$

Задача 13.5. Выбрать диоды для мостового выпрямителя (рис. 13.5), если в нагрузочном резисторе сопротивлением $R_n = 110 \text{ Ом}$ выпрямленный ток $I_{\text{н.ср}} = 1 \text{ А.}$ Рассчитать также коэффициент трансформации и мощность трансформатора, подключенного к сети напряжением $U_1 = 220 \text{ В.}$

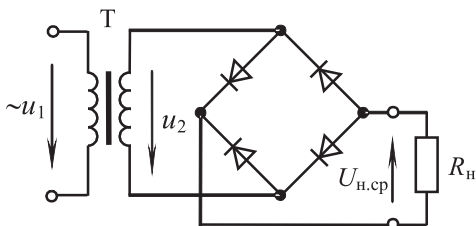


Рис. 13.5

Решение. Среднее значение напряжения на нагрузке

$$U_{\text{н.ср}} = R_n I_{\text{н.ср}} = 110 \cdot 1 = 110 \text{ В.}$$

Действующее значение напряжения вторичной обмотки трансформатора рассчитываем, воспользовавшись табл. 13.2 количественного соотношения напряжений, токов и мощностей для различных схем выпрямления:

$$U_2 = 1,11U_{\text{н.ср}} = 1,11 \cdot 110 = 122 \text{ В.}$$

Таблица 13.2

Схема выпрямления	Соотношения для выбора				Коэф- фициент пульсаций
	диодов		трансформатора		
	$U_{\text{обр max}}/U_{\text{н.ср}}$	$I_{\text{д}}/I_{\text{н.ср}}$	$U_{2\text{ф}}/U_{\text{н.ср}}$	$P_{\text{т}}/P_{\text{н}}$	$k_{\text{п}}$
Однополупериодная ($m = 1$)	3,14	1	2,22	3,0...3,5	1,57
Однофазная мостовая ($m = 2$)	1,57	1/2	1,11	1,23	0,667
Двухполупериодная с нуле- вым выводом трансформатора ($m = 2$)	3,14	1/2	1,11	1,48	0,667
Трехфазная мостовая ($m = 6$)	1,045	1/3	0,427	1,045	0,057
Трехфазная с нулевым выво- дом трансформатора ($m = 3$)	2,09	1/3	0,855	1,34	0,25

Амплитуда обратного напряжения на диодах

$$U_{\text{обр max}} = 1,57 U_{\text{н.ср}} = 1,57 \cdot 110 = 173 \text{ В.}$$

Поскольку ток проходит через диоды только 1/2 периода, то ток диодов

$$I_{\text{д}} = I_{\text{н.ср}} / 2 = 0,5 \text{ А.}$$

Диоды выбираем по двум параметрам: прямому току $I_{\text{пр}}$ и амплитуде максимально допустимого обратного напряжения $U_{\text{обр max}}$, которые должны быть не меньше расчетных значений. Ток $I_{\text{д}} = 0,5 \text{ А}$ и напряжению $U_{\text{обр max}} = 173 \text{ В}$ удовлетворяет диод Д229И (см. табл. 13.1).

Коэффициент трансформации трансформатора

$$n = U_1 / U_2 = 220 / 122 = 1,8.$$

Для выбора по каталогу типового трансформатора определяем расчетную мощность трансформатора:

$$P_{\text{т}} = 1,23 P_{\text{н}} = 1,23 U_{\text{н.ср}} I_{\text{н.ср}} = 1,23 \cdot 110 \cdot 1 = 135 \text{ Вт.}$$

По каталогу ближайшая стандартная мощность

$$S_{\text{ном}} = 160 \text{ В} \cdot \text{А} > P_{\text{т}} = 135 \text{ Вт.}$$

Задача 13.6. В цепи (рис. 13.5) определить среднее значение напряжения на нагрузке, обратное напряжение диодов и амплитуду пульсаций напряжения нагрузки, если $U_2 = 10 \text{ В}$. Падением напряжения в диодах пренебречь.

Решение. Среднее значение напряжения нагрузки

$$U_{\text{н.ср}} = U_2 / 1,11 = 10 / 1,11 = 9 \text{ В.}$$

Обратное напряжение диодов

$$U_{\text{обр max}} = 1,57 U_{\text{н}} = 1,57 \cdot 9 = 14,1 \text{ В.}$$

Коэффициент пульсаций $k_{\text{п}}$ – это отношение амплитуды основной гармоники к среднему значению выпрямленного напряжения $U_{\text{н.ср}}$.

Для двухполупериодного выпрямителя выпрямленное напряжение представляется гармоническим рядом

$$u_{\text{н}} = U_{\text{н.ср}} \left(1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \dots \right).$$

Тогда

$$k_{\text{п}} = \frac{2}{3} U_{\text{н.ср}} / U_{\text{н.ср}} = \frac{2}{3} = 0,667.$$

Амплитуда пульсаций

$$U_{m \text{ п}} = k_{\text{п}} U_{\text{н.ср}} = 0,667 \cdot 9 = 6 \text{ В.}$$

Задача 13.7. Рассчитать и выбрать простой сглаживающий фильтр (индуктивный или емкостный) в выпрямителе (рис. 13.5) для получения коэффициента пульсаций напряжения нагрузки $k_{\text{п2}} = 0,01$ при двух значениях сопротивления нагрузки: $R_{\text{н}} = 10 \text{ Ом}$ и $R_{\text{н}} = 1 \text{ кОм}$. Частота питающей сети $f = 50 \text{ Гц}$.

Решение. Требуемый коэффициент сглаживания выпрямленного напряжения

$$k_{\text{сгл}} = k_{\text{п1}} / k_{\text{п2}} = 0,667 / 0,01 = 66,7,$$

где $k_{\text{п1}}$ – коэффициент пульсаций на выходе двухполупериодного выпрямителя без фильтра (табл. 13.2).

Соотношения для расчета элементов фильтра приведены в табл. 13.3, где m – число пульсаций (фаз) выпрямленного напряжения.

Таблица 13.3

Тип фильтра	Коэффициент сглаживания
Простой емкостный	$k_{\text{сгл } C} = m\omega C_{\phi} R_{\text{н}}$
Простой индуктивный	$k_{\text{сгл } L} = m\omega L_{\phi} / R_{\text{н}}$
Г-образный LC-фильтр	$k_{\text{сгл } \Gamma} = m^2\omega^2 L_{\phi} C_{\phi}$
Г-образный RC-фильтр	$k_{\text{сгл } \Gamma(RC)} = (0,5...0,9)m\omega R_{\phi} C_{\phi}$

При $R_H = 10$ Ом находим:

$$C_\Phi = \frac{k_{\text{сгл } C} \cdot 10^6}{m\omega R_H} = \frac{66,7 \cdot 10^6}{2 \cdot 314 \cdot 10} = 10\ 600 \text{ мкФ};$$

$$L_\Phi = \frac{k_{\text{сгл } L} R_H}{m\omega} = \frac{66,7 \cdot 10}{2 \cdot 314} = 1,06 \text{ Гн}.$$

При $R_H = 1$ кОм получим: $C_\Phi = 106$ мкФ, $L_\Phi = 106$ Гн.

Из расчетов видно, что для низкоомной нагрузки следует взять индуктивный фильтр, так как велика емкость C_Φ , для высокоомной нагрузки ($R_H = 1$ кОм) – емкостный фильтр $C_\Phi = 106$ мкФ.

Задача 13.8. Рассчитать П-образный LC-фильтр к однофазному мостовому выпрямителю с сопротивлением $R_H = 110$ Ом для обеспечения коэффициента пульсаций выходного напряжения $k_{п2} = 0,01$, если частота сети $f = 50$ Гц.

Решение. Рассматриваем П-образный LC-фильтр (рис. 13.6) как многозвенный фильтр, коэффициент сглаживания которого

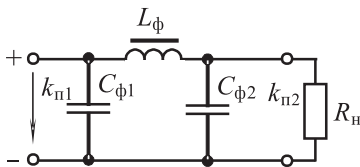


Рис. 13.6

$$k_{\text{сгл } \Pi} = k_{\text{сгл } C} k_{\text{сгл } \Gamma}.$$

Задаемся емкостью $C_\Phi = 100$ мкФ и рассчитываем коэффициент сглаживания емкостного фильтра:

$$k_{\text{сгл } C} = m\omega C_{\Phi 1} R_H = 2 \cdot 314 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 110 = 6,9,$$

где $m = 2$; $\omega = 2\pi f = 314 \text{ с}^{-1}$.

По требуемому значению $k_{\text{сгл } \Pi} = k_{п1} / k_{п2} = 0,667 / 0,01 = 66,7$ определяем:

$$k_{\text{сгл } \Gamma} = k_{\text{сгл } \Pi} / k_{\text{сгл } C} = 66,7 / 6,9 = 9,7.$$

Поскольку коэффициент сглаживания Г-образного фильтра (табл. 13.3) $k_{\text{сгл } \Gamma} = m^2 \omega^2 L_\Phi C_{\Phi 2}$, то

$$L_\Phi C_{\Phi 2} = \frac{k_{\text{сгл } \Gamma}}{m^2 \omega^2} = \frac{9,7 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^5} = 24,2 \text{ Гн} \cdot \text{мкФ}.$$

Задаемся значением $C_{\Phi 2} = 100$ мкФ (обычно выбирают $C_{\Phi 2} = (1...2) C_{\Phi 1}$) и находим индуктивность дросселя:

$$L_\Phi = L_\Phi C_{\Phi 2} / C_{\Phi 2} = 24,2 / 100 = 0,242 \text{ Гн}.$$

Задача 13.9. Рассчитать сопротивление R_6 балластного резистора в схеме параметрического стабилизатора напряжения (рис. 13.7, а), выполненного на кремниевом стабилитроне КС210Ж. Вольт-амперная характеристика стабилитрона дана на рис. 13.7, б. Входное напряжение изменяется от $U_{\min} = 13$ В до $U_{\max} = 19$ В. Сопротивление нагрузочного резистора $R_H = 1,8$ кОм. Будет ли обеспечена стабилизация во всем диапазоне изменения входного напряжения? Чему равен коэффициент стабилизации?

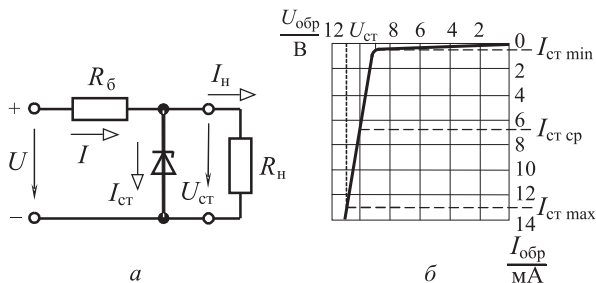


Рис. 13.7

Решение. Сопротивление балластного резистора определяем по формуле

$$R_6 = (U_{cp} - U_{ct}) / (I_{ct, cp} + I_H),$$

где

$$U_{cp} = (U_{\min} + U_{\max}) / 2 = (13 + 19) / 2 = 16 \text{ В};$$

$$I_{ct, cp} = (I_{\min} + I_{\max}) / 2 = (0,5 + 13) / 2 = 6,75 \text{ мА};$$

$$I_H = U_{ct} / R_H = 10 / (1,8 \cdot 10^3) = 5,55 \text{ мА}.$$

Таким образом,

$$R_6 = \frac{16 - 10}{(6,75 + 5,55) \cdot 10^{-3}} = 490 \text{ Ом}.$$

Стабилизация будет обеспечена при изменении входного напряжения от $U_{\min} = U_{ct} + (I_{ct, \min} + I_H)R_6 = 10 + (0,5 + 5,55) \cdot 10^{-3} \times 490 \approx 13$ В до $U_{\max} = U_{ct} + (I_{ct, \max} + I_H)R_6 = 10 + (13 + 5,55) \cdot 10^{-3} \times$

$\times 490 \approx 19,1$ В. Значит, стабилизация обеспечивается во всем диапазоне изменения напряжения источника питания.

Коэффициент стабилизации напряжения

$$k_{\text{ст}} = \frac{\Delta U_{\text{вх}}/U_{\text{вх.ср}}}{\Delta U_{\text{вых}}/U_{\text{вых.ср}}} = \frac{(19-13)/((19+13)/2)}{(11-9)/((11+9)/2)} = \frac{6/16}{2/10} = 1,88.$$

Задача 13.10. Определить средние значения выпрямленного напряжения однофазного двухполупериодного управляемого выпрямителя, если угол управления тиристоров $\alpha = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$. Амплитуда входного напряжения $U_m = 311$ В. Начертить временные диаграммы выпрямленного напряжения.

Решение. Тиристоры открываются с запаздыванием и пропускают ток в течение части полупериода входного напряжения от α до π (рис. 13.8).

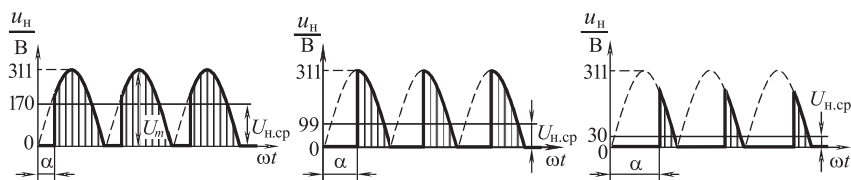


Рис. 13.8

Среднее значение выпрямленного напряжения

$$U_{\text{н.ср}} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} U_m \sin \omega t d\omega t = \frac{2\sqrt{2}U}{\pi} \frac{1 + \cos \alpha}{2} = 0,9U \frac{1 + \cos \alpha}{2}.$$

При $\alpha = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ напряжение $U_{\text{н.ср}}$ равно соответственно 170, 99 и 30 В.

Контрольные задачи

Задача 13.11. Определить статическое сопротивление полупроводникового диода Д210 при включении его в прямом и обратном направлениях, если к диоду приложено прямое напряжение $U_{\text{пр}} = 0,8$ В и обратное $U_{\text{обр}} = 500$ В. Вольт-амперная характеристика диода приведена на рис. 13.2.

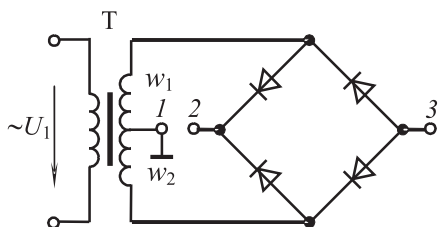


Рис. 13.9

Задача 13.12. На вход выпрямителя (рис. 13.9) подано напряжение $u_1 = U_m \sin \omega t$. Число витков вторичных полуобмоток трансформатора $w_1 = w_2$. Начертить временные диаграммы напряжения на нагрузке при включении ее между выводами: а) 1–2; б) 1–3; в) 2–3.

Задача 13.13. При прямом напряжении 0,9 В максимально допустимый ток диода равен 300 мА. Каково наибольшее напряжение источника, при котором диод будет работать в безопасном режиме, если этот диод соединить последовательно с резистором сопротивлением $R_H = 17 \text{ Ом}$?

Задача 13.14. В цепи (рис. 13.10) через нагрузочный резистор сопротивлением $R_H = 500 \text{ Ом}$ проходит ток $I_{H, \text{cp}} = 0,1 \text{ А}$. Выбрать тип диода и рассчитать коэффициент трансформации и мощность трансформатора (см. табл. 13.1, 13.2), если напряжение питающей сети $U_1 = 220 \text{ В}$.

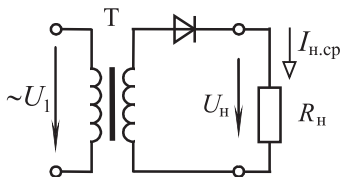


Рис. 13.10

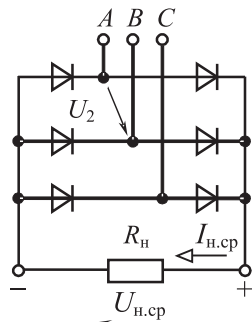


Рис. 13.11

Задача 13.15. Аккумуляторная батарея, ЭДС которой $E = 12 \text{ В}$, внутреннее сопротивление $R_0 = 1 \text{ Ом}$, заряжается через однофазный мостовой выпрямитель, подключенный к трансформатору с вторичным напряжением $u_2 = 22 \sin \omega t \text{ В}$. Начертить электрическую схему зарядной установки и определить среднее значение зарядного тока.

Задача 13.16. Рассчитать входное напряжение U_2 (линейное) и выбрать диоды для трехфазного мостового выпрямителя (рис. 13.11),

если средние значения напряжения и тока нагрузки $U_{н.ср} = 100$ В, $I_{н.ср} = 10$ А. Воспользоваться табл. 13.2. Начертить диаграммы $u_n(t)$ при нормальном режиме и при обрыве одной из фаз.

Задача 13.17. Определить параметры Г-образного LC -фильтра к однополупериодному выпрямителю, если коэффициент пульсации напряжения нагрузки $k_{п2} = 0,02$, частота питающей сети $f = 50$ Гц, сопротивление нагрузки $R_n = 200$ Ом.

Задача 13.18. Определить угол управления однофазного мостового управляемого выпрямителя на тиристорах, если среднее значение напряжения на нагрузке должно быть равным: а) 10 В; б) 1,75 В. Напряжение вторичной обмотки трансформатора, к которому подключен выпрямитель, $U_2 = 13$ В.

Задача 13.19. В параметрическом стабилизаторе напряжения (см. рис. 13.7, а) определить допустимые пределы изменения питающего напряжения, если напряжение стабилизации стабилитрона $U_{ст} = 10$ В, его минимальный ток $I_{ст\ min} = 1$ мА, максимальный ток $I_{ст\ max} = 30$ мА, сопротивление нагрузки $R_n = 1$ кОм, сопротивление балластного резистора $R_6 = 0,5$ кОм.

Задача 13.20. Определить коэффициент полезного действия стабилизатора (см. рис. 13.7, а) на полупроводниковом стабилизаторе, у которого напряжение стабилизации $U_{ст} = 5$ В при токе стабилизации $I_{ст} = 0,5$ А, если $R_n = 10$ Ом, $R_6 = 5$ Ом.

Ответы к контрольным задачам

13.11. $R_{пп} = 16$ Ом, $R_{обп} = 5$ МОм. **13.13.** 6 В. **13.14.** Д210, $n = 2$, $P_T = 15$ Вт. **13.15.** 2 А. **13.16.** $U_2 = 74$ В, КД202Д. **13.17.** $C_\Phi = 200$ мкФ, $L_\Phi = 3,92$ Гн. **13.18.** а) 45° ; б) 135° . **13.19.** $U_{min} = 15,5$ В, $U_{max} = 30$ В. **13.20.** 0,25.

14. ТРАНЗИСТОРЫ И УСИЛИТЕЛЬНЫЕ КАСКАДЫ

Задачи с решениями

Задача 14.1. По статическим характеристикам биполярного транзистора ГТ108А, включенного по схеме с общим эмиттером (рис. 14.1, *а, б*), для точки покоя ($I_{КП} = 10$ мА, $U_{КЭП} = 5$ В) определить h -параметры и начертить схему замещения.

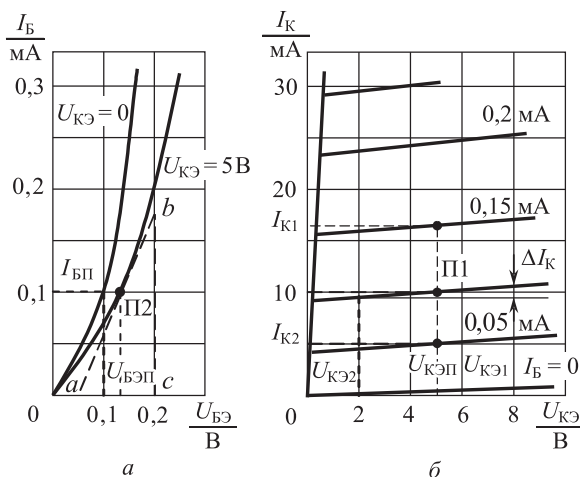


Рис. 14.1

Решение. На выходных характеристиках по $I_{КП} = 10$ мА, $U_{КЭП} = 5$ В отмечаем точку покоя П1. Этому соответствует ток $I_{БП} = 0,1$ мА.

По $I_{БП} = 0,1$ мА и $U_{КЭП} = 5$ В на входных характеристиках находим точку П2. В точке П2 проводим касательную к характеристике. Из треугольника abc находим:

$$h_{11} = \frac{\Delta U_{БЭ}}{\Delta I_B} = \frac{ac}{bc} = \frac{0,2 - 0,05}{0,175 \cdot 10^{-3}} = 0,86 \text{ кОм.}$$

По смещению входных характеристик при $I_B = 0,1$ мА определяем:

$$h_{12} = \frac{\Delta U_{БЭ}}{\Delta U_{КЭ}} = \frac{0,03}{5} = 0,006.$$

По выходным характеристикам находим:

$$h_{21} = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_B} = \frac{I_{K1} - I_{K2}}{\Delta I_B} = \frac{16,5 - 5}{0,1} = 115;$$

$$h_{22} = \frac{\Delta I_K}{\Delta U_{КЭ}} = \frac{\Delta I_K}{U_{КЭ1} - U_{КЭ2}} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{8 - 2} = 167 \cdot 10^{-6} \text{ См.}$$

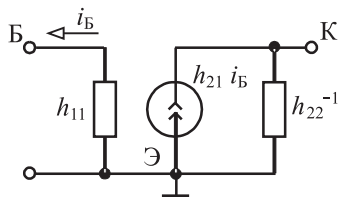


Рис. 14.2

Схема замещения транзистора при $h_{12} = 0$ приведена на рис. 14.2.

Задача 14.2. Статические выходные характеристики полевого транзистора приведены на рис. 14.3, а. Определить крутизну характеристики и внутреннее сопротивление транзистора при $U_{СИП} = 8 \text{ В}$, $U_{ЗИП} = -3 \text{ В}$. Начертить схему замещения транзистора.

Решение. На характеристиках отмечаем точку покоя П с параметрами $U_{СИП} = 8 \text{ В}$ и $U_{ЗИП} = -3 \text{ В}$.

При постоянном $U_{СИП} = 8 \text{ В}$ и при изменении $\Delta U_{ЗИ} = \pm 1 \text{ В}$ находим крутизну характеристики:

$$S = \frac{\Delta I_C}{\Delta U_{ЗИ}} = \frac{I_{C1} - I_{C2}}{\Delta U_{ЗИ}} = \frac{(3,8 - 0,8) \cdot 10^{-3}}{2} = 1,5 \text{ мА/В.}$$

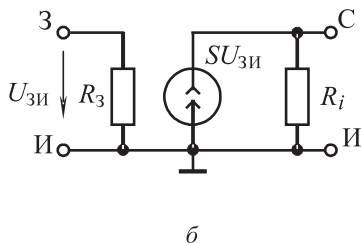
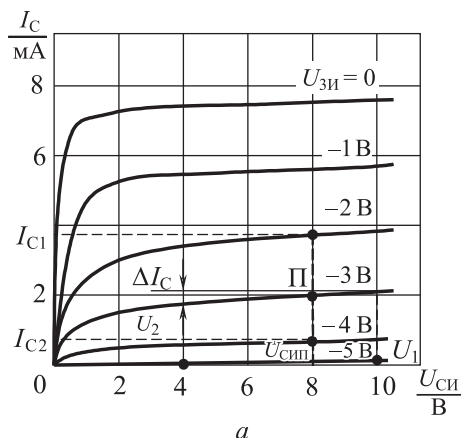


Рис. 14.3

Внутреннее сопротивление

$$R_i = \frac{\Delta U_{\text{СИ}}}{\Delta I_C} = \frac{U_1 - U_2}{\Delta I_C} = \frac{10 - 4}{0,2 \cdot 10^{-3}} = 30 \text{ кОм.}$$

При работе транзистора используется прямолинейный участок характеристик. Схема замещения транзистора приведена на рис. 14.3, б.

Задача 14.3. Схема усилительного каскада на транзисторе ГТ108А приведена на рис. 14.4, а. Рассчитать сопротивления R_1 , R_2 , R_K , $R_{\text{Э}}$ резисторов, если $E_K = 12 \text{ В}$, $I_{\text{КП}} = 5 \text{ мА}$, $U_{\text{ЭКП}} = 5 \text{ В}$, $h_{21} = 115$, $U_{\text{ЭБП}} = 0,1 \text{ В}$, $I_1 = 5I_{\text{БП}}$, $R_{\text{Э}} = 0,1R_K$.

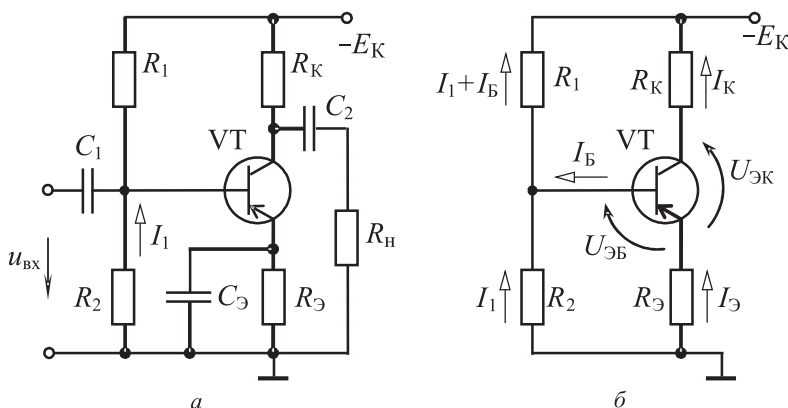


Рис. 14.4

Решение. В статическом режиме токи по элементам каскада проходят под действием источника ЭДС E_K . На постоянном токе сопротивление конденсаторов X_C равно бесконечности, что соответствует разрыву электрической цепи. Поэтому расчетная схема каскада принимает вид, показанный на рис. 14.4, б.

По второму закону Кирхгофа для контура E_K , R_K , VT, $R_{\text{Э}}$

$$E_K = R_K I_K + U_{\text{ЭК}} + R_{\text{Э}} I_{\text{Э}}.$$

Поскольку $h_{21} \gg 1$, то $I_K \approx I_{\text{Э}}$, поэтому для заданной точки покоя

$$R_K + R_{\text{Э}} = \frac{E_K - U_{\text{ЭКП}}}{I_{\text{КП}}} = \frac{12 - 5}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,4 \text{ кОм;}$$

$$R_K = \frac{R_K + R_{\mathcal{E}}}{1,1} = \frac{1,4}{1,1} = 1,27 \text{ кОм}; R_{\mathcal{E}} = 0,13 \text{ кОм}.$$

Для контура R_2 , VT, $R_{\mathcal{E}}$

$$R_2 I_1 - U_{\mathcal{E}\mathcal{B}} - R_{\mathcal{E}} I_{\mathcal{E}} = 0; I_{\mathcal{B}\Pi} = \frac{I_{\mathcal{K}\Pi}}{h_{21}} = \frac{5}{115} \approx 0,04 \text{ мА};$$

$$I_1 = 5 I_{\mathcal{B}\Pi} = 5 \cdot 0,04 = 0,2 \text{ мА}; I_{\mathcal{E}\Pi} \approx I_{\mathcal{K}\Pi};$$

$$R_2 = \frac{U_{\mathcal{E}\mathcal{B}\Pi} + R_{\mathcal{E}} I_{\mathcal{K}\Pi}}{I_1} = \frac{0,1 + 0,13 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{0,2 \cdot 10^{-3}} = 3,75 \text{ кОм}.$$

Из уравнения $E_K = R_2 I_1 + R_1 (I_1 + I_{\mathcal{B}\Pi})$ находим:

$$R_1 = \frac{E_K - R_2 I_1}{I_1 + I_{\mathcal{B}\Pi}} = \frac{12 - 3,75 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}}{(0,2 + 0,04) \cdot 10^{-3}} = 46,9 \text{ кОм}.$$

Задача 14.4. Рассчитать сопротивления резисторов в схеме каскада на полевом транзисторе КП103М, включенном с общим истоком (рис. 14.5), при $E_C = 12 \text{ В}$, $I_{\mathcal{C}\Pi} = 4 \text{ мА}$, $U_{\mathcal{C}\Pi\Pi} = -5 \text{ В}$, $U_{3\Pi\Pi} = 2 \text{ В}$.

Решение. В статическом режиме сопротивление конденсаторов X_C равно бесконечности, поэтому они представляют собой разрыв в электрической цепи. Их можно из схемы исключить.

Для контура E_C , R_C , VT, $R_{\mathcal{H}}$ по второму закону Кирхгофа

$$E_C = R_C I_C + U_{\mathcal{H}\mathcal{C}} + R_{\mathcal{H}} I_C,$$

где $U_{\mathcal{H}\mathcal{C}} = -U_{\mathcal{C}\Pi}$;

Для заданной точки покоя

$$R_C + R_{\mathcal{H}} = \frac{E_C - U_{\mathcal{H}\mathcal{C}\Pi}}{I_{\mathcal{C}\Pi}} = \frac{12 - 5}{4} = 1,75 \text{ кОм}.$$

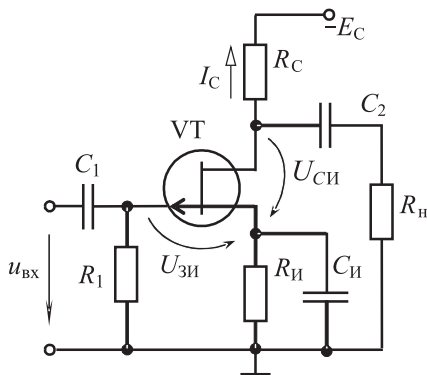


Рис. 14.5

Затвор через резистор сопротивлением R_1 соединен с общей шиной, поэтому

$$U_{3И} = R_{И}I_{И} = R_{И}I_{С};$$

откуда:

$$R_{И} = \frac{U_{3ИП}}{I_{СП}} = \frac{2}{4 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \text{ кОм}; \quad R_{С} = 1,75 - 0,5 = 1,25 \text{ кОм}.$$

Сопротивление резистора R_1 стабилизирует входное сопротивление каскада и принимается равным 1...2 МОм.

Задача 14.5. Для каскада на транзисторе ГТ108А (см. рис. 14.4, а) начертить схему замещения в динамическом режиме и рассчитать динамические параметры при $h_{11} = 0,7 \text{ кОм}$, $h_{21} = 115 \text{ кОм}$, $h_{22} = 170 \cdot 10^{-6} \text{ См}$, $R_{К} = 1,27 \text{ кОм}$, $R_1 = 47 \text{ кОм}$, $R_2 = 3,75 \text{ кОм}$, $R_{Н} = 5 \text{ кОм}$.

Решение. В динамическом режиме токи в схеме проходят под действием источника переменного сигнала $u_{\text{вх}}$. Емкости конденсаторов каскада выбираем так, чтобы на частоте сигнала их сопротивления были малы и ими можно было пренебречь. Внутреннее сопротивление источника $E_{К}$ также приравниваем нулю, поэтому вывод $-E_{К}$ оказывается соединенным с общей точкой схемы (рис. 14.6, а).

Сопротивления R_1 и R_2 включены параллельно, и мы заменяем их эквивалентным сопротивлением

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{47 \cdot 3,75}{47 + 3,75} = 3,47 \text{ кОм}.$$

Представляя транзистор схемой замещения с h -параметрами (см. рис. 14.2), получаем расчетную схему каскада в динамическом режиме (рис. 14.6, б).

Для данной схемы находим:

$$R_{\text{вх}} = \frac{R h_{11}}{R + h_{11}} = \frac{3,47 \cdot 0,7}{3,47 + 0,7} = 0,58 \text{ кОм};$$

$$R_{\text{вых}} = \frac{R_{К} h_{22}^{-1}}{R_{К} + h_{22}^{-1}} = \frac{R_{К}}{1 + h_{22} R_{К}} = \frac{1,27 \cdot 10^3}{1 + 170 \cdot 10^{-6} \cdot 1,27 \cdot 10^3} = 1,04 \text{ кОм};$$

$$i_{\text{Б}} = \frac{u_{\text{вх}}}{h_{11}}; \quad u_{\text{вых}} = -h_{21} i_{\text{Б}} \frac{R_{\text{вых}} R_{\text{Н}}}{R_{\text{вых}} + R_{\text{Н}}} = -h_{21} \frac{u_{\text{вх}}}{h_{11}} \frac{R_{\text{вых}} R_{\text{Н}}}{R_{\text{вых}} + R_{\text{Н}}};$$

$$K_U = \frac{u_{\text{вых}}}{u_{\text{вх}}} = -h_{21} \frac{R_{\text{вых}} R_{\text{Н}}}{h_{11} (R_{\text{вых}} + R_{\text{Н}})} = -115 \cdot \frac{1,04 \cdot 5}{0,7(1,04 + 5)} = -141;$$

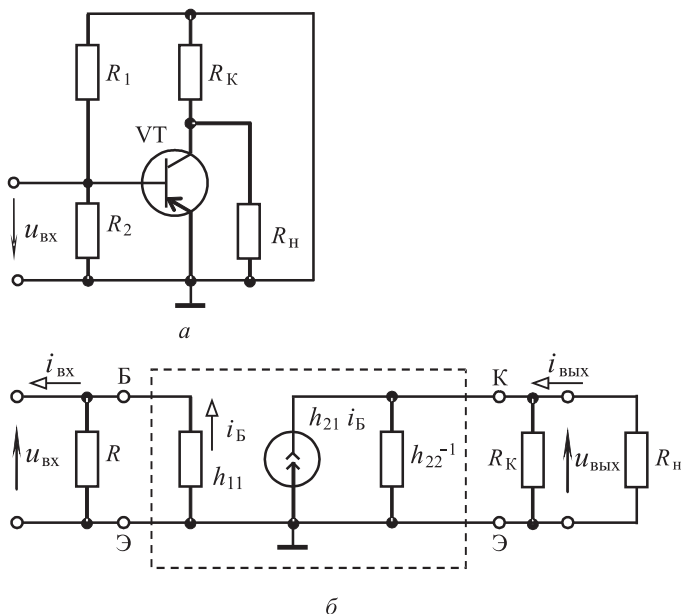


Рис. 14.6

$$h_{22}^{-1} \gg R_K \parallel R_H;$$

$$i_{\text{BX}} = \frac{u_{\text{BX}}}{R_{\text{BX}}}; \quad i_{\text{BЫX}} = \frac{u_{\text{BЫX}}}{R_{\text{H}}} = -h_{21} \frac{u_{\text{BX}}}{h_{11}} \frac{R_{\text{BЫX}}}{R_{\text{BЫX}} + R_{\text{H}}};$$

$$K_I = \frac{i_{\text{BЫX}}}{i_{\text{BX}}} = -h_{21} \frac{R_{\text{BX}}}{h_{11}} \frac{R_{\text{BЫX}}}{R_{\text{BЫX}} + R_{\text{H}}} = -115 \cdot \frac{0,58}{0,7} \frac{1,04}{1,04 + 5} = -16,4;$$

$$K_P = K_U K_I = 141 \cdot 16,4 = 2312.$$

Задача 14.6. Для каскада на полевом транзисторе КП103М, включенном с общим истоком (см. рис. 14.5), начертить схему замещения в динамическом режиме и рассчитать динамические параметры при $S = 1,5 \text{ мА/В}$, $R_i = 30 \text{ кОм}$, $R_1 = 1 \text{ МОм}$, $R_C = 1,25 \text{ кОм}$, $R_{\text{H}} = 5 \text{ кОм}$.

Решение. На частоте входного сигнала u_{BX} пренебрегаем сопротивлением конденсаторов C_1 , C_2 , $C_{\text{И}}$ ($X_C \rightarrow 0$) и внутреннее сопротивление источника E_C принимаем равным нулю. Если заменить полевой транзистор его схемой замещения (см. рис. 14.3, б), то

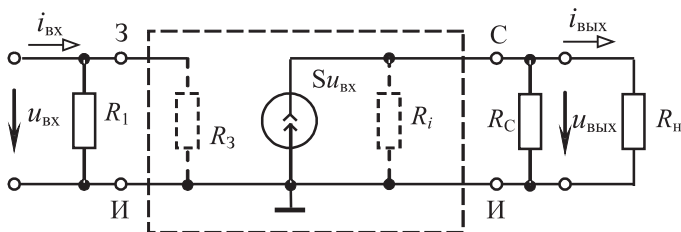


Рис. 14.7

получим расчетную схему, приведенную на рис. 14.7. В этой схеме сопротивление затвор – исток $R_3 = 10^9 \text{ Ом} \gg R_1 = 1 \text{ МОм}$ и $R_i = 30 \text{ кОм} \gg R_C = 1,25 \text{ кОм}$, поэтому при расчете ими можно пренебречь.

Тогда для упрощенной схемы имеем:

$$R_{\text{BX}} = R_1 = 1 \text{ МОм}; R_{\text{ВЫХ}} = R_C = 1,25 \text{ кОм};$$

$$u_{\text{ВЫХ}} = Su_{\text{BX}} \frac{R_C R_H}{R_C + R_H};$$

$$K_U = \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{u_{\text{BX}}} = S \frac{R_C R_H}{R_C + R_H} = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1,25 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^3}{1,25 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3} = 1,5;$$

$$i_{\text{BX}} = \frac{u_{\text{BX}}}{R_1}; i_{\text{ВЫХ}} = \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{R_H} = Su_{\text{BX}} \frac{R_C}{R_C + R_H};$$

$$K_I = \frac{i_{\text{ВЫХ}}}{i_{\text{BX}}} = S \frac{R_C R_1}{R_C + R_H} = 1,5 \cdot 10^{-3} \frac{1,25 \cdot 10^3 \cdot 10^6}{1,25 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3} = 300;$$

$$K_P = K_U K_I = 450.$$

Поскольку входное сопротивление каскада велико, то коэффициент усиления по току K_I может быть очень большим.

Входная мощность каскада на полевом транзисторе

$$P_{\text{BX}} = \frac{U_{\text{BX} m}^2}{2R_{\text{BX}}} = \frac{U_{\text{BX} m}^2}{2 \cdot 10^6},$$

а для каскада на биполярном транзисторе (см. задачу 14.5)

$$P_{\text{вх}} = \frac{U_{\text{вх м}}^2}{2 \cdot 0,58 \cdot 10^3}.$$

Таким образом, каскад на полевом транзисторе потребляет от источника сигнала почти в 2000 раз меньшую мощность, чем на биполярном транзисторе.

Задача 14.7. На рис. 14.8 приведена упрощенная схема дифференциального каскада на идентичных транзисторах VT1 и VT2 с $h_{21} = 50$, $R_K = 1,2$ кОм, $E_K = 12$ В, $I_0 = 10$ мА. Определить выходные напряжения U_1 , U_2 , U_{12} при отсутствии входных сигналов и при увеличении тока базы транзистора VT1 на $\Delta I_{B1} = 0,02$ мА. Влиянием резисторов R_{B1} и R_{B2} пренебречь.

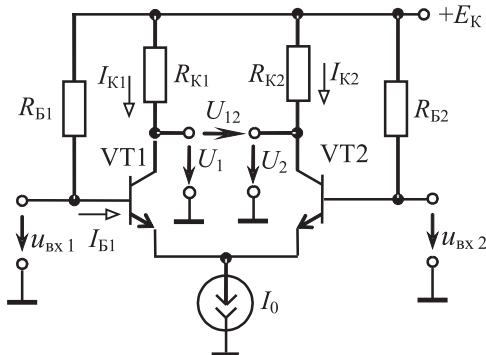


Рис. 14.8

Решение. При отсутствии входных сигналов режимы работы транзисторов задаются одинаковыми резисторами R_{B1} и R_{B2} , поэтому $I_{K1} = I_{K2}$. Принимая $I_K \approx I_{\Sigma}$ и учитывая генератор тока I_0 , имеем:

$$I_{K1} = I_{K2} = \frac{I_0}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ мА}.$$

Тогда получаем:

$$U_1 = E_K - R_K I_{K1} = 12 - 1,2 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ В};$$

$$U_2 = E_K - R_K I_{K2} = 12 - 1,2 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 6 \text{ В};$$

$$U_{12} = U_1 - U_2 = 6 - 6 = 0.$$

При увеличении тока базы транзистора VT1 на $\Delta I_{B1} = 0,02$ мА ток I_{K1} увеличивается на $\Delta I_{K1} = h_{21} \Delta I_{B1} = 50 \cdot 0,02 = 1$ мА и будет иметь значение

$$I'_{K1} = 5 + 1 = 6 \text{ мА}.$$

При этом ток I_{K2} изменится до значения

$$I'_{K2} = I_0 - I'_{K1} = 10 - 6 = 4 \text{ мА.}$$

Выходные напряжения равны соответственно:

$$U_1 = E_K - R_K I'_{K1} = 12 - 1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-3} = 4,8 \text{ В;}$$

$$U_2 = E_K - R_K I'_{K2} = 12 - 1,2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 7,2 \text{ В;}$$

$$U_{12} = U_1 - U_2 = 4,8 - 7,2 = -2,4 \text{ В.}$$

Задача 14.8. Усилитель имеет динамические параметры $K_U = 141$, $R_{\text{вх}} = 0,58 \text{ кОм}$, $R_{\text{вых}} = 1,04 \text{ кОм}$ и охвачен отрицательной обратной связью по напряжению. Определить динамические параметры этого усилителя с учетом отрицательной обратной связи (ООС), если коэффициент передачи цепи обратной связи $\beta = 0,01$.

Решение. Вычисляем:

$$K_{\text{ОС}} = \frac{K_U}{1 + \beta K_U} = \frac{141}{1 + 0,01 \cdot 141} = 58,5;$$

$$R_{\text{вхОС}} = R_{\text{вх}} (1 + \beta K_U) = 0,58 \cdot 10^3 (1 + 0,01 \cdot 141) = 1,4 \text{ кОм;}$$

$$R_{\text{выхОС}} = \frac{R_{\text{вых}}}{1 + \beta K_U} = \frac{1,04 \cdot 10^3}{1 + 0,01 \cdot 141} = 0,43 \text{ кОм.}$$

Задача 14.9. Однотактный трансформаторный каскад усиления мощности на транзисторе ГТ404А включен на нагрузку $R_{\text{н}} = 4 \text{ Ом}$ (рис. 14.9). Предельные параметры транзистора: $P_{\text{К доп}} = 600 \text{ мВт}$,

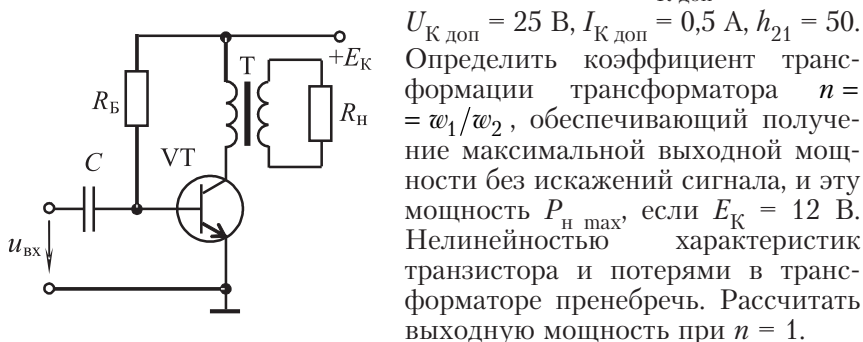


Рис. 14.9

$U_{\text{К доп}} = 25 \text{ В}$, $I_{\text{К доп}} = 0,5 \text{ А}$, $h_{21} = 50$. Определить коэффициент трансформации трансформатора $n = w_1/w_2$, обеспечивающий получение максимальной выходной мощности без искажений сигнала, и эту мощность $P_{\text{н max}}$, если $E_K = 12 \text{ В}$. Нелинейностью характеристик транзистора и потерями в трансформаторе пренебречь. Рассчитать выходную мощность при $n = 1$.

Решение. Для полного использования транзистора по мощности выбираем точку покоя с $U_{КЭП} = 12$ В, при этом

$$I_{КП} = \frac{P_{Кдоп}}{U_{КЭП}} = \frac{600}{12} = 50 \text{ мА}.$$

Амплитуды переменных составляющих тока и напряжения во избежание искажений должны быть равны:

$$I_{Км} \leq I_{КП} = 50 \text{ мА}; U_{КЭм} \leq U_{КЭП} = 12 \text{ В}.$$

Примем $I_{Км} = 50 \text{ мА}$, $U_{КЭм} = 12 \text{ В}$.

Приведенное сопротивление нагрузки

$$R'_н = \frac{U_{КЭм}}{I_{Км}} = \frac{12}{0,05} = 240 \text{ Ом}.$$

Тогда

$$n = \sqrt{R'_н / R_н} = \sqrt{240/4} = 7,75;$$

$$P_{нmax} = \frac{R'_н I_{Км}^2}{(\sqrt{2})^2} = \frac{240 \cdot 0,05^2}{2} = 0,3 \text{ Вт}.$$

При $n = 1$

$$R'_н = R_н = 4 \text{ Ом}; P_н = \frac{R_н I_{Км}^2}{2} = \frac{4 \cdot 0,05^2}{2} = 0,005 \text{ Вт}.$$

Задача 14.10. В параметрическом стабилизаторе тока на транзисторе КТ818Б (рис. 14.10) рассчитать сопротивления R_1 , $R_э$ и найти, в каких пределах может изменяться сопротивление $R_н$, чтобы осуществлялась стабилизация тока, если $E_п = 20$ В, $U_{ст} = 3,3$ В, $I_{ст} = 10$ мА, $U_{ЭБ} = 0,6$ В, $I_н = 2$ А, $U_{ЭК min} = 2$ В. Определить мощность резисторов R_1 , $R_э$.

Решение. По второму закону Кирхгофа для контура $R_э$, VT, VD

$$U_{ст} - U_{ЭБ} = R_э I_э.$$

Так как $h_{21} \gg 1$, то $I_К \approx I_э$, поэтому

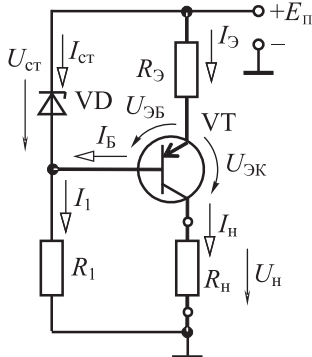


Рис. 14.10

$$R_{\text{Э}} = \frac{U_{\text{ст}} - U_{\text{ЭБ}}}{I_{\text{Э}}} = \frac{U_{\text{ст}} - U_{\text{ЭБ}}}{I_{\text{К}}} = \frac{3,3 - 0,6}{2} = 1,35 \text{ Ом.}$$

Для контура $E_{\text{п}}, VD, R_1$

$$E_{\text{п}} = U_{\text{ст}} + R_1 I_1,$$

откуда

$$R_1 = \frac{E_{\text{п}} - U_{\text{ст}}}{I_1} = \frac{20 - 3,3}{30 \cdot 10^{-3}} = 0,557 \text{ кОм,}$$

где $I_1 = I_{\text{ст}} + I_{\text{Б}} = 10 + 20 = 30 \text{ мА}$; $I_{\text{Б}} = I_{\text{н}}/h_{21} = 2/100 = 0,02 \text{ А}$.

Для контура $E_{\text{п}}, R_{\text{Э}}, VT, R_{\text{н max}}$

$$E_{\text{п}} = R_{\text{Э}} I_{\text{Э}} + U_{\text{ЭК min}} + R_{\text{н max}} I_{\text{н}},$$

откуда

$$R_{\text{н max}} = \frac{E_{\text{п}} - R_{\text{Э}} I_{\text{Э}} - U_{\text{ЭК min}}}{I_{\text{н}}} = \frac{20 - 1,35 \cdot 2 - 2}{2} = 7,65 \text{ Ом.}$$

Значит, сопротивление нагрузки $R_{\text{н}} = 0 \dots 7,65 \text{ Ом}$.

Определяем мощности резисторов:

$$P_1 \geq R_1 I_1^2 = 557 \cdot 0,03^2 = 0,5 \text{ Вт}; P_{\text{Э}} \geq R_{\text{Э}} I_{\text{Э}}^2 = 1,35 \cdot 2^2 = 5,4 \text{ Вт.}$$

Задача 14.11. Рассчитать сопротивление компенсационного стабилизатора постоянного напряжения (рис. 14.11) при $U_{\text{КЭ min}} = 2 \text{ В}$, $I_{\text{н}} = 2 \text{ А}$, $U_{\text{вх}} = 24 \text{ В}$, $U_{\text{вых}} = 12 \text{ В}$, $h_{21} = 100$, $U_{\text{БЭ1}} = U_{\text{БЭ2}} = 0,6 \text{ В}$, $U_{\text{ст}} = 5,6 \text{ В}$, $I_{\text{ст}} = 10 \text{ мА}$, $I_2 = 5 \text{ мА}$, $I_4 = 5 I_{\text{Б2}}$.

Решение. Поскольку $I_{\text{К}} \gg I_{\text{Б}}$, то $I_{\text{К}} \approx I_{\text{Э}}$, тогда ток базы транзистора VT1

$$I_{\text{Б1}} = I_{\text{К1}}/h_{21} \approx I_{\text{н}}/h_{21} = 2/100 = 0,02 \text{ А.}$$

Ток коллектора транзистора VT2

$$I_{\text{К2}} = I_{\text{ст}} - I_2 = 10 - 5 = 5 \text{ мА.}$$

Ток, проходящий через резистор сопротивлением R_1 ,

$$I_1 = I_{\text{Б1}} + I_{\text{К2}} = 20 + 5 = 25 \text{ мА.}$$

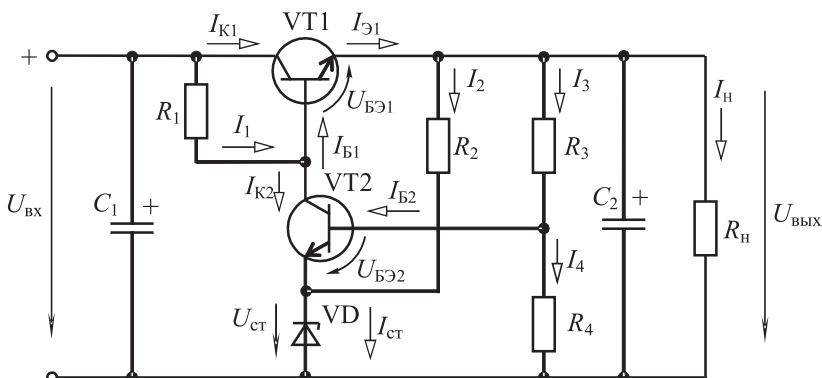


Рис. 14.11

Для контура $U_{\text{ВХ}}, R_1, \text{VT1}, R_{\text{H}}$

$$U_{\text{ВХ}} = I_1 R_1 + U_{\text{БЭ1}} + U_{\text{ВЫХ}},$$

откуда

$$R_1 = \frac{U_{\text{ВХ}} - U_{\text{ВЫХ}} - U_{\text{БЭ1}}}{I_1} = \frac{24 - 12,0 - 0,6}{25 \cdot 10^{-3}} \approx 0,47 \text{ кОм.}$$

Для контура $R_{\text{H}}, R_2, \text{VD}$

$$R_2 = \frac{U_{\text{ВЫХ}} - U_{\text{СТ}}}{I_2} = \frac{12,0 - 5,6}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,3 \text{ кОм.}$$

Ток базы транзистора VT2

$$I_{\text{Б2}} = \frac{I_{\text{К2}}}{h_{21}} = \frac{5}{100} = 0,05 \text{ мА.}$$

По условию задачи ток делителя

$$I_4 = 5I_{\text{Б2}} = 5 \cdot 0,05 = 0,25 \text{ мА.}$$

Для контура $R_4, \text{VT2}, \text{VD}$

$$U_{R4} = U_{\text{СТ}} + U_{\text{БЭ2}} = 5,6 + 0,6 = 6,2 \text{ В,}$$

тогда

$$R_4 = U_{R4} / I_4 = 6,2 / (0,25 \cdot 10^{-3}) \approx 24 \text{ кОм.}$$

Ток, проходящий через резистор сопротивлением R_3 ,

$$I_3 = I_4 + I_{B2} = 0,25 + 0,05 = 0,3 \text{ мА.}$$

Для контура R_3 , R_4 , R_H напряжение

$$U_{R3} = U_{\text{вых}} - U_{R4} = 12 - 6,2 = 5,8 \text{ В,}$$

тогда

$$R_3 = U_{R3} / I_3 = 5,8 / (0,3 \cdot 10^{-3}) \approx 20 \text{ кОм.}$$

Контрольные задачи

Задача 14.12. По статическим характеристикам транзистора КТ315В, включенного по схеме с общим эмиттером (рис. 14.12), для точки покоя $U_{КЭП} = 10 \text{ В}$, $I_{БП} = 0,4 \text{ мА}$ определить h -параметры и начертить схему замещения транзистора.

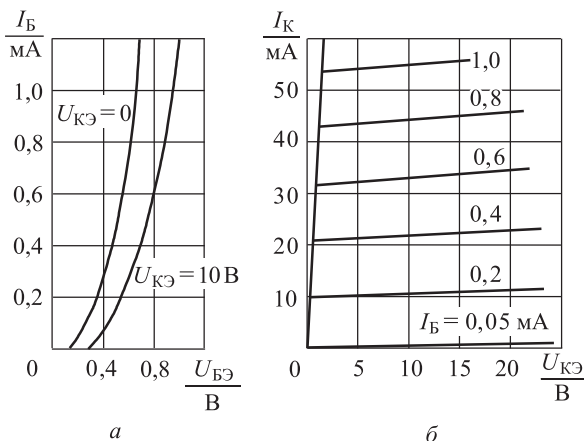


Рис. 14.12

Задача 14.13. В биполярном транзисторе $I_K = 10 \text{ мА}$, $I_E = 10,5 \text{ мА}$. Определить коэффициенты передачи тока α и β , если тепловым током можно пренебречь.

Задача 14.14. Биполярный транзистор с $\beta = 100$ имеет $I_B = 10 \text{ мкА}$. Определить I_K и I_E , если тепловым током можно пренебречь. Сравнить токи I_K и I_E .

Задача 14.15. По выходным характеристикам транзистора КТ315В (рис. 14.12) определить I_B и $U_{KЭ}$ в рабочей точке, если $I_K = 25$ мА, а рассеиваемая на коллекторе мощность $P_K = 150$ мВт.

Задача 14.16. Определить крутизну характеристики S и внутреннее сопротивление R_i полевого транзистора КП103М по статическим характеристикам при $U_{СИ} = 6$ В, $U_{ЗИ} = 4$ В. Рассчитать коэффициент усиления $\mu = SR_i$.

Задача 14.17. Полевой транзистор имеет следующие параметры: $S = 2$ мА/В, $R_i = 200$ кОм. Определить, каким должно быть приращение напряжения $\Delta U_{СИ}$, чтобы ток стока I_C остался прежним, если напряжение $U_{ЗИ}$ изменилось на 0,05 В.

Задача 14.18. Для каскада на транзисторе ГТ108А, схема которого приведена на рис. 14.4, а, заданы $E_K = 10$ В, $U_{ЭК} = 5$ В, $U_{ЭБ} = 0,15$ В, $R_K = 900$ Ом, $R_{Э} = 100$ Ом, $h_{21} = 100$. Рассчитать токи I_K , I_B и сопротивления резисторов R_1 и R_2 , если $I_1 = 5I_B$.

Задача 14.19. Для каскада, схема которого приведена на рис. 14.13, определить R_K и R_B , если $E_K = 12$ В, $U_{БЭ} = 0,6$ В, $h_{21} = 50$, $U_{KЭ} = 4,5$ В, $I_K = 2,5$ мА.

Задача 14.20. Для каскада, схема которого приведена на рис. 14.13, определить $U_{KЭ}$ при $E_K = 12$ В, $U_{БЭ} = 0,6$ В, $R_B = 50$ кОм, $R_K = 1$ кОм, $h_{21} = 25$.

Задача 14.21. В усилительном каскаде (рис. 14.14) $E_K = 10$ В, $I_K = 2$ мА, $U_{KЭ} = 5$ В, $U_{БЭ} = 0,4$ В, $h_{21} = 100$. Записать уравнения согласно второму закону Кирхгофа для входной и выходной цепей в режиме покоя и определить R_K и R_B .

Задача 14.22. На рис. 14.15 приведена схема балансного каскада на

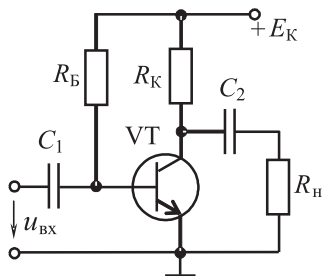


Рис. 14.13

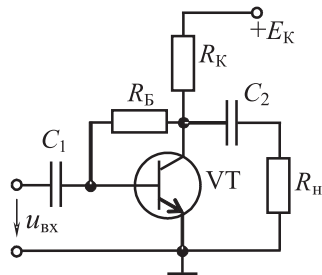


Рис. 14.14

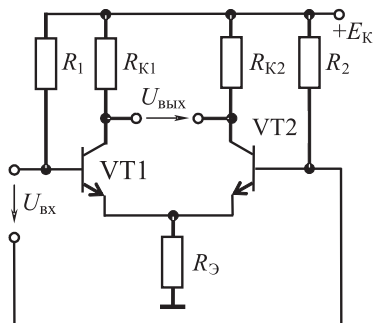


Рис. 14.15

идентичных транзисторах VT1 и VT2 с $h_{21} = 50$. При отключенном входе $I_{B1} = I_{B2} = 0,02$ мА, $U_{БЭ1} = U_{БЭ2} = 0,5$ В, $U_{КЭ1} = U_{КЭ2} = 5$ В. Определить сопротивления R_1, R_{K1}, R_2, R_{K2} резисторов и $U_{ВЫХ}$, если $E_K = 12$ В и $R_{Э} = 500$ Ом. Изменится ли $U_{ВЫХ}$, если E_K уменьшится до 10 В?

Задача 14.23. Рассчитать сопротивления R_C и R_{II} резисторов каскада на полевом транзисторе, включенном по схеме с общим истоком (см. рис. 14.5), если $E_C = 12$ В, $S = 2$ мА/В, $U_{СИ} = 4$ В, $U_{ЗИ} = 2$ В.

Задача 14.24. Составить схему замещения каскада (см. рис. 14.13) и рассчитать его динамические параметры при $h_{21} = 50$, $h_{11} = 1$ кОм, $R_B = 120$ кОм, $R_K = 5$ кОм, для трех значений сопротивления нагрузки: $R_{H1} = 0,5$ кОм, $R_{H2} = 5$ кОм, $R_{H3} = 15$ кОм. Как зависит режим работы каскада от сопротивления нагрузки? Параметрами h_{12} и h_{22} транзистора пренебречь.

Задача 14.25. Составить схему замещения каскада, приведенного на рис. 14.14, и рассчитать его динамические параметры при $h_{11} = 1$ кОм, $h_{21} = 100$, $R_B = 50$ кОм, $R_K = 1,2$ кОм, $R_H = 5$ кОм. Параметрами h_{12} и h_{22} транзистора пренебречь.

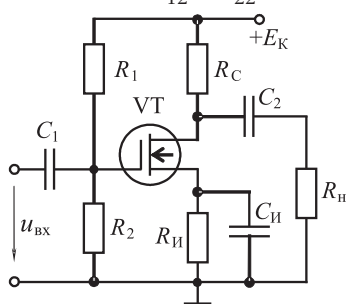


Рис. 14.16

Задача 14.26. Схема каскада на полевом транзисторе со встроенным n -каналом показана на рис. 14.16. Составить схему замещения каскада для динамического режима и рассчитать его динамические параметры при $R_1 = 5$ МОм, $R_2 = 1$ МОм, $R_C = 12$ кОм, $R_H = 20$ кОм, $S = 2$ мА/В, $R_i = 200$ кОм.

Задача 14.27. Решить задачу 14.7 с учетом того, что транзисторы VT1 и VT2 имеют разные коэффициенты передачи тока: $h_{21}^{(1)} = 50$ и $h_{21}^{(2)} = 40$.

Задача 14.28. Усилитель имеет коэффициент усиления $K_U = 100$ и охвачен положительной обратной связью по напряжению с коэффициентом передачи $\beta = 0,01$. Определить коэффициент усиления K_{OC} усилителя с обратной связью.

Задача 14.29. Усилитель имеет следующие динамические параметры: $K_U = 250$, $R_{ВХ} = 0,5$ кОм, $R_{ВЫХ} = 1$ кОм. Рассчитать коэффициент передачи цепи обратной связи β , которая позволит повысить входное сопротивление до 2 кОм. Определить параметры усилителя с учетом ООС.

Задача 14.30. Двухкаскадный усилитель с коэффициентами усиления каскадов $K_{U1} = 100$ и $K_{U2} = 20$ охвачен общей отрицательной обратной связью по напряжению с $\beta = 0,02$. Определить общий коэффициент усиления с учетом ООС.

Задача 14.31. Рассчитать мощность источника питания и максимальную мощность P_K транзистора однотактного трансформаторного каскада усиления мощности, если $P_{н\max} = 0,5$ Вт.

Задача 14.32. Какую максимальную мощность можно получить от двухтактного каскада усиления мощности, если транзисторы работают в классе В и имеют $P_{к.доп} = 0,6$ Вт?

Задача 14.33. В параметрическом стабилизаторе тока на транзисторе КТ819В (рис. 14.17) $E_{п} = 25$ В, $U_{ст} = 5,6$ В, $U_{БЭ} = 0,6$ В, $U_{КЭ\min} = 2$ В. Ток стабилизации $I_{ст} = 10$ мА, $I_{н} = 0,5$ А, $h_{21} = 50$. Определить сопротивления резисторов R_1 и $R_{Э}$, $R_{н\max}$, максимальную мощность $P_{К\max}$, рассеиваемую на коллекторе VT, и мощности, рассеиваемые на резисторах R_1 , $R_{Э}$, $R_{н}$.

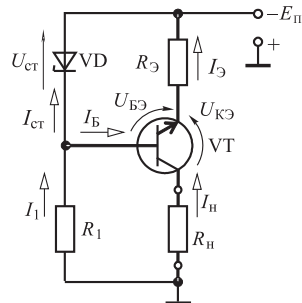


Рис. 14.17

Ответы к контрольным задачам

14.13. $\alpha = 0,95$, $\beta = 20$. **14.14.** $I_K = 1$ мА, $I_{Э} = 1,01$ мА. **14.15.** $I_B = 0,46$ мА, $U_{КЭ} = 6$ В. **14.17.** $\Delta U_{СИ} = 20$ В. **14.18.** $I_K = 5$ мА, $I_B = 0,05$ мА, $R_1 = 31,3$ кОм, $R_2 = 2,6$ кОм. **14.19.** $R_K = 3$ кОм, $R_B = 228$ кОм. **14.20.** $U_{КЭ} = 6,3$ В. **14.21.** $R_K = 2,47$ кОм, $R_B = 230$ кОм. **14.22.** $R_{K1} = R_{K2} = 6$ кОм, $R_1 = R_2 = 525$ кОм, $U_{ВЫХ} = 0$. **14.23.** $R_C = 1,5$ кОм, $R_{II} = 0,5$ кОм. **14.24.** $R_{ВХ} = 1$ кОм, $R_{ВЫХ} = 5$ кОм.

$R_{н'}$, кОм	K_U	K_I	K_P
0,5	22,7	45,4	1030
5	125	25	3125
15	187,5	12,5	2344

14.25. $R_{ВХ} = 1,1$ кОм, $R_{ВЫХ} = 1,2$ кОм, $K_U = 95$, $K_I = 87$. **14.26.** $R_{ВХ} = 830$ кОм, $R_{ВЫХ} = 12$ кОм, $K_U = 15$. **14.27.** $U_1 = 5,3$ В, $U_2 = 6,7$ В, $U_{12} = -1,4$ В. **14.28.** $K_{OC} \rightarrow \infty$. **14.29.** $\beta = 0,012$, $K_{OC} = 62,5$, $R_{ВХ} = 2$ кОм, $R_{ВЫХ} = 0,25$ кОм. **14.30.** $K_{OC} = 48,8$. **14.31.** $P_{II} = P_K \geq 1$ Вт. **14.32.** При $\eta = 0,7$ $P_{н} = 2,8$ Вт. **14.33.** $R_1 = 1$ кОм, $R_{Э} = 10$ Ом, $R_{н\max} = 36$ Ом, $P_{К\max} = 10$ Вт, $P_{R1} = 0,39$ Вт, $P_{RЭ} = 2,5$ Вт, $P_{н\max} = 9$ Вт.

15. ОПЕРАЦИОННЫЕ УСИЛИТЕЛИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Задачи с решениями

Задача 15.1. На основе операционного усилителя (ОУ) типа К140УД7 с параметрами $E_{\Pi} = \pm 15 \text{ В}$, $K_{U \text{ ОУ}} = 30\,000$, $U_{\text{вых max}} = \pm 10,5 \text{ В}$, $R_{\text{вх ОУ}} = 0,4 \text{ МОм}$, $R_{\text{вых ОУ}} = 0,1 \text{ кОм}$, разность входных токов $\Delta I_{\text{вх}} = 0,2 \text{ мкА}$, $I_{\text{вх}} = 0,4 \text{ мкА}$ проектируется инвертирующий усилитель низкой частоты. Требуемый коэффициент усиления напряжения $K_U = -20$, минимальное входное напряжение $U_{\text{вх min}} = 10 \text{ мВ}$. Определить сопротивления резисторов схемы усилителя, входное $R_{\text{вх}}$ и выходное $R_{\text{вых}}$ сопротивления усилителя с обратной связью, напряжение $U_{\text{вх max}}$, при котором не будет искажения сигнала. Сопротивлением нагрузки пренебречь.

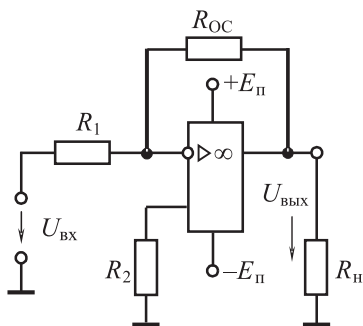


Рис. 15.1

Решение. Для упрощения расчета считаем ОУ идеальным, т.е. $K_{U \text{ ОУ}} = \infty$, $R_{\text{вх ОУ}} = \infty$. Тогда входное сопротивление инвертирующего усилителя (рис. 15.1) $R_{\text{вх}} = R_1$. Его желательно иметь большим, чтобы не загружать источник входного сигнала. Но разностный ток $\Delta I_{\text{вх}}$ создает падение напряжения $R_1 \Delta I_{\text{вх}}$, которое воспринимается ОУ как сигнал. Чтобы отстроиться от этого ложного сигнала, необходимо выполнить следующее условие:

$$R_1 \Delta I_{\text{вх}} \ll U_{\text{вх min}}.$$

Значит,

$$R_1 \ll U_{\text{вх min}} / \Delta I_{\text{вх}} = 10 \cdot 10^{-3} / (0,2 \cdot 10^{-6}) = 50 \text{ кОм}.$$

Принимаем $R_1 = 5 \text{ кОм}$, тогда

$$R_1 \Delta I_{\text{вх}} = 5 \cdot 10^3 / (0,2 \cdot 10^{-6}) = 1 \text{ мВ} < U_{\text{вх min}} = 10 \text{ мВ}.$$

Поскольку коэффициент усиления инвертирующего усилителя $K_U = -R_{\text{ОС}} / R_1$, то сопротивление резистора обратной связи

$$R_{OC} = -K_U R_1 = 20 \cdot 5 = 100 \text{ кОм.}$$

Неинвертирующий вход заземлен через резистор R_2 , сопротивление которого для снижения величины токового дрейфа $R_2 = R_{OC} \parallel R_1$:

$$R_2 = \frac{R_{OC} R_1}{R_{OC} + R_1} = \frac{100 \cdot 5}{105} = 4,76 \text{ кОм.}$$

Находим входное и выходное сопротивления усилителя при неидеальном ОУ:

$$R_{BX} = R_1 + \frac{R_{BX \text{ ОУ}} R_{OC}}{R_{BX \text{ ОУ}} (1 + K_{U \text{ ОУ}}) + R_{OC}} \approx R_1 = 5 \text{ кОм;}$$

$$R_{ВЫХ} = R_{ВЫХ \text{ ОУ}} \frac{1 + R_{OC} / R_1}{K_{U \text{ ОУ}}} = 0,1 \cdot 10^3 \cdot \frac{1 + 100 / 5}{3 \cdot 10^4} = 0,07 \text{ Ом.}$$

Амплитуда выходного сигнала по паспорту $|U_{ВЫХ \text{ max}}| \leq |\pm 10,5| \text{ В}$, значит, амплитуда входного сигнала, при котором не будет искажения, $U_{BX \text{ max}} = U_{ВЫХ \text{ max}} / K_U = \pm 10,5 / (-20) = \pm 525 \text{ мВ}$.

Задача 15.2. Неинвертирующий усилитель на основе ОУ типа К140УД7, параметры которого даны в задаче 15.1, имеет коэффициент усиления напряжения $K_U = 30$ (рис. 15.2). Минимальное входное напряжение $U_{BX \text{ min}} = 20 \text{ мВ}$. Рассчитать сопротивления резисторов R_1 , R_2 , R_{OC} , входное R_{BX} и выходное $R_{ВЫХ}$ сопротивления усилителя с обратной связью, наибольшее значение входного напряжения $U_{BX \text{ max}}$, при котором сигнал усиливается без искажения. Определить выходной ток усилителя, если $R_H = 5 \text{ кОм}$.

Решение. Чтобы падение напряжения на резисторе сопротивлением R_2 от разностного тока ОУ ΔI_{BX} не воспринималось как сигнал, необходимо, чтобы соблюдалось условие $R_2 \Delta I_{BX} \ll U_{BX \text{ min}}$, поэтому

$$\begin{aligned} R_2 &\ll U_{BX \text{ min}} / \Delta I_{BX} = \\ &= 20 \cdot 10^{-3} / 0,2 \cdot 10^{-6} = 100 \text{ кОм.} \end{aligned}$$

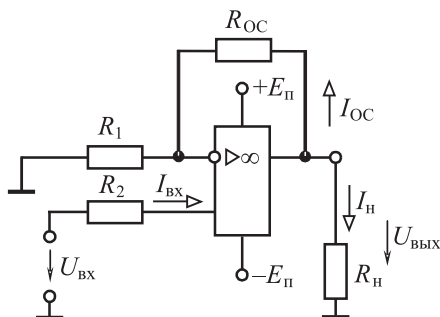


Рис. 15.2

Принимаем $R_2 = 10 \text{ кОм}$, тогда $R_2 \Delta I_{\text{вх}} = 2 \text{ мВ} < U_{\text{вх min}} = 20 \text{ мВ}$.

Коэффициент усиления неинвертирующего усилителя можно выразить как $K_U = 1 + R_{\text{ОС}}/R_1$ или $K_U = R_{\text{ОС}}/R_2$. Значит, сопротивление резистора обратной связи

$$R_{\text{ОС}} = K_U R_2 = 30 \cdot 10 = 300 \text{ кОм}.$$

Резистор сопротивлением R_1 служит для уравнивания входов: $R_1 \parallel R_{\text{ОС}} = R_2$, откуда

$$R_1 = \frac{R_{\text{ОС}} R_2}{R_{\text{ОС}} - R_2} = \frac{300 \cdot 10}{300 - 10} = 10,4 \text{ кОм}.$$

Определяем входное и выходное сопротивления усилителя с обратной связью:

$$R_{\text{вх}} = R_{\text{вх ОУ}} \frac{K_{\text{УОУ}}}{K_U} = 0,4 \cdot 10^6 \frac{30 \ 000}{30} = 400 \text{ МОм};$$

$$R_{\text{вых}} = R_{\text{вых ОУ}} \frac{1 + R_{\text{ОС}} / R_1}{K_{\text{УОУ}}} = 0,1 \cdot 10^3 \cdot \frac{1 + 300 / 10,4}{30 \ 000} = 0,1 \text{ Ом}.$$

Поскольку по каталожным данным амплитуда выходного напряжения операционного усилителя К140УД7 $U_{\text{вых max}} = \pm 10,5 \text{ В}$, то амплитуда входного напряжения, при котором не будет искажения сигнала,

$$U_{\text{вх max}} = U_{\text{вых max}} / K_U = 10,5 / 30 = 350 \text{ мВ},$$

а амплитуда выходного тока

$$I_{\text{вых max}} = \frac{U_{\text{вых max}}}{R_{\text{н}}} + \frac{U_{\text{вых max}}}{R_{\text{ОС}}} = \frac{10,5}{5 \cdot 10^3} + \frac{10,5}{300 \cdot 10^3} \approx 2,1 \text{ мА}.$$

Задача 15.3. Начертить схему параллельного сумматора на ОУ для реализации операции $U_{\text{вых}} = 5U_1 + 2U_2 - 3U_3 - U_4$. Сопротивление резистора обратной связи $R_{\text{ОС}} = 100 \text{ кОм}$. Рассчитать сопротивления резисторов в схеме и определить выходное напряжение $U_{\text{вых}}$, если единичное входное напряжение $U = 100 \text{ мВ}$.

Решение. Число положительных членов заданной функции определяет число неинвертирующих входов (2), а число отрицательных членов – число инвертирующих входов (2). Схема сумматора приведена на рис. 15.3. Коэффициенты усиления (весовые

коэффициенты) по каждому входу $K_i = \pm R_{OC}/R_i$, где R_i – сопротивление в цепи данного входа.

По заданному значению R_{OC} и коэффициентам усиления входов ($K_1 = 5$, $K_2 = 2$, $K_3 = -3$, $K_4 = -1$) определяем: $R_1 = R_{OC}/K_1 = 100/5 = 20$ кОм, $R_2 = R_{OC}/K_2 = 100/2 = 50$ кОм, $R_3 = R_{OC}/(-K_3) = 100/3 = 33,3$ кОм, $R_4 = R_{OC}/(-K_4) = 100$ кОм.

Необходимо уравнивать сопротивления по обоим входам, чтобы входные токи ОУ вызывали одинаковые падения напряжения и на входе ОУ отсутствовал разностный ток.

Находим входное сопротивление по инвертирующему входу:

$$\frac{1}{R_{и}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{OC}} = \frac{1}{33,3} + \frac{1}{100} + \frac{1}{100} = 0,05 \frac{1}{\text{кОм}}; R_{и} = 20 \text{ кОм};$$

по неинвертирующему входу $R_1 \parallel R_2$, т.е.

$$R_{и} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 50}{20 + 50} = 14,3 \text{ кОм}.$$

Чтобы сопротивления $R_{и}$ и $R_{н}$ были одинаковыми, нужно параллельно инвертирующему входу включить резистор R_5 :

$$\frac{R_5 R_{и}}{R_5 + R_{и}} = R_{н}; R_5 = \frac{R_{и} R_{н}}{R_{и} - R_{н}} = 50 \text{ кОм}.$$

Выходное напряжение сумматора при $U = 100$ мВ

$$\begin{aligned} U_{\text{ВЫХ}} &= \frac{R_{OC}}{R_1} U_1 + \frac{R_{OC}}{R_2} U_2 - \frac{R_{OC}}{R_3} U_3 - \frac{R_{OC}}{R_4} U_4 = \\ &= 5U + 2U - 3U - U = 3U = 300 \text{ мВ}. \end{aligned}$$

Задача 15.4. Определить выходное напряжение разностного усилителя (рис. 15.4) и его общий коэффициент усиления напряжения, если $R_1 = 10$ кОм, $R_2 = 20$ кОм, $R_{OC} = 100$ кОм, $R_3 = 16,7$ кОм, $U_{\text{ВХ}1} = 20$ мВ, $U_{\text{ВХ}2} = 80$ мВ.

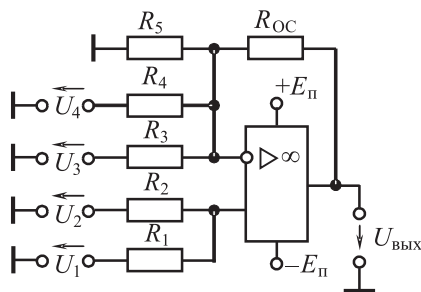


Рис. 15.3

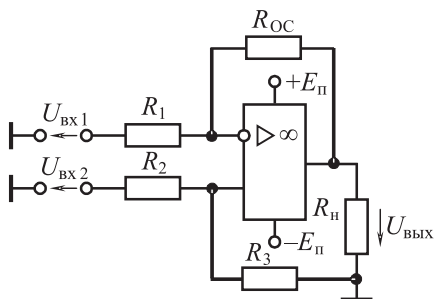


Рис. 15.4

Решение. Используя выражения для коэффициентов усиления по инвертирующему и неинвертирующему входам и метод суперпозиции, получаем:

$$U_{\text{ВЫХ}} = K_{U_{\text{Н}}} U_{\text{ВХ1}} + K_{U_{\text{Н}}} U_{\text{ВХ2}} \frac{R_3}{R_3 + R_2} = - \frac{R_{\text{OC}}}{R_1} U_{\text{ВХ1}} + \\ + \frac{R_1 + R_{\text{OC}}}{R_1} \frac{R_3}{R_3 + R_2} U_{\text{ВХ2}};$$

$$U_{\text{ВЫХ}} = -10 \cdot 20 + 5 \cdot 80 = 200 \text{ мВ.}$$

Коэффициент усиления

$$K_{U_{\text{разн}}} = U_{\text{ВЫХ}} / (U_{\text{ВХ2}} - U_{\text{ВХ1}}) = 200 / (80 - 20) = 3,33.$$

Задача 15.5. Определить выходное напряжение в цепи (рис. 15.5), если входной ток $I_{\text{ВХ}} = 5 \text{ мкА}$, $R_{\text{OC}} = 100 \text{ кОм}$.

Решение. Из схемы видно, что $I_{\text{ВХ}} = I_{\text{ВХ}} = I_{\text{OC}} = -U_{\text{ВЫХ}}/R_{\text{OC}}$, откуда

$$U_{\text{ВЫХ}} = -R_{\text{OC}} I_{\text{ВХ}} = \\ = -100 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = -0,5 \text{ В.}$$

Данная схема является преобразователем тока источника сигнала в напряжение.

Задача 15.6. Входное напряжение дифференциатора на ОУ (рис. 15.6, а) изменяется так, как показано на рис. 15.6, б. Его амплитуда $U_{\text{ВХ max}} = 1 \text{ В}$, период $T = 0,1 \text{ с}$. Сопротивление резистора

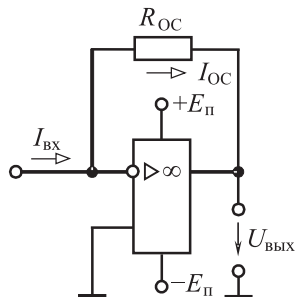


Рис. 15.5

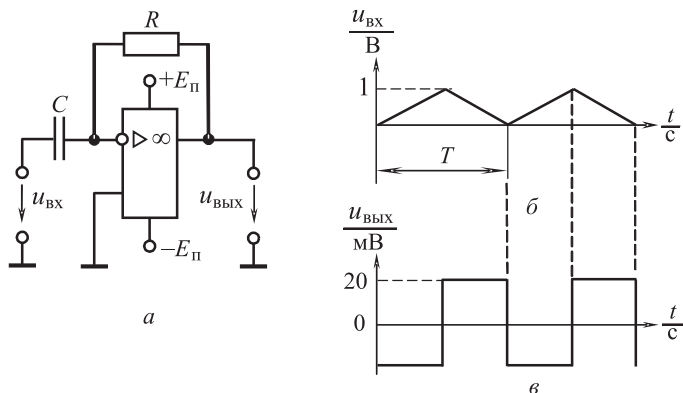


Рис. 15.6

ра обратной связи $R = 10$ кОм. Рассчитать емкость C конденсатора, найти закон изменения $u_{\text{вых}}(t)$ и амплитуду $U_{\text{вых max}}$.

Решение. Для уменьшения погрешности дифференцирования необходимо, чтобы выполнялось условие $\tau = RC \ll T$, поэтому

$$C = \frac{T}{100R} = \frac{0,1}{100 \cdot 10^3} = 0,1 \text{ мкФ}.$$

Выходное напряжение определяется выражением $u_{\text{вых}} = -\tau \frac{du_{\text{вх}}}{dt}$. Его диаграмма приведена на рис. 15.6, в.

Амплитуда выходного напряжения

$$|U_{\text{вых max}}| = \tau \frac{U_{\text{вх max}}}{T/2} = 10 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{0,1/2} = 20 \text{ мВ}.$$

Задача 15.7. Рассчитать сопротивления R_1 , R_2 резисторов и емкость C конденсатора в схеме интегратора (рис. 15.7, а), если на его инвертирующий вход подано напряжение $u_{\text{вх}}(t)$ (рис. 15.7, б). Входное сопротивление усилителя $R_{\text{вх}} = 1$ МОм. Найти зависимость $u_{\text{вых}}(t)$. Сопротивлением источника входного сигнала пренебречь.

Решение. Усилитель работает устойчиво, если $R_2 \ll R_{\text{вх}} = 1$ МОм. Кроме того, для баланса каскадов ОУ на постоянном токе необходимо, чтобы $R_1 = R_2$. Поэтому выбираем $R_1 = R_2 = 10$ кОм.

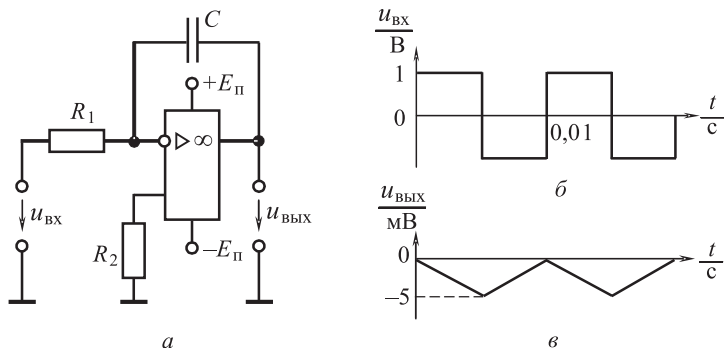


Рис. 15.7

Для уменьшения погрешности интегрирования принимаем $\tau = R_1 C \gg T = 0,01$ с. Выбираем $\tau = 1$ с, тогда

$$C = \tau/R_1 = 1/10 \cdot 10^3 = 100 \text{ мкФ.}$$

Зависимость выходного напряжения $u_{\text{вых}} = -\frac{1}{\tau} \int u_{\text{вх}} dt$ при $u_{\text{вх}}(0) = 0$ дана на рис. 15.7, в. Наибольшее значение $U_{\text{вых max}}$ будет при $t = T/2 = 0,005$ с:

$$|U_{\text{вых max}}| = \frac{1}{\tau} U_{\text{вх max}} \Big|_0^{T/2} = \frac{U_{\text{вх max}} T}{2\tau} = \frac{1 \cdot 0,01}{2 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 5 \text{ мВ.}$$

Задача 15.8. Рассчитать резонансную частоту и коэффициент усиления на резонансной частоте избирательного усилителя (рис. 15.8), если $R_1 = 20$ кОм, $R_{\text{OC}} = 100$ кОм, $L = 100$ мГн, $C = 100$ пФ. Операционный усилитель считать идеальным. Записать уравнение мгновенного значения выходного сигнала резонансной частоты, если $u_{\text{вх}} = 2 \sin \omega_p t$ В.

Решение. Резонансную частоту находим из условия резонанса токов в контуре LC:

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{100 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-12}}} = 50 \text{ кГц.}$$

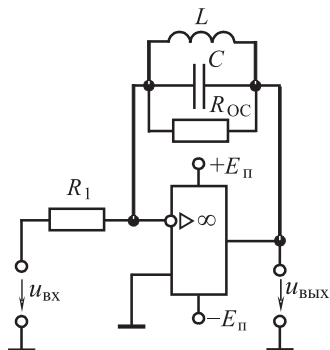


Рис. 15.8

Поскольку при резонансе комплексное сопротивление элементов обратной связи $Z_p = R_{OC}$, то на резонансной частоте 50 кГц коэффициент усиления напряжения

$$K_U = -R_{OC}/R_1 = -100/20 = -5.$$

Уравнение мгновенных значений выходного сигнала на частоте $\omega_p = 2\pi f_p = 2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 = 314 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ имеет вид

$$u_{\text{ВЫХ}} = -U_{\text{ВЫХ}m} \sin \omega_p t = -10 \sin(314 \cdot 10^3 t) \text{ В},$$

где $U_{\text{ВЫХ}m} = |K_U| U_{\text{ВХ}m} = 5 \cdot 2 = 10 \text{ В}$.

Задача 15.9. В схеме компаратора на ОУ (рис. 15.9, а) входной сигнал инвертирующего входа изменяется по синусоидальному закону с амплитудой $U_{\text{ВХ}m} = 2 \text{ В}$. опорное напряжение, подаваемое на неинвертирующий вход, $U_{\text{ОП}} = 1 \text{ В}$; ЭДС источника питания ОУ $E_{\Pi} = 5 \text{ В}$. Построить зависимость $u_{\text{ВЫХ}}(t)$, считая ОУ идеальным.

Решение. Выходное напряжение ОУ без отрицательной обратной связи зависит от соотношения напряжений на его входах и достигает уровня насыщения ($U_{\text{ВЫХ}} = \pm E_{\Pi}$) даже при незначительной разности $u_{\text{ВХ}} - U_{\text{ОП}}$. Например, при $K_{U \text{ ОУ}} = 2500$ ОУ насыщается при $|u_{\text{ВХ}} - U_{\text{ОП}}| = E_{\Pi} / K_{U \text{ ОУ}} = 5/2500 = 2,0 \text{ мВ}$. В идеальном ОУ $K_U = \infty$ и $|u_{\text{ВХ}} - U_{\text{ОП}}| = 0$.

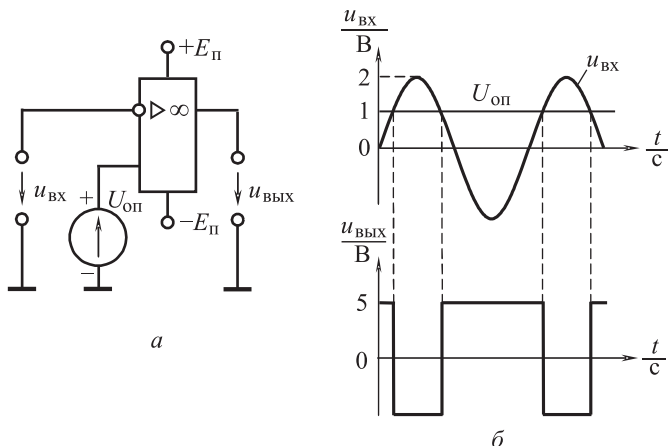


Рис. 15.9

Если соотношение входных напряжений $u_{\text{ВХ}} > U_{\text{ОП}}$, то $u_{\text{ВЫХ}} = -E_{\text{П}} = -5 \text{ В}$; если же $u_{\text{ВХ}} < U_{\text{ОП}}$, то $u_{\text{ВЫХ}} = +5 \text{ В}$. Данная схема осуществляет сравнение напряжений $u_{\text{ВХ}}$ и $U_{\text{ОП}}$. Диаграммы напряжений приведены на рис. 15.9, б.

Задача 15.10. Определить пороговые напряжения срабатывания и отпускания и ширину зоны гистерезиса триггера Шмидта на ОУ, максимальное выходное напряжение которого $U_{\text{ВЫХ max}} = \pm 10 \text{ В}$ (рис. 15.10, а), если $R_1 = 10 \text{ кОм}$, $R_2 = 500 \text{ Ом}$, $U_{\text{ОП}} = 1 \text{ В}$. Начертить передаточную характеристику.

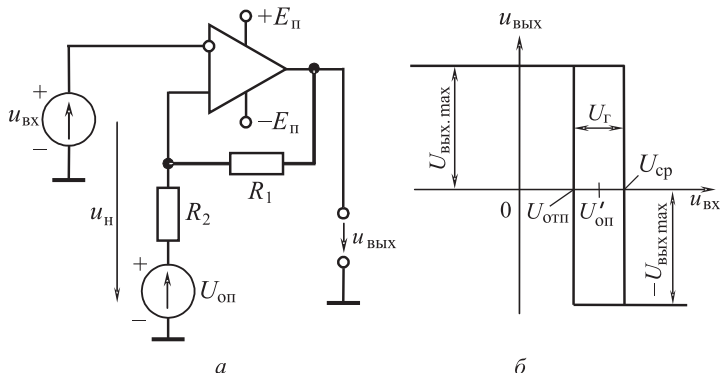


Рис. 15.10

Решение. В схеме применена положительная обратная связь с помощью резисторов R_1 , R_2 . Напряжение $u_{\text{Н}}$ на неинвертирующем входе ОУ обусловлено действием двух напряжений: $u_{\text{ВХ}}$ и $U_{\text{ОП}}$. Найдем $u_{\text{Н}}$ методом наложения, учитывая, что резисторы R_1 , R_2 выполняют роль делителя обоих напряжений:

$$u_{\text{Н}} = U_{\text{ср}} = U_{\text{ОП}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + |U_{\text{ВЫХ max}}| \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 1 \cdot \frac{10}{10,5} + 10 \cdot \frac{0,5}{10,5} = 1,43 \text{ В.}$$

Если $u_{\text{ВХ}} < u_{\text{Н}} = U_{\text{ср}}$, то на выходе компаратора $u_{\text{ВЫХ}} = +U_{\text{ВЫХ max}}$. При $u_{\text{ВХ}} = U_{\text{ср}}$ произойдет переключение компаратора в состояние $u_{\text{ВЫХ}} = -U_{\text{ВЫХ max}}$, а возвращение в состояние $u_{\text{ВЫХ}} = +U_{\text{ВЫХ max}}$ — при снижении $u_{\text{ВХ}}$ до напряжения отпускания

$$u_{\text{Н}} = U_{\text{отп}} = U_{\text{ОП}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} - |U_{\text{ВЫХ max}}| \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 1 \cdot \frac{10}{10,5} - 10 \cdot \frac{0,5}{10,5} = 0,47 \text{ В.}$$

Передаточная характеристика $u_{\text{вых}}(u_{\text{вх}})$ изображена на рис. 15.10, б, где $U'_{\text{оп}} = U_{\text{оп}} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$.

Ширина зоны гистерезиса

$$U_{\Gamma} = U_{\text{ср}} - U_{\text{отп}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot 2|U_{\text{вых max}}| = 0,96 \text{ В.}$$

Контрольные задачи

Задача 15.11. Рассчитать инвертирующий усилитель на основе ОУ типа К140УД1А с коэффициентом усиления напряжения $K_U = -10$ (см. рис. 15.1). Паспортные данные К140УД1А: $E_{\text{п}} = \pm 6,3 \text{ В}$, $K_{U \text{ ОУ}} = 2500$, $U_{\text{вых max}} = \pm 3,5 \text{ В}$, $R_{\text{вх ОУ}} = 0,6 \text{ МОм}$, $R_{\text{вых ОУ}} = 0,7 \text{ кОм}$, $I_{\text{вх}} = 5 \text{ мкА}$, $\Delta I_{\text{вх}} = 1,5 \text{ мкА}$. Входное сопротивление проектируемого усилителя должно быть не меньше 10 кОм , выходное сопротивление – не больше 100 Ом . Усилитель работает от источника сигнала с ЭДС $E_{\Gamma} = 0,5 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $R_{\Gamma} = 1 \text{ кОм}$ на нагрузку сопротивлением $R_{\text{н}} = 5 \text{ кОм}$. Определить выходной ток ОУ.

Задача 15.12. Инвертирующий усилитель (см. рис. 15.1) с сопротивлениями $R_1 = 10 \text{ кОм}$ и $R_{\text{ОС}} = 1 \text{ МОм}$ имеет следующие параметры ОУ: $K_{U \text{ ОУ}} = 10^4$, $R_{\text{вх ОУ}} = 300 \text{ кОм}$, $R_{\text{вых ОУ}} = 700 \text{ Ом}$. Рассчитать K_U , $R_{\text{вх}}$, $R_{\text{вых}}$ усилителя: а) полагая ОУ идеальным ($R_{\text{вх ОУ}} = \infty$, $K_{U \text{ ОУ}} = \infty$); б) с учетом неидеальных параметров ОУ.

Задача 15.13. Ограничится ли выходной сигнал в инвертирующем усилителе (см. рис. 15.1), если $U_{\text{вх}} = 1 \text{ В}$, $R_1 = 10 \text{ кОм}$, $R_{\text{ОС}} = 100 \text{ кОм}$? Максимальное выходное напряжение ОУ $U_{\text{вых max}} = \pm 8 \text{ В}$. В каком режиме работает ОУ?

Задача 15.14. В цепи (рис. 15.11) $R_1 = 20 \text{ кОм}$, $R_2 = 10 \text{ кОм}$, $R_3 = 25 \text{ кОм}$, $R_{\text{ОС}} = 100 \text{ кОм}$, $U_1 = U_2 = U_3 = 10 \text{ мВ}$. Определить $U_{\text{вых}}$ и R_4 .

Задача 15.15. В цепи (рис. 15.2) $R_1 = 5 \text{ кОм}$, $U_{\text{вх}} = 10 \text{ мВ}$, $U_{\text{вых}} = 0,11 \text{ В}$. Определить $R_{\text{ОС}}$ и R_2 .

Задача 15.16. В цепи (рис. 15.12) $U_{\text{вх}} = 1 \text{ В}$. Определить $U_{\text{вых}}$.

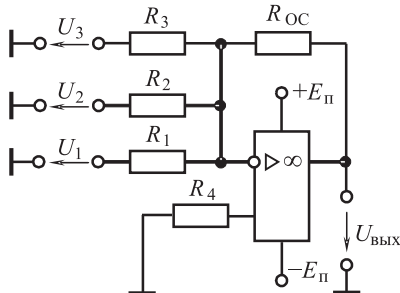


Рис. 15.11

Задача 15.17. При каком соотношении сопротивлений резисторов в схеме разностного усилителя (см. рис. 15.4) коэффициенты усиления по инвертирующему и неинвертирующему входам будут одинаковы?

Задача 15.18. Определить выходной ток ОУ (см. рис. 15.4), если сопротивление нагрузки $R_n = 5 \text{ кОм}$, $R_1 = R_2 = 10 \text{ кОм}$, $R_3 = R_{OC} = 50 \text{ кОм}$, $U_{BX1} = 2 \text{ В}$, $U_{BX2} = 3 \text{ В}$. Принять $R_{ВЫХ ОУ} = 0$, $K_{ОУ} = \infty$.

Задача 15.19. Для разностного усилителя (см. рис. 15.4) определить $U_{ВЫХ}$, если $U_{BX1} = 0,1 \text{ В}$, $U_{BX2} = -0,3 \text{ В}$, $R_{OC} = R_3 = 400 \text{ кОм}$, $R_1 = R_2 = 20 \text{ кОм}$.

Задача 15.20. Какое максимальное напряжение $U_{ВХ.Р} = U_{BX2} - U_{BX1}$ можно подать на вход разностного усилителя, рассмотренного в задаче 15.19, чтобы выходной сигнал $u_{ВЫХ}$ не ограничивался, если выходное напряжение ОУ ограничивается значением $\pm 10 \text{ В}$?

Задача 15.21. В цепь инвертирующего входа ОУ включен фотодиод VD (рис. 15.13). При некоторой освещенности ток фотодиода $I_\phi = 10 \text{ мкА}$. Рассчитать R_{OC} , при котором выходное напряжение $U_{ВЫХ} = 1 \text{ В}$.

Задача 15.22. Решить задачу 15.6 при условии, что входное напряжение изменяется так, как показано на рис. 15.14.

Задача 15.23. В избирательном усилителе (см. рис. 15.8) рассчитать емкость C конденсатора и сопротивление R_{OC} резистора, чтобы максимальный коэффициент усиления $K_U = 100$ был при частоте сигнала 500 кГц , если $R_1 = 10 \text{ кОм}$, $L = 100 \text{ мГн}$.

Задача 15.24. Как изменится напряжение на выходе компаратора, рассмотренного в задаче 15.9, при изменении полярности источника опорного напряжения?

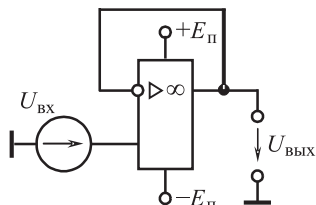


Рис. 15.12

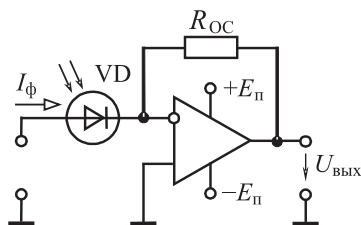


Рис. 15.13

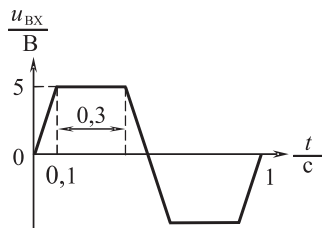


Рис. 15.14

Задача 15.25. Рассчитать напряжение срабатывания и отпускания, а также ширину зоны гистерезиса в компараторе с параметрами, указанными в задаче 15.10, при $U_{\text{оп}} = 0$. Построить передаточную характеристику $u_{\text{вых}}(u_{\text{вх}})$.

Ответы к контрольным задачам

15.11. $R_1 = 10 \text{ кОм}$, $R_{\text{ОС}} = 110 \text{ кОм}$, $R_2 = 10 \text{ кОм}$, $R_{\text{вх}} = 10 \text{ кОм}$, $R_{\text{вых}} = 3,27 \text{ Ом}$, $I_{\text{н}} = 0,7 \text{ мА}$, $I_{\text{вых}} = 0,732 \text{ мА}$. **15.12.** а) $K_U = -100$, $R_{\text{вх}} = 10 \text{ кОм}$, $R_{\text{вых}} = 0$; б) $K_U = -99$, $R_{\text{вх}} = 10,1 \text{ кОм}$; $R_{\text{вых}} = 7 \text{ Ом}$. **15.13.** Сигнал ограничится; $U_{\text{вых}} = K_U U_{\text{вх}} = \pm 10 \text{ В} > U_{\text{вых max}} = \pm 8 \text{ В}$. **15.14.** $U_{\text{вых}} = -190 \text{ мВ}$, $R_4 = 5 \text{ кОм}$. **15.15.** $R_{\text{ОС}} = 50 \text{ кОм}$, $R_2 = 4,55 \text{ кОм}$. **15.16.** $U_{\text{вых}} = 1 \text{ В}$. **15.17.** $R_2 = R_1$, $R_3 = R_{\text{ОС}}$, $K_U = R_{\text{ОС}}/R_1 = R_3/R_2$. **15.18.** $I_{\text{вых}} = 1,1 \text{ мА}$. **15.19.** $U_{\text{вых}} = -8 \text{ В}$. **15.20.** $|U_{\text{вх max}}| \leq 0,5 \text{ В}$. **15.21.** $R_{\text{ОС}} = 100 \text{ кОм}$. **15.22.** $C = 0,1 \text{ мкФ}$, $U_{\text{вых max}} = 50 \text{ мВ}$. **15.23.** $C = 1 \text{ пФ}$, $R_{\text{ОС}} = 1000 \text{ кОм}$. **15.25.** $U_{\text{ср}} = +0,47 \text{ В}$, $U_{\text{отп}} = -0,47 \text{ В}$, $U_{\text{г}} = 0,94 \text{ В}$.

16. ИМПУЛЬСНЫЕ И ЦИФРОВЫЕ УСТРОЙСТВА

Задачи с решениями

Задача 16.1. Определить период T , частоту f и скважность Q последовательности импульсов (рис. 16.1), если $t_{\text{и}} = 100$ мкс, а $t_{\text{п}} = 1$ мс.

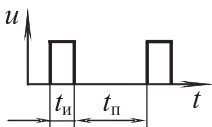


Рис. 16.1

Решение. Вычисляем:

$$T = t_{\text{и}} + t_{\text{п}} = 0,1 + 1 = 1,1 \text{ мс};$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,1 \cdot 10^{-3}} = 909 \text{ Гц};$$

$$Q = \frac{T}{t_{\text{и}}} = \frac{1,1}{0,1} = 11.$$

Задача 16.2. Схема электронного ключа на транзисторе КТ315А приведена на рис. 16.2. Параметры элементов схемы: $E_{\text{К}} = 12$ В,

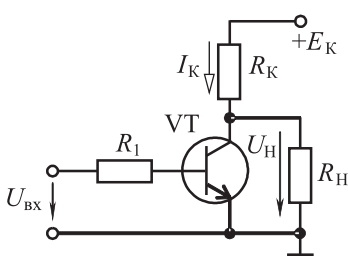


Рис. 16.2

$h_{21} = 50$, $R_{\text{К}} = 2$ кОм, $R_{\text{Н}} = 5$ кОм, $R_1 = 10$ кОм. Определить $U_{\text{ВХ}}$ и $U_{\text{Н}}$ при работе транзистора в режимах отсечки и насыщения. Напряжением $U_{\text{БЭ}}$ и тепловым током $I_{\text{К}0}$ пренебречь.

Решение. Для кремниевых транзисторов пороговое значение $U_{\text{БЭ}} = 0,6$ В, поэтому для режима отсечки $U_{\text{ВХ}} \leq 0,6$ В. При этом

$$I_{\text{К}} = 0; U_{\text{Н}} = \frac{E_{\text{К}} R_{\text{Н}}}{R_{\text{К}} + R_{\text{Н}}} = \frac{12 \cdot 5}{2 + 5} = 8,6 \text{ В}.$$

В режиме насыщения $U_{\text{КЭ}} \approx 0$, поэтому $U_{\text{Н}} \approx 0$. Находим токи:

$$I_{\text{К}} = \frac{E_{\text{К}}}{R_{\text{К}}} = \frac{12}{2} = 6 \text{ мА}; I_{\text{Б}} = \frac{I_{\text{К}}}{h_{21}} = \frac{6}{50} = 0,12 \text{ мА};$$

$$U_{\text{ВХ}} \geq R_1 I_{\text{Б}} = 10 \cdot 10^3 \cdot 0,12 \cdot 10^{-3} = 1,2 \text{ В}.$$

Задача 16.3. Схема мультивибратора на транзисторах VT1 и VT2 приведена на рис. 16.3. Определить длительность импульса $t_{\text{и}}$

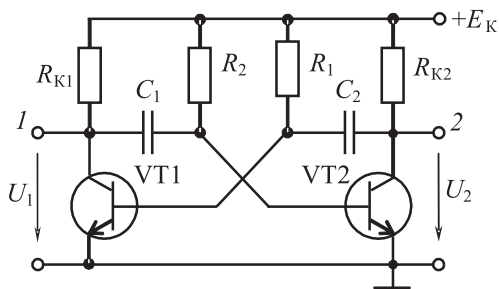


Рис. 16.3

и период T для выхода 2, если $R_1 = R_2 = 20 \text{ кОм}$, $C_1 = 0,01 \text{ мкФ}$, $C_2 = 0,1 \text{ мкФ}$.

Решение. Длительность импульса

$$t_{н2} \approx 0,7C_1R_2 = 0,7 \cdot 0,01 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3 = 0,14 \text{ мс.}$$

Длительность паузы

$$t_{п2} = t_{п1} \approx 0,7C_2R_1 = 0,7 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^3 = 1,4 \text{ мс.}$$

Определяем период и частоту:

$$T = t_{н2} + t_{п2} = 0,14 + 1,4 = 1,54 \text{ мс;}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1,54 \cdot 10^{-3}} = 649 \text{ Гц.}$$

Задача 16.4. На рис. 16.4 приведена схема симметричного мультивибратора на ОУ. Определить длительность $t_{и}$ и частоту f импульсов, если $R_{ОС} = 10 \text{ кОм}$, $C = 0,01 \text{ мкФ}$, $R_1 = R_2 = 10 \text{ кОм}$.

Решение. Для схемы на ОУ длительность импульса

$$\begin{aligned} t_{и} &= RC \ln(1 + 2R_1 / R_2) = \\ &= 10 \cdot 10^3 \cdot 0,01 \cdot 10^{-6} \ln(1 + 2 \cdot 10 / 10) = \\ &= 0,11 \text{ мс.} \end{aligned}$$

Находим период и частоту:

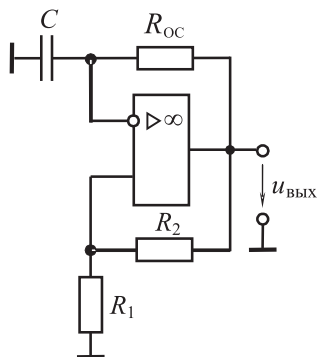


Рис. 16.4

$$T = 2t_{\text{и}} = 0,22 \text{ мс};$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,22 \cdot 10^{-3}} = 4,5 \text{ кГц}.$$

Задача 16.5. Схема генератора линейно изменяющегося напряжения (ГЛИН) приведена на рис. 16.5. Параметры элементов схемы: $E_{\text{К}} = 12 \text{ В}$, $R_{\text{К}} = 50 \text{ кОм}$, $C_2 = 0,1 \text{ мкФ}$. Определить амплитуду выходного напряжения $U_{\text{вых } m}$ и среднюю скорость нарастания прямого хода $K = U_m/t_{\text{и}}$, если на вход поступают отрицательные импульсы длительностью $t_{\text{и}} = 1 \text{ мс}$.

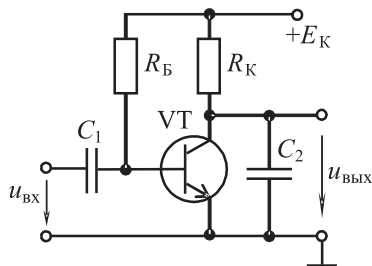


Рис. 16.5

Решение. При отсутствии входного импульса транзистор насыщен: $U_{\text{КЭ}} = 0$, $u_{\text{вых}} = 0$. С приходом отрицательного импульса транзистор переходит в режим отсечки и конденсатор емкостью C_2 начинает заряжаться с постоянной времени

$$\tau = R_{\text{К}} C_2 = 50 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = 5 \text{ мс}.$$

После окончания импульса транзистор опять переходит в режим насыщения и конденсатор емкостью C_2 быстро разряжается. При $\tau \gg t_{\text{и}}$ $u_{\text{вых}}$ нарастает практически пропорционально времени, т.е. конденсатор заряжается постоянным током $I_{\text{К}} = E_{\text{К}}/R_{\text{К}}$. Тогда

$$U_{\text{вых } m} = \frac{Q}{C_2} = \frac{I_{\text{К}} t}{C_2} = \frac{E_{\text{К}} t}{R_{\text{К}} C_2},$$

амплитуда импульса соответствует $t = t_{\text{и}}$,

$$U_{\text{вых } m} = \frac{E_{\text{К}} t_{\text{и}}}{R_{\text{К}} C_2} = \frac{12 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}} = 2,4 \text{ В};$$

$$K = \frac{U_{\text{вых } m}}{t_{\text{и}}} = \frac{2,4}{10^{-3}} = 2,4 \cdot 10^3 \text{ В/с}.$$

Задача 16.6. Составить функциональную схему устройства на логических элементах, реализующего логическую функцию

$$F = X_1 + \overline{X_2 X_3}.$$

Решение. Логический элемент 2И–НЕ реализует функцию $F_1 = \overline{X_2 X_3}$.

Логический элемент 2ИЛИ выполняет функцию $F = X_1 + F_1$.

Функциональная схема приведена на рис. 16.6.

Задача 16.7. Составить функциональную схему устройства, реализующего функцию

$$F = \overline{X_1 \bar{X}_2} + \overline{\bar{X}_1 X_2} + \bar{X}_3.$$

Решение. При реализации функции без преобразований надо последовательно выполнить следующие операции:

$$F_1 = \bar{X}_2; \quad F_2 = X_1 F_1;$$

$$F_3 = \overline{X_1 X_2}; \quad F_4 = \bar{X}_3;$$

$$F = \overline{F_2 + F_3 + F_4}.$$

Схема устройства показана на рис. 16.7, а.

Схему можно существенно упростить, если преобразовать заданную функцию, используя законы алгебры логики:

$$\begin{aligned} F &= \overline{X_1 \bar{X}_2} + \overline{\bar{X}_1 X_2} + \bar{X}_3 = \\ &= \overline{X_1 \bar{X}_2} \overline{\bar{X}_1 X_2} \bar{X}_3 = \\ &= (\bar{X}_1 + X_2) X_1 X_2 X_3 = \\ &= \bar{X}_1 X_1 X_2 X_3 + X_2 X_1 X_2 X_3 = \\ &= X_1 X_2 X_3. \end{aligned}$$

Схема устройства для преобразованной функции показана на рис. 16.7, б. Подставив различные значения X_i можно убедиться в том, что обе схемы реализуют одну и ту же функцию.

Задача 16.8. Составить схему шифратора, преобразующего число из десятичного кода в двоично-десятичный.

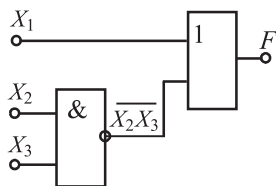
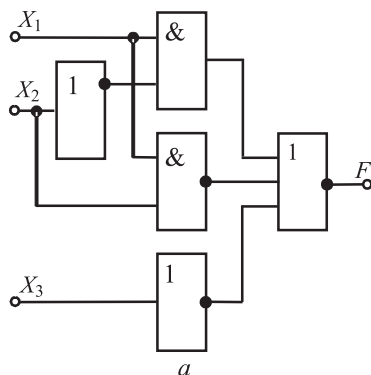
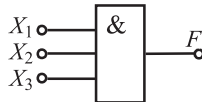


Рис. 16.6



а



б

Рис. 16.7

Решение. Каждый разряд десятичного числа может содержать один из 10 знаков (от 0 до 9). Поэтому шифратор должен иметь 10 входов. В двоичном коде любая десятичная цифра может быть представлена четырехразрядным двоичным числом. Следовательно, шифратор должен иметь 4 выхода. Таблица состояний шифратора (табл. 16.1) позволяет записать уравнения логических функций для каждого выхода:

Таблица 16.1

X	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	1	1	0	0
4	0	0	1	0
5	1	0	1	0
6	0	1	1	0
7	1	1	1	0
8	0	0	0	1
9	1	0	0	1

$$Y_0 = X_1 + X_3 + X_5 + X_7 + X_9;$$

$$Y_1 = X_2 + X_3 + X_6 + X_7;$$

$$Y_2 = X_4 + X_5 + X_6 + X_7;$$

$$Y_3 = X_8 + X_9.$$

Условное обозначение шифратора и его схема, построенная по указанным уравнениям, приведены на рис. 16.8, а, б соответственно.

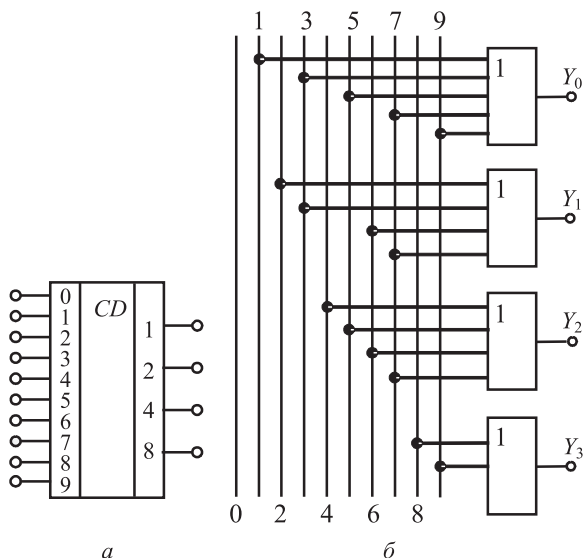


Рис. 16.8

Задача 16.9. Составить схему дешифратора для перевода чисел из двоично-десятичного кода в десятичный.

Решение. Схема содержит 4 входа и 10 выходов. Составим таблицу состояний (табл. 16.2).

Таблица 16.2

X	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7	Y_8	Y_9
X_0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
X_1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
X_2	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
X_3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

По таблице состояний запишем уравнения логических функций для каждого выхода:

$$Y_0 = \bar{X}_0 \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3;$$

$$Y_1 = X_0 \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3;$$

$$Y_7 = X_0 X_1 X_2 \bar{X}_3;$$

$$Y_8 = \bar{X}_0 \bar{X}_1 \bar{X}_2 X_3;$$

$$Y_9 = X_0 \bar{X}_1 \bar{X}_2 X_3.$$

Схема дешифратора на логических элементах ИЛИ-НЕ и его условное обозначение показаны на рис. 16.9, а, б соответственно.

Задача 16.10. Составить схему мультиплексора для передачи сигналов от четырех источников по одной линии.

Решение. Схема должна содержать 4 входа и 1 выход. Кроме того, она должна вклю-

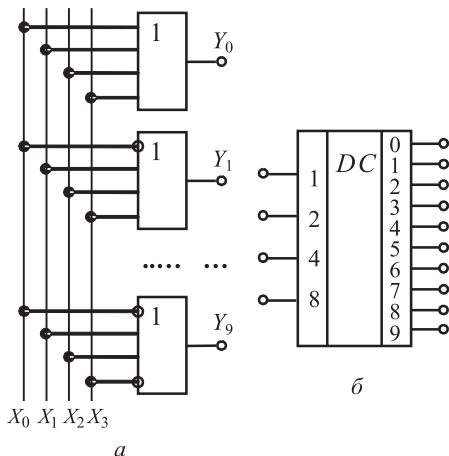


Рис. 16.9

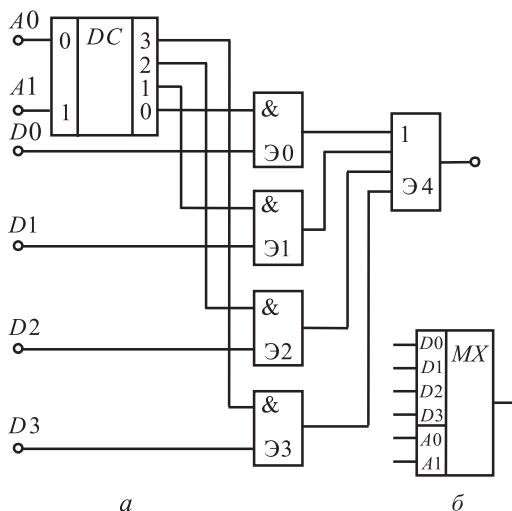


Рис. 16.10

ния связи. Схема мультиплексора приведена на рис. 16.10, а, а его условное обозначение – на рис. 16.10, б.

Пусть на входы $A0, A1$ подан сигнал 01 (адрес источника $D1$). Высокий уровень с выхода дешифратора поступает на вход $\text{Э}1$, и сигнал на его выходе повторяет сигнал источника $D1$. Через $\text{Э}4$ он поступает в линию связи. Все остальные элементы закрыты.

Задача 16.11. Составить таблицу состояний для RS -триггера на элементах ИЛИ–НЕ, схема которого приведена на рис. 16.11.

Решение. При $S = R = 0$ состояние элементов зависит от сигналов на выходах Q и \bar{Q} . Пусть $Q = 0$. Тогда логический элемент $\text{Э}2$ имеет на входах 00 и на выходе $\bar{Q} = 1$. Логический элемент $\text{Э}1$ имеет на входах 01 и на выходе $Q = 0$, т.е. схема сохраняет предыдущее состояние. При $S = 1, R = 0$ на выходе элемента $\text{Э}2$ всегда $Q = 0$. На входе $\text{Э}1$ оба сигнала 00, на выходе – сигнал $Q = 1$.

Сигналы $S = 0, R = 1$ устанавливают элемент $\text{Э}1$ при любом предшествующем состоянии в состояние $Q = 0$, а $\text{Э}2$ – в состояние $\bar{Q} = 1$. Если $R = S = 1$, то $Q = \bar{Q} = 0$, что недопустимо для триггера. Эти сигналы запрещены (табл. 16.3, где х – неопределенное состояние).

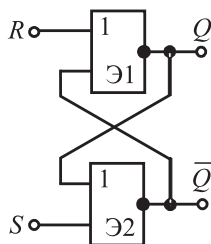


Рис. 16.11

Задача 16.12. Составить схему T -триггера на основе D -триггера, срабатывающего по переднему фронту синхроимпulsesа. Начертить временную диаграмму его работы.

Решение. С приходом синхроимпulsesа D -триггер устанавливается в состояние $Q = D$. Поэтому соединяем его вход D с выходом \bar{Q} . Схема приведена на рис. 16.12, а, а временные диаграммы – на рис. 16.12, б.

Задача 16.13. Составить схему последовательного суммирующего счетчика импульсов с модулем счета $K = 6$ на JK -триггерах. Начертить временные диаграммы его работы.

Решение. Последовательный счетчик должен содержать N триггеров, чтобы число возможных состояний схемы 2^N было равно или больше модуля счета K .

При $N = 3$ $2^3 = 8 > K = 6$. Два состояния схемы избыточны. Схема должна переходить в исходное состояние $Q_3Q_2Q_1 = 000$ после шестого импульса, когда $Q_3Q_2Q_1 = 110$. Это достигается с помощью комбинационной схемы, подающей при таком на-

боре выходных сигналов сигнал на входы R . Схема счетчика приведена на рис. 16.13, а, а временные диаграммы – на рис. 16.13, б.

Например, после прихода пятого импульса в счетчике записано число $Q_3Q_2Q_1 = 101_2 = 5_{10}$.

Таблица 16.3

S	R	Q	\bar{Q}
0	0	Q_0	\bar{Q}_0
1	0	1	0
0	1	0	1
1	1	x	x

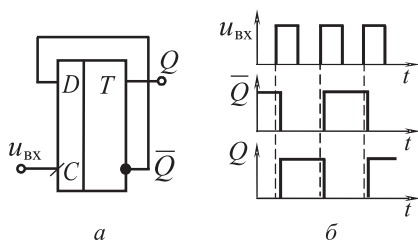


Рис. 16.12

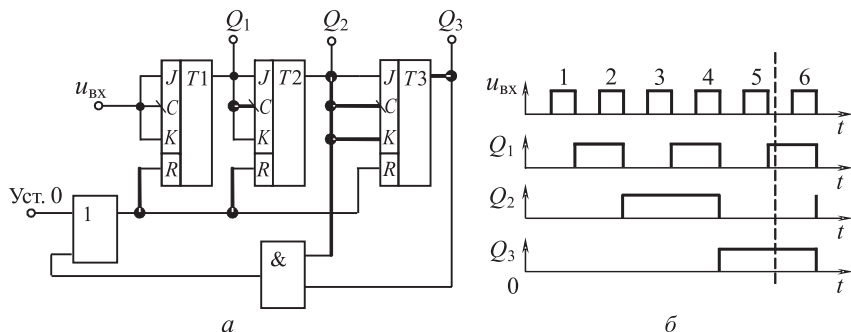


Рис. 16.13

Контрольные задачи

Задача 16.14. Определить период T , длительность импульса $t_{\text{и}}$ и паузы $t_{\text{п}}$, если частота следования импульсов $f = 10 \text{ кГц}$, а скважность $Q = 10$.

Задача 16.15. Используя условие задачи 16.2, показать форму выходного напряжения, если на вход схемы поступают прямоугольные импульсы с амплитудой $U_m = 2 \text{ В}$, частотой $f = 1 \text{ кГц}$ и скважностью $Q = 5$.

Задача 16.16. Определить емкости C_1 и C_2 конденсаторов для получения на выходе мультивибратора (см. рис. 16.3) симметричных импульсов с частотой $f = 10 \text{ кГц}$, если $R_1 = R_2 = 10 \text{ кОм}$.

Задача 16.17. В схеме мультивибратора на ОУ (см. рис. 16.4) $R = 10 \text{ кОм}$, $C = 0,01 \text{ мкФ}$, $R_1 = 10 \text{ кОм}$, $R_2 = 30 \text{ кОм}$. Рассчитать частоту импульсов. Объяснить с помощью временной диаграммы изменение частоты при изменении R_2 .

Задача 16.18. Определить емкость конденсатора в схеме ГЛИН (см. рис. 16.5), если $U_{\text{вых } m} = 6 \text{ В}$, $E_K = 24 \text{ В}$, $R_K = 10 \text{ кОм}$ и $t_{\text{и}} = 1 \text{ мс}$.

Задача 16.19. Составить таблицы истинности для функций, реализуемых логическими элементами 2И–НЕ, 3ИЛИ–НЕ. Дать условное обозначение этих элементов.

Задача 16.20. Составить функциональную схему устройства на логических элементах, реализующего функцию: а) $F_1 = \bar{X}_1 + X_2 + \bar{X}_3$; б) $F_2 = X_1 X_2 + X_3$.

Задача 16.21. Составить функциональную схему устройства, реализующего логические функции $F_1 = \bar{X}$, $F_2 = X_1 + X_2$, $F_3 = X_1 X_2$ на логических элементах: а) 2И–НЕ; б) 2ИЛИ–НЕ.

Задача 16.22. Составить функциональную схему на логических элементах 2И–НЕ, реализующую функцию $F = X_1 X_2 + X_3 X_4$.

Задача 16.23. На рис. 16.14 приведена структурная схема логического устройства. Записать уравнение логической функции, реализуемой этим устройством. При каком наборе входных сигналов $F = 1$?

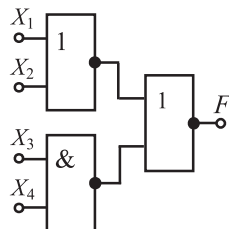


Рис. 16.14

Задача 16.24. Записать функцию и составить схему, реализующую мажоритарную логику (на выходе появляется единица, если на всех трех или на любых двух входах имеется единица).

Задача 16.25. Составить схему шифратора для преобразования числа из восьмеричного кода в двоичный.

Задача 16.26. Составить схему дешифратора для перевода числа из двоичного кода в восьмеричный.

Задача 16.27. Составить схему мультиплексора для передачи информации от трех источников по одной линии.

Задача 16.28. Используя схемы мультиплексора и демultipлексора, составить схему передачи информации от трех источников трем приемникам по одной линии связи.

Задача 16.29. Составить таблицу состояний для RS -триггера на элементах И–НЕ. Начертить условное обозначение такого триггера.

Задача 16.30. Какой сигнал установится на выходах Q и \bar{Q} JK -триггера, если к приходу синхроимпульса: а) $J = 1, K = 0$; б) $K = 1, J = 0$; в) $K = 1, J = 1$?

Задача 16.31. Составить схему T -триггера на основе JK -триггера, привести временные диаграммы его работы.

Задача 16.32. Составить схему последовательного суммирующего счетчика импульсов на D -триггерах с модулем счета $K = 8$. Начертить временные диаграммы его работы.

Задача 16.33. Составить схему последовательного суммирующего счетчика импульсов на JK -триггерах с модулем счета $K = 5$. Начертить временные диаграммы его работы. Каково состояние выходов счетчика после прихода трех импульсов?

Ответы к контрольным задачам

16.14. $T = 0,1$ мс, $t_{\text{н}} = 0,01$ мс, $t_{\text{п}} = 0,09$ мс. **16.16.** $C_1 = C_2 = 7,1$ нФ. **16.18.** $C_2 = 0,4$ мкФ. **16.23.** $X_1 = X_3 = X_4 = 1, X_2 = X_3 = X_4 = 1$. **16.24.** $Y = X_1 X_2 + X_2 X_3 + X_1 X_3$. **16.30.** а) $Q = 1, \bar{Q} = 0$; б) $Q = 0, \bar{Q} = 1$; в) $Q_{n+1} = \bar{Q}_n$. **16.33.** $Q_3 Q_2 Q_1 = 011$.

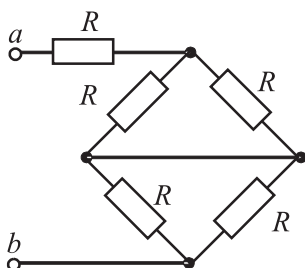
ТЕСТЫ ДЛЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ИЛИ АУДИТОРНОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Тест 1.1

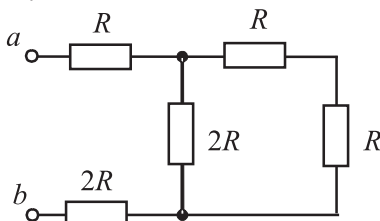
Вариант 1

Определить входное сопротивление $R_{\text{вх } ab}$, если $R = 10 \text{ Ом}$.

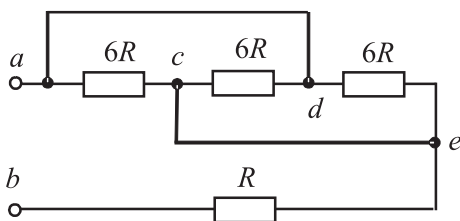
1.



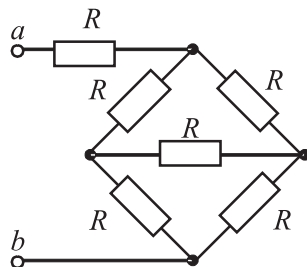
2.



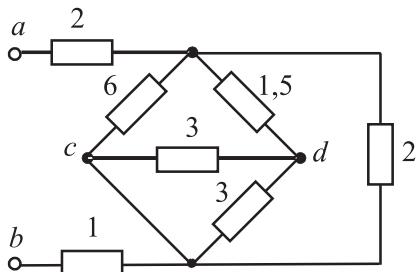
3.



4.



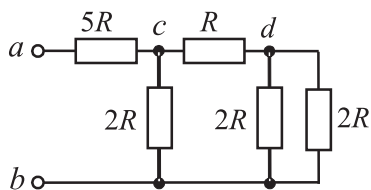
5. Сопротивления заданы в омах.



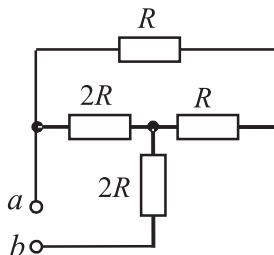
Вариант 2

Определить входное сопротивление $R_{\text{вх } ab}$, если $R = 10 \text{ Ом}$.

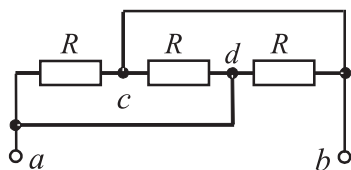
1.



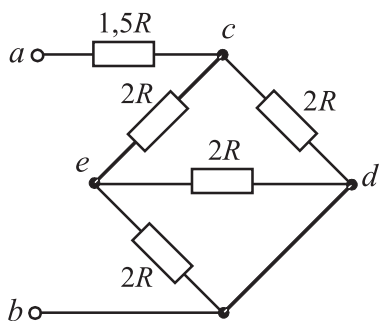
2.



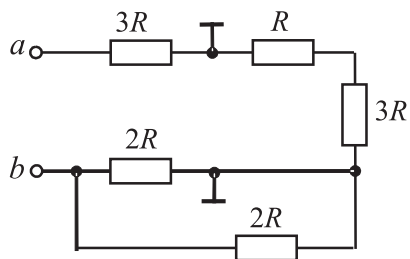
3.



4.



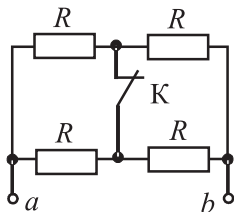
5.



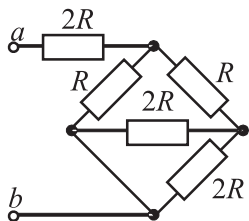
Вариант 3

Определить входное сопротивление $R_{\text{вх } ab}$, если $R = 6 \text{ Ом}$.

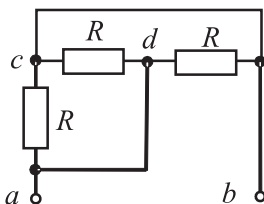
1. а) При замкнутом ключе К; б) при разомкнутом ключе К.



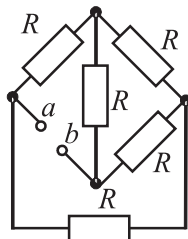
2.



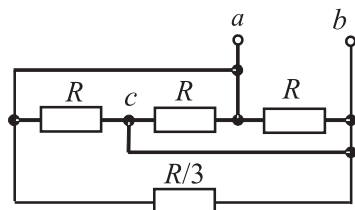
3.



4.



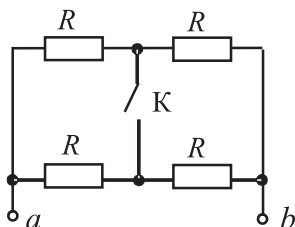
5.



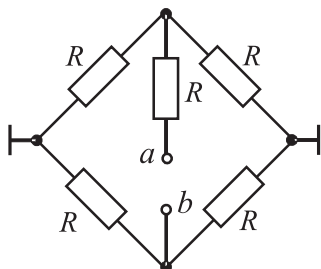
Вариант 4

Определить входное сопротивление $R_{\text{вх } ab}$, если $R = 5 \text{ Ом}$.

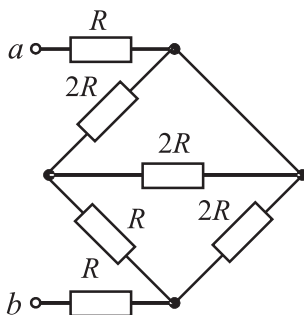
1. а) При замкнутом ключе К; б) при разомкнутом ключе К.



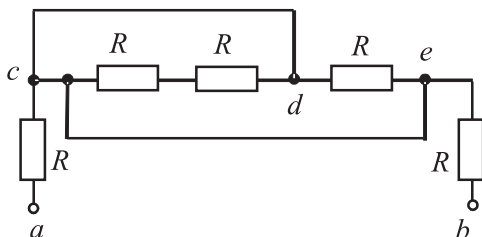
2.



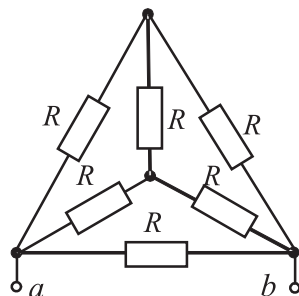
3.



4.



5.

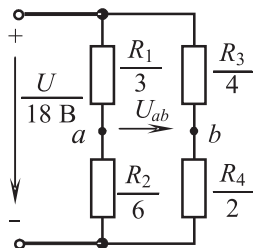


Тест 1.2

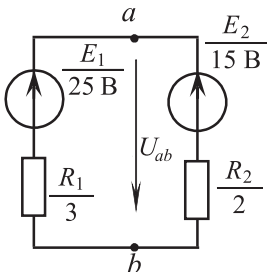
Вариант 1

Определить U_{ab} в схеме. Сопротивления заданы в омах.

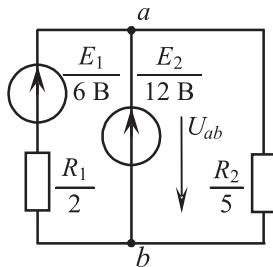
1.



2.

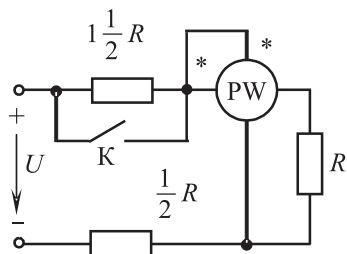


3.

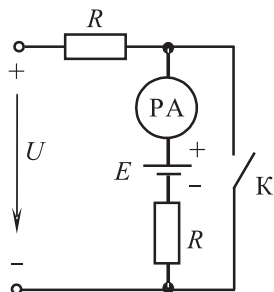


Определить показания приборов: а) при замкнутом ключе К; б) при разомкнутом ключе К, если $U = 45$ В, $E = 15$ В, $R = 5$ Ом.

4.



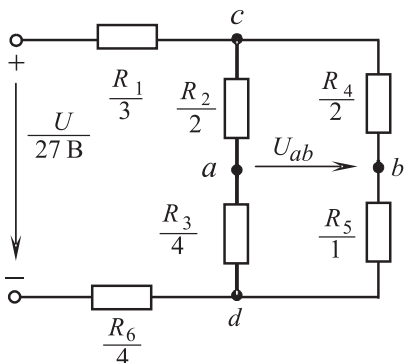
5.



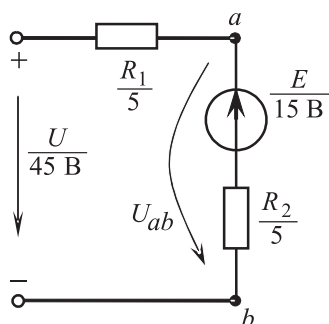
Вариант 2

Определить U_{ab} в схеме. Сопротивления заданы в омах.

1.

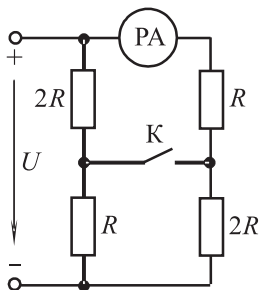


2.

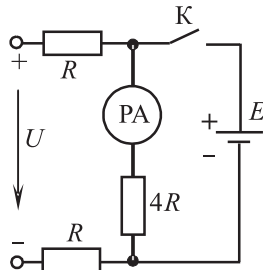


Определить показания приборов: а) при разомкнутом ключе К; б) при замкнутом ключе К, если $U = 45 \text{ В}$, $E = 15 \text{ В}$, $R = 5 \text{ Ом}$.

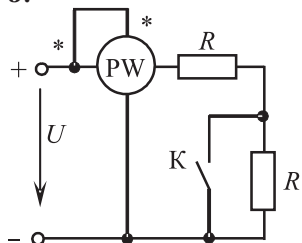
3.



4.

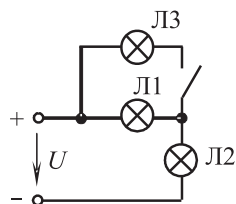


5.

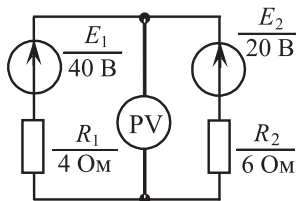


Вариант 3

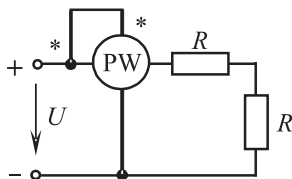
1. Уменьшится или увеличится яркость ламп Л1, Л2 после подключения лампы Л3?



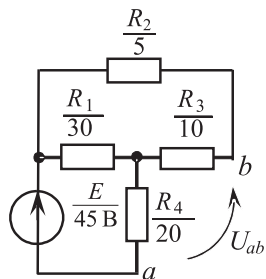
2. Определить показание вольтметра ($R_V = \infty$).



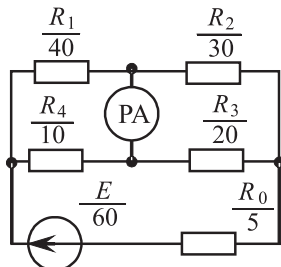
3. Показание ваттметра $P_W = 200$ Вт. Определить показание ваттметра при параллельном подключении резисторов.



4. Определить U_{ab} . Сопротивления заданы в омах.

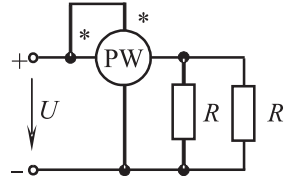


5. Определить показание амперметра.

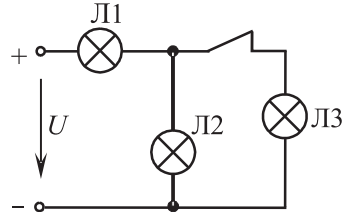


Вариант 4

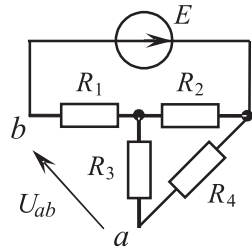
1. В данной цепи ваттметр показывает 200 Вт. Определить показание ваттметра при последовательном подключении резисторов к тому же источнику.



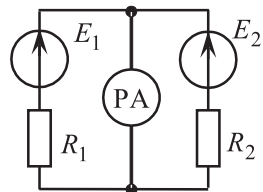
2. Уменьшится или увеличится яркость ламп Л1 и Л2 после отключения лампы Л3?



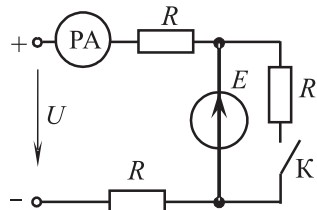
3. Определить U_{ab} , если $E = 54$ В, $R_1 = 24$ Ом, $R_2 = 36$ Ом, $R_3 = 12$ Ом, $R_4 = 6$ Ом.



4. Определить показание амперметра ($R_A = 0$), если $E_1 = 20$ В, $E_2 = 16$ В, $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом.



5. Определить показание амперметра: а) при разомкнутом ключе К; б) при замкнутом ключе К, если $U = 45$ В, $E = 15$ В, $R = 5$ Ом.



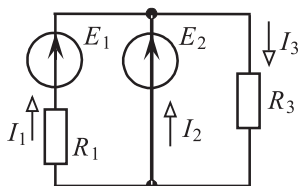
Тест 1.3

Вариант 1

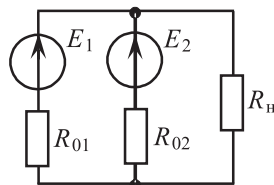
1. Ток короткого замыкания аккумулятора $I_k = 6$ А, а напряжение его холостого хода $U_x = 12$ В. Определить: а) ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора; б) напряжение на зажимах аккумулятора и мощность, развиваемую им при подключении сопротивления нагрузки $R_n = 10$ Ом.

2. Источник энергии с $E = 12$ В и $R_0 = 2$ Ом питает нагрузку. При каком сопротивлении нагрузки в ней выделяется наибольшая мощность (сопротивлением соединительных проводов пренебречь)? Рассчитать мощность нагрузки $P_{n \max}$, мощность источника, КПД электропередачи.

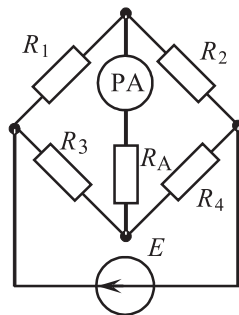
3. Дано: $E_1 = 24$ В, $E_2 = 12$ В, $R_1 = 2$ Ом, $R_3 = 6$ Ом. Определить токи ветвей I_1 , I_2 , I_3 .



4. Дано: $E_1 = 110$ В, $E_2 = 100$ В, $R_{01} = 1$ Ом, $R_{02} = 0,5$ Ом, $R_n = 10$ Ом. Определить мощность первого и второго источников ЭДС. Какой из двух источников ЭДС генерирует энергию, а какой потребляет?

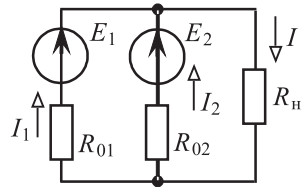


5. Дано: $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 30$ Ом, $R_3 = 60$ Ом, $R_4 = 40$ Ом, $E = 200$ В. Методом эквивалентного генератора определить показание амперметра, сопротивление которого $R_A = 0,1$ Ом.



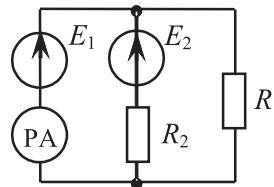
Вариант 2

1. Дано: $E_1 = 4$ В, $E_2 = 4,5$ В, $R_{01} = R_{02} = 0,1$ Ом. Определить ток нагрузки I , если ток первого источника $I_1 = 5$ А.

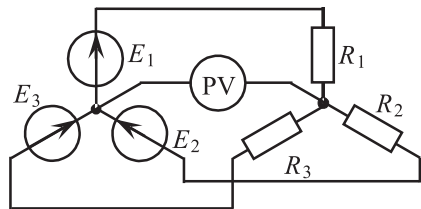


2. При коротком замыкании источник ЭДС развивает мощность 100 Вт. Какую наибольшую мощность может отдавать этот источник во внешнюю цепь?

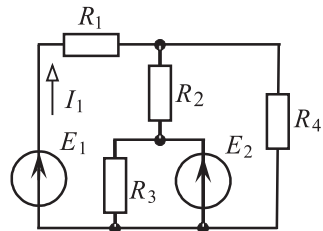
3. Дано: $E_1 = 6$ В, $E_2 = 4$ В, $R_2 = 4$ Ом, $R = 12$ Ом. Определить показание амперметра.



4. Дано: $E_1 = E_2 = E_3 = 100$ В, $R_1 = R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 10$ Ом. Определить показание вольтметра, считая $R_V = \infty$.

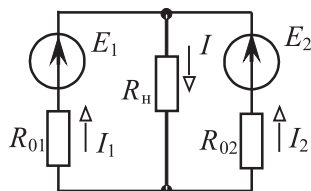


5. Дано: $E_1 = 125$ В, $E_2 = 120$ В, $R_1 = 40$ Ом, $R_2 = 36$ Ом, $R_3 = R_4 = 60$ Ом. Рассчитать ток I_1 методом эквивалентного генератора.

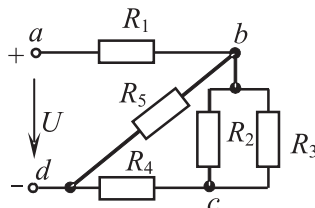


Вариант 3

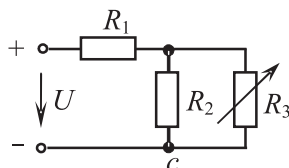
1. Дано: $E_1 = 12$ В, $E_2 = 12,5$ В, $R_{01} = R_{02} = 0,1$ Ом. Определить ток первого источника I_1 и ток нагрузки I , если ток второго источника $I_2 = 5$ А.



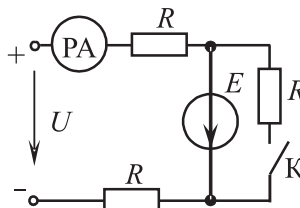
2. Уменьшаться или увеличатся напряжения U_{ab} , U_{bc} , U_{cd} , U_{bd} при увеличении сопротивления R_5 ? Напряжение на зажимах $U = \text{const}$.



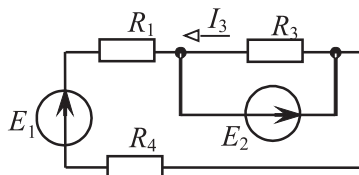
3. Рассчитать сопротивление резистора R_3 , при котором в нем выделяется наибольшая мощность $P_{3 \max}$, если $U = 36$ В, $R_1 = 3$ Ом, $R_2 = 6$ Ом. Чему равна мощность $P_{3 \max}$?



4. Определить показание амперметра: а) при разомкнутом ключе К; б) при замкнутом ключе К, если $U = 45$ В, $E = 15$ В, $R = 5$ Ом.

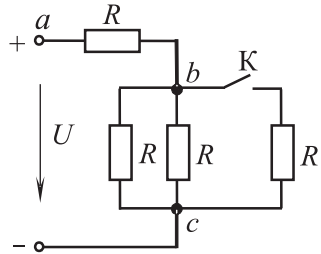


5. Определить ток I_3 методом эквивалентного генератора, если $E_1 = 20$ В, $E_2 = 14$ В, $R_1 = 6$ Ом, $R_3 = 7$ Ом, $R_4 = 14$ Ом.



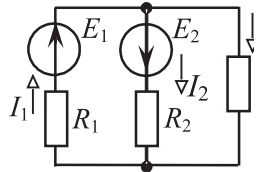
Вариант 4

1. Уменьшаются или увеличатся напряжения U_{ab} , U_{bc} после замыкания ключа К?

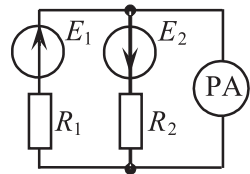


2. Источник энергии работает в согласованном режиме с потребителем, при этом мощность потребителя $P_2 = 1000$ Вт, его сопротивление $R = 40$ Ом. Рассчитать мощность источника P_1 и напряжение U_1 на зажимах источника.

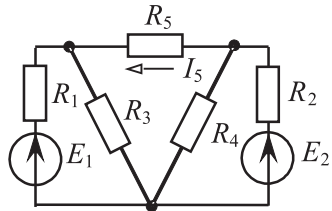
3. Дано: $E_1 = 30$ В, $E_2 = 15$ В, $R_1 = R_2 = 3$ Ом, $R_3 = 6$ Ом. Определить токи I_1 , I_2 , I_3 методом наложения.



4. Дано: $E_1 = 36$ В, $E_2 = 24$ В, $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 4$ Ом. Определить показание амперметра ($R_A = 0$).



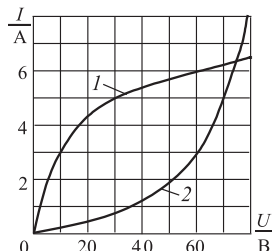
5. Дано: $E_1 = 80$ В, $E_2 = 120$ В, $R_1 = R_3 = 20$ Ом, $R_2 = R_4 = 60$ Ом, $R_5 = 10$ Ом. Определить ток I_5 методом эквивалентного генератора.



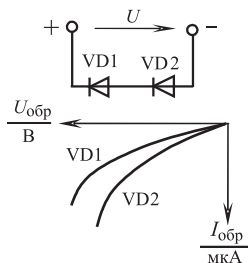
Тест 1.4

Вариант 1

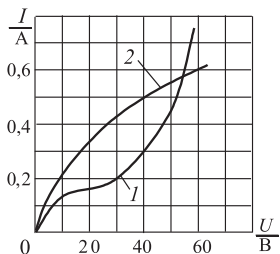
1. Два нелинейных элемента, ВАХ которых даны на диаграмме, соединены последовательно. Определить напряжение на входе цепи, если ток первого элемента $I_1 = 5$ А.



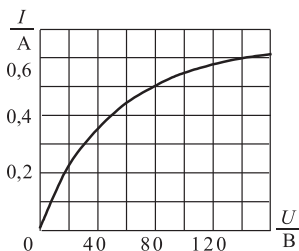
2. Два полупроводниковых диода включены последовательно. Обратные ветви ВАХ диодов приведены на диаграмме. Какой из диодов (1-й или 2-й) нужно шунтировать резистором, чтобы обратные напряжения были одинаковыми?



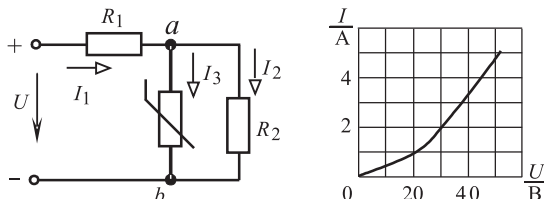
3. Два нелинейных элемента включены параллельно; ВАХ элементов даны на диаграмме. Определить общий ток цепи, если ток второго элемента $I_2 = 0,5$ А.



4. Параллельно лампе накаливания, ВАХ которой дана на диаграмме, включен реостат сопротивлением $R = 160$ Ом. Определить напряжение сети, при котором мощности лампы и реостата будут одинаковыми.

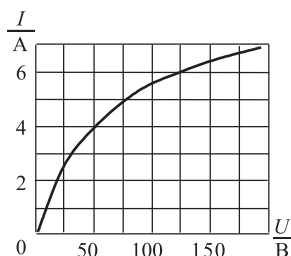


5. Ток нелинейного элемента $I_3 = 2$ А, ВАХ его дана на диаграмме. Определить напряжение U на входе цепи, если $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 30$ Ом.

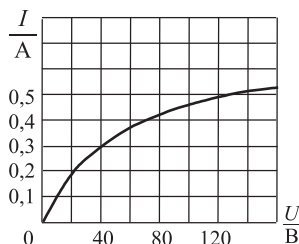


Вариант 2

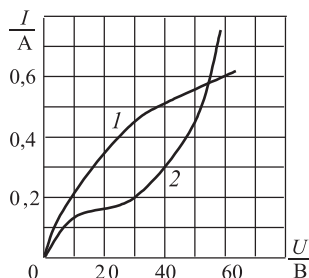
1. Нелинейное сопротивление, ВАХ которого дана на диаграмме, и линейное сопротивление $R = 40$ Ом соединены последовательно. Напряжение на нелинейном элементе равно 50 В. Определить напряжение на зажимах цепи.



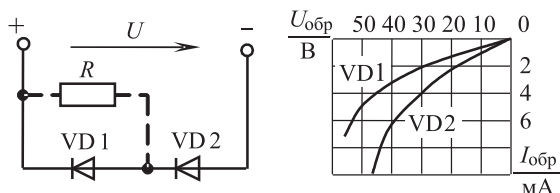
2. Лампа накаливания с напряжением $U_{\text{ном}} = 127$ В подключена последовательно с реостатом к сети напряжением $U_{\text{с}} = 220$ В; ВАХ лампы приведена на диаграмме. Рассчитать сопротивление реостата, выбранного так, что напряжение на лампе равно 127 В.



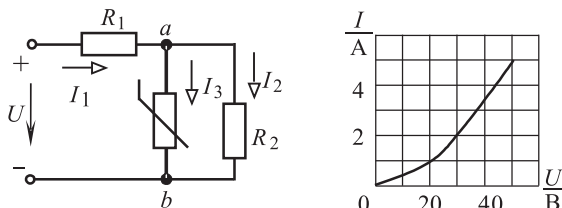
3. Два нелинейных элемента включены параллельно; ВАХ элементов даны на диаграмме. Определить общий ток цепи, если на первом элементе напряжение $U_1 = 30$ В.



4. Два диода включены последовательно на напряжение $U = 60$ В; ВАХ диодов приведены на диаграмме. Определить сопротивление R резистора, подключаемого параллельно VD1, чтобы обратные напряжения на диодах были одинаковыми.

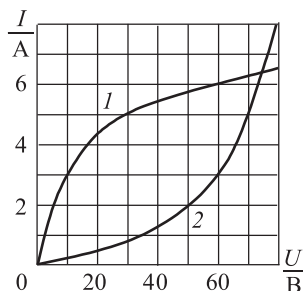


5. Ток в резисторе $I_2 = 1$ А. Определить напряжение U на входе цепи, если $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 40$ Ом; ВАХ нелинейного элемента дана на диаграмме.

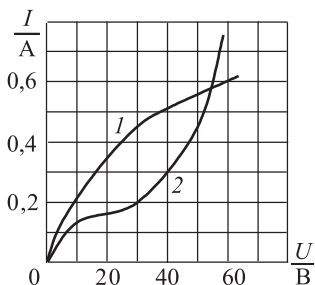


Вариант 3

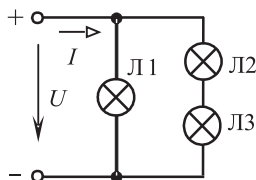
1. Два нелинейных элемента, ВАХ которых даны на диаграмме, соединены последовательно. Определить напряжение на входе цепи, если напряжение второго элемента $U_2 = 60$ В.



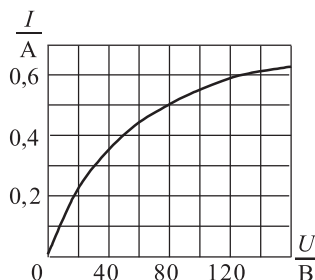
2. Два нелинейных элемента включены параллельно; ВАХ элементов даны на диаграмме. Определить общий ток цепи, если ток первого элемента $I_1 = 0,5$ А.



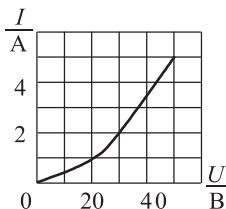
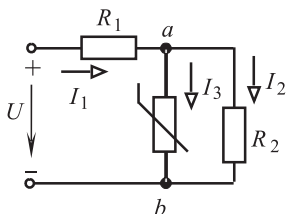
3. Три одинаковые лампы накаливания соединены, как показано на рисунке; ВАХ одной лампы дана ниже на диаграмме, приведенной в задаче 4. Определить ток I в неразветвленной части цепи, если ток лампы Л1 равен 0,5 А.



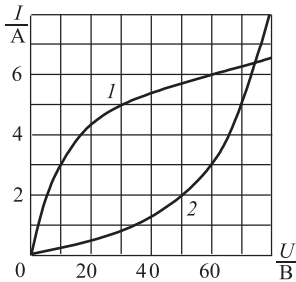
4. Лампа накаливания подключена последовательно с реостатом к сети напряжением $U_c = 220$ В; ВАХ лампы приведена на диаграмме. Рассчитать сопротивление реостата, выбранного так, что напряжение на лампе равно 127 В.



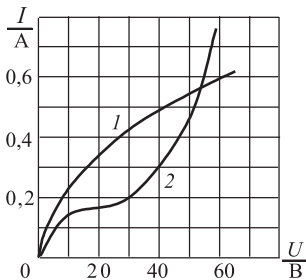
5. Напряжение на параллельном участке $U_{ab} = 50$ В; ВАХ нелинейного сопротивления дана на диаграмме. Определить напряжение U на входе цепи, если $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 50$ Ом.



Вариант 4

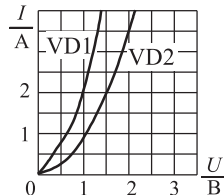
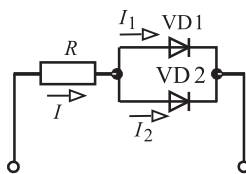


1. Два нелинейных элемента, ВАХ которых даны на диаграмме, соединены последовательно. Определить напряжение на входе цепи, если напряжение первого элемента $U_1 = 30$ В.

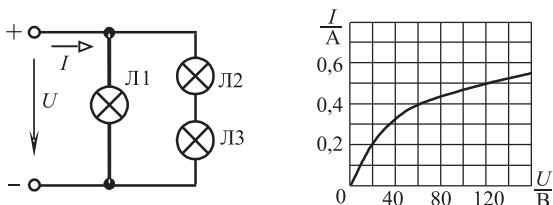


2. Два нелинейных элемента включены параллельно; ВАХ даны на диаграмме. Определить общий ток цепи, если напряжение на зажимах цепи $U = 50$ В.

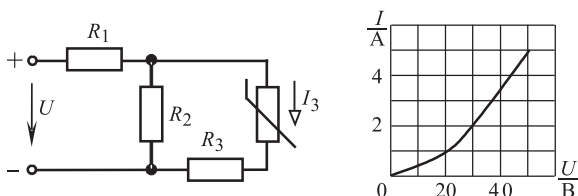
3. Диоды VD1, VD2 включены параллельно, их ВАХ приведены на диаграмме. Последовательно с каким из диодов нужно включить резистор сопротивлением R_p , чтобы при токе $I = 4$ А токи диодов были одинаковыми ($I_1 = I_2 = 2$ А)? Рассчитать сопротивление R_p .



4. Три одинаковые лампы накаливания соединены по приведенной схеме; ВАХ одной лампы задана на диаграмме. Ток лампы Л1 равен 0,5 А. Определить общий ток I .



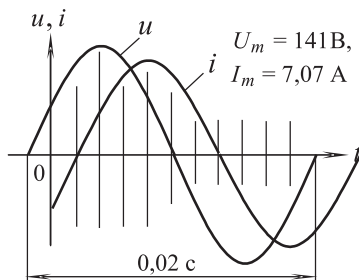
5. Ток нелинейного элемента $I_3 = 2\text{ А}$. Сопротивление элементов цепи $R_1 = 20\text{ Ом}$, $R_2 = 40\text{ Ом}$, $R_3 = 5\text{ Ом}$; ВАХ нелинейного элемента дана на диаграмме. Определить напряжение U .



Тест 2.1

Вариант 1

1. По осциллограммам тока и напряжения определить начальные фазы тока ψ_i и напряжения ψ_u , а также угол сдвига фаз ϕ . Рассчитать параметры R и L последовательной схемы замещения приемника, его активную и реактивную мощности.

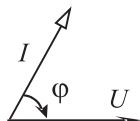


2. Ток и напряжение приемника изменяются по следующим законам:

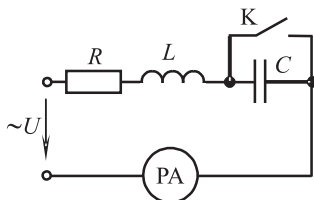
$$i = 14,1 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ А}; \quad u = 311 \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ В}.$$

Записать комплексные действующие значения тока и напряжения. Определить комплексное сопротивление приемника, активные и реактивные сопротивления последовательной двухэлементной схемы замещения.

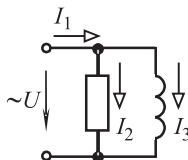
3. По векторной диаграмме определить характер последовательной цепи и ее параметры R , L (или C), если $U = 100$ В, $I = 5$ А, $\varphi = 60^\circ$, $f = 50$ Гц.



4. При замкнутом и разомкнутом ключе амперметр показывает одно и тоже значение тока $I = 5$ А. Определить сопротивления R и X_C , если $U = 100$ В, частота $f = 50$ Гц, а индуктивность катушки $L = 31,8$ мГн.



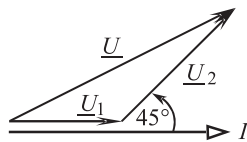
5. Определить ток I_1 , если $I_2 = 3$ А, $I_3 = 4$ А.



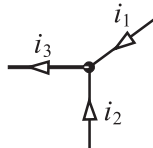
Вариант 2

1. Комплексные действующие значения напряжения и тока приемника $\underline{U} = 60 - j60$ В, $\underline{I} = 4 + j3$ А. Определить параметры последовательной схемы замещения приемника R , L (или C), если $f = 50$ Гц. Рассчитать активную и реактивную мощности.

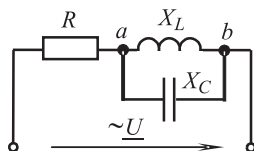
2. По векторной диаграмме построить схему замещения соответствующей электрической цепи. Определить напряжение U на зажимах цепи, если $U_1 = 60$ В, $U_2 = 85$ В.



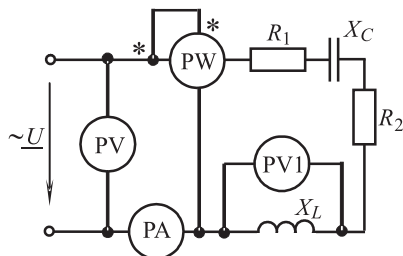
3. Уравнения мгновенных значений токов ветвей: $i_1 = \sin(\omega t - \pi/3)$ А; $i_2 = 10\sin(\omega t + \pi/3)$ А. Записать уравнение для $i_3(t)$.



4. Дано: $X_L = 10$ Ом, $X_C = 5$ Ом, $U_{ab} = 20$ В, $R = 16$ Ом. Определить активную и реактивную мощности цепи.



5. Определить показания приборов, если $R_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $X_C = 8 \text{ Ом}$, $X_L = 16 \text{ Ом}$. Вольтметр V1 показывает 32 В.



Вариант 3

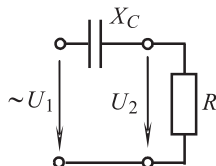
1. Напряжение и ток цепи изменяются по следующим законам:

$$u = 141\sin(314t - 60^\circ) \text{ В}; \quad i = 14,1\sin 314t \text{ А.}$$

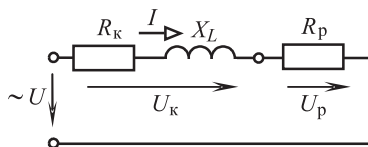
Определить параметры R , L (или C) последовательной схемы замещения цепи. Рассчитать полную, активную и реактивную мощности.

2. К источнику напряжением $u = 141\sin 314t \text{ В}$ подключена катушка, индуктивность которой $L = 19,1 \text{ мГн}$, активное сопротивление $R = 8 \text{ Ом}$. Написать уравнение мгновенного значения тока катушки. Построить векторную диаграмму.

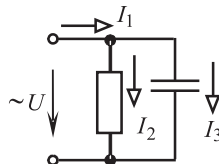
3. При каких сопротивлениях R сдвиг фаз между напряжениями U_1 и U_2 будет равен 0° , 45° , 60° , если $X_C = 12 \text{ Ом}$?



4. Дано: $U = 173 \text{ В}$, $U_K = U_p = 100 \text{ В}$, $I = 10 \text{ А}$. Определить R_p , R_K , X_L .

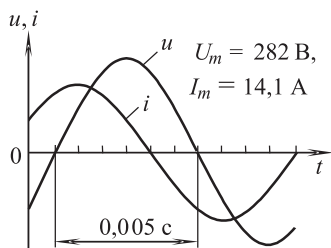


5. Определить ток I_1 , если $I_2 = 8 \text{ А}$, $I_3 = 6 \text{ А}$. Построить векторную диаграмму.

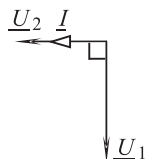


Вариант 4

1. По осциллограммам тока и напряжения определить их начальные фазы ψ_i , ψ_u и угол сдвига фаз ϕ , если при $t = 0$ $u = -141$ В, $i = 7,05$ А. Рассчитать параметры R , L (или C) последовательной схемы замещения цепи, активную и реактивную мощности.

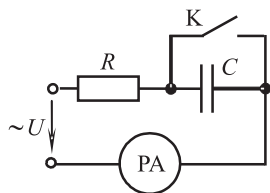


2. Определить параметры R , L (или C) участков цепи, напряжение U и угол сдвига фаз ϕ всей цепи, если $U_1 = 80$ В, $U_2 = 60$ В, $I = 2$ А, $f = 50$ Гц.

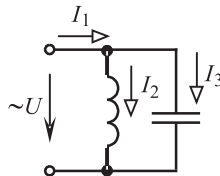


3. Для приемника дано: $Z = 50$ Ом, $i = 2,82\sin(\omega t - 110^\circ)$ А; напряжение опережает ток по фазе на угол 30° . Записать комплексные действующие значения тока и напряжения, комплексное сопротивление приемника, активное и реактивное сопротивления последовательной двухэлементной схемы замещения.

4. При замкнутом ключе К амперметр показывает 5 А, при размыкании ключа ток уменьшается в 1,25 раза. Определить R и C , если $U = 400$ В, частота $f = 50$ Гц.

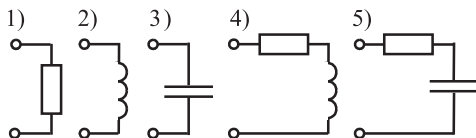
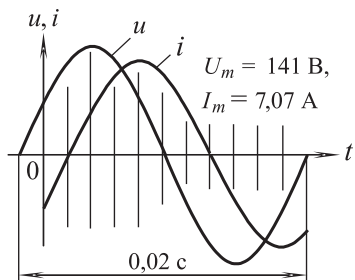


5. Определить ток I_3 , если $I_1 = 2$ А, $I_2 = 1$ А.



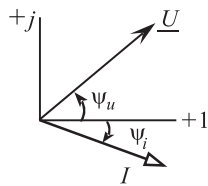
Вариант 5

1. Для какой из изображенных электрических цепей справедлива диаграмма $u(t)$, $i(t)$? Записать уравнения мгновенных значений напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$.

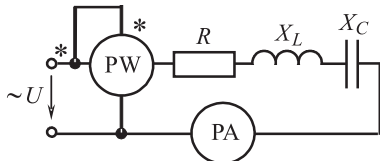


2. Напряжение и ток приемника изменяются по следующим законам: $u = 179\sin(\omega t - 27^\circ)$ В; $i = 3,58\sin(\omega t + 10^\circ)$ А. Определить начальные фазы напряжения ψ_u , и тока ψ_i , угол сдвига фаз ϕ . Рассчитать полное (Z), активное (R), реактивное (X_L или X_C) сопротивления приемника, его активную и реактивную мощности.

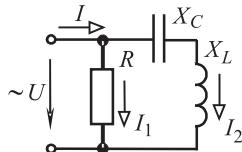
3. По векторной диаграмме определить характер последовательной цепи и ее параметры R , L (или C), если $\underline{U} = 127e^{j40^\circ}$ В, $\underline{I} = 2,54e^{-j20^\circ}$ А; $f = 50$ Гц.



4. Определить показания амперметра и ваттметра, если $U = 100$ В, $R = 30$ Ом, $X_L = 50$ Ом, $X_C = 10$ Ом.



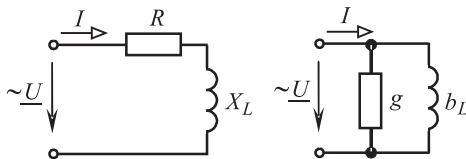
5. Дано: $U = 120$ В, $R = 40$ Ом, $X_C = 50$ Ом, $X_L = 20$ Ом. Определить токи I_1 , I_2 , I .



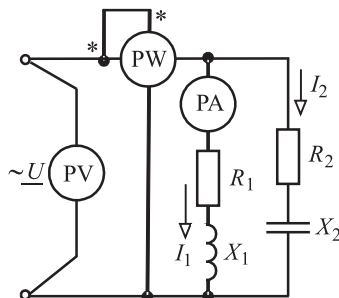
Тест 2.2

Вариант 1

1. Параметры последовательной схемы замещения приемника: $R = 8,66 \text{ Ом}$, $X_L = 5 \text{ Ом}$. Определить параметры g , b_L параллельной схемы замещения приемника.

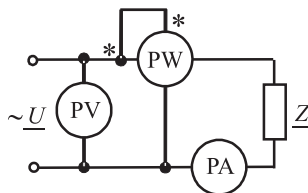


2. Определить показания вольтметра, ваттметра и коэффициент мощности цепи, если $I_1 = 2 \text{ А}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$, $X_1 = 4 \text{ Ом}$, $R_2 = 8 \text{ Ом}$; $X_2 = 6 \text{ Ом}$.

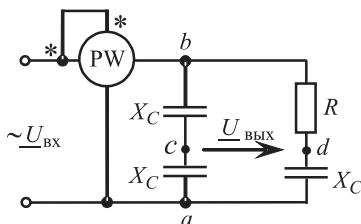


3. Комплексные действующие значения напряжения и тока приемника: $\underline{U} = 100e^{j90^\circ} \text{ В}$, $\underline{I} = 20e^{j37^\circ} \text{ А}$. Определить активную и реактивную мощности приемника.

4. Показания приборов: $U = 200 \text{ В}$, $I = 5 \text{ А}$, $P = 600 \text{ Вт}$. Определить комплексное сопротивление и комплексную мощность цепи ($\varphi < 0$).

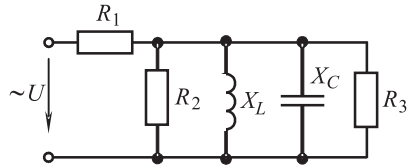


5. С помощью векторной топографической диаграммы определить выходное напряжение $\underline{U}_{\text{ВЫХ}}$, если $\underline{U}_{\text{ВХ}} = 100 \text{ В}$, $R = X_C = 10 \text{ Ом}$. Рассчитать показание ваттметра.

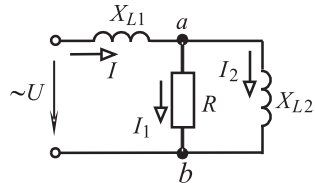


Вариант 2

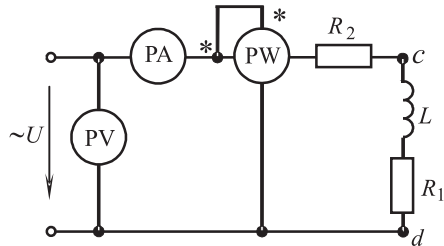
1. Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = X_L = X_C = 10$ Ом. Определить параметры R_3 , X_3 последовательной схемы замещения цепи.



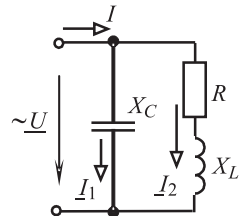
2. Активная мощность цепи $P = 180$ Вт, реактивная $Q = 340$ вар. Напряжение $U_{ab} = 60$ В, $X_{L2} = 15$ Ом. Определить X_{L1} .



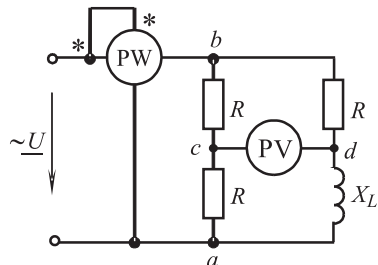
3. Показания приборов: $I = 5$ А, $U = 220$ В, $P = 940$ Вт. Определить параметры R_1 , L катушки, а также сдвиг фаз на участке cd , если $R_2 = 22$ Ом, $f = 50$ Гц.



4. К цепи приложено напряжение $U = 50$ В; токи $I = I_1 = I_2 = 5$ А. Определить сопротивления элементов цепи R , X_L , X_C . При решении воспользоваться векторной диаграммой.

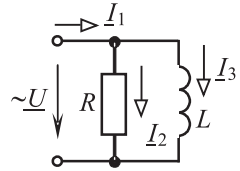


5. Определить показания приборов в цепи, если $U = 100$ В, $R = X_L = 10$ Ом. Построить векторную топографическую диаграмму для проверки правильности расчета показания вольтметра.

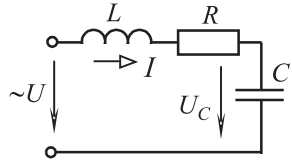


Вариант 3

1. Определить действующие значения токов I_1, I_2, I_3 , если $u = 141\sin 314t$ В, $R = 10$ Ом, $L = 31,8$ мГн.

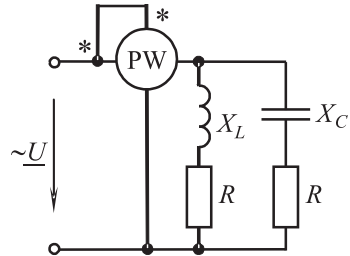


2. Дано: $U = 127$ В, $I = 6,25$ А, $U_C = 62,5$ В, $P = 470$ Вт, $f = 50$ Гц. Рассчитать R, L, C и коэффициент мощности $\cos\varphi$ цепи.

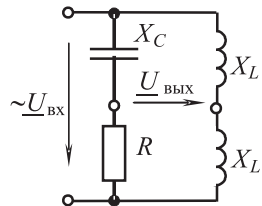


3. Комплексные действующие значения напряжения и тока приемника: $\underline{U} = 220e^{j150^\circ}$ В, $\underline{I} = 10e^{-j120^\circ}$ А. Определить комплексное сопротивление приемника, активное и реактивное сопротивления последовательной схемы замещения. Рассчитать комплексную, активную и реактивную мощности.

4. Определить показание ваттметра. Рассчитать реактивную мощность цепи, если $U = 100$ В, $R = X_L = X_C = 5$ Ом.

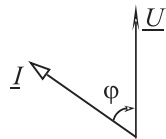


5. С помощью векторной топографической диаграммы определить комплексное выходное напряжение $\underline{U}_{\text{ВЫХ}}$, если $\underline{U}_{\text{ВХ}} = 100$ В, $R = X_L = X_C = 5$ Ом.

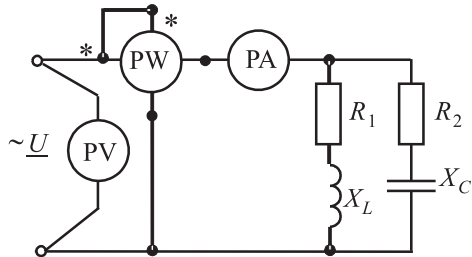


Вариант 4

1. По векторной диаграмме определить параметры последовательной и параллельной схем замещения приемника, если $U = 200$ В, $I = 2$ А, $\cos\varphi = 0,6$.

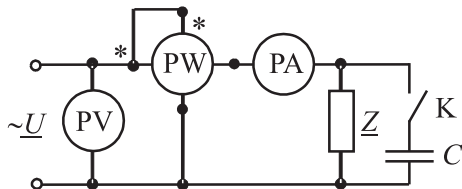


2. Определить показания ваттметра, амперметра и коэффициента мощности цепи, если $U = 100$ В, $R_1 = 30$ Ом, $X_L = 40$ Ом, $R_2 = 80$ Ом, $X_C = 60$ Ом.

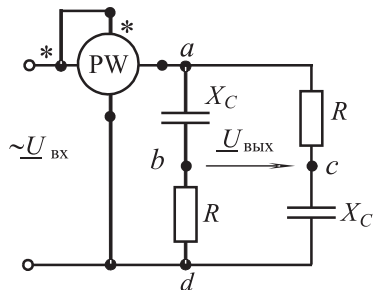


3. По известным для последовательной цепи $P = 800$ Вт, $Q = -600$ вар, $\underline{I} = 5e^{j100^\circ}$ А найти \underline{U} .

4. При разомкнутом ключе K $I = 2$ А, при замкнутом ключе ток уменьшается. Показания других приборов неизменны: $U = 200$ В, $P = 240$ Вт. Определить комплексное сопротивление приемника \underline{Z} и его комплексную мощность.

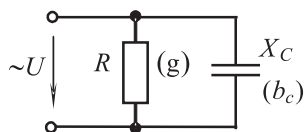


5. С помощью векторной топографической диаграммы определить выходное напряжение $\underline{U}_{\text{ВЫХ}}$, если $\underline{U}_{\text{ВХ}} = 200$ В, $R = X_C = 10$ Ом. Рассчитать показание ваттметра.

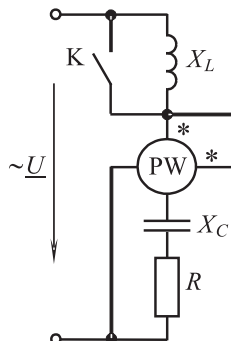


Вариант 5

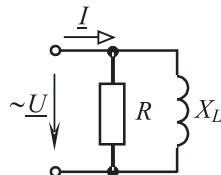
1. Параметры параллельной схемы замещения приемника: $R = 30 \text{ Ом}$, $X_C = 40 \text{ Ом}$. Определить параметры последовательной схемы замещения приемника R' , X_C' .



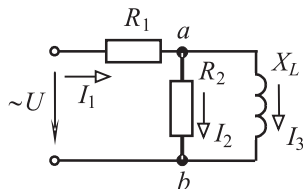
2. Дано: $U = 150 \text{ В}$, $R = 30 \text{ Ом}$, $X_L = X_C = 40 \text{ Ом}$. Определить показания ваттметра и коэффициент мощности цепи: а) при разомкнутом ключе К; б) при замкнутом ключе К.



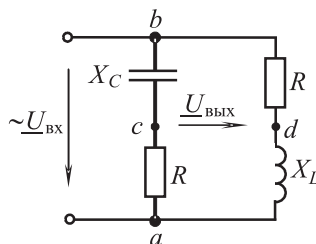
3. Дано: $u = 135 \sin(314t - 53^\circ) \text{ В}$, $R = 12 \text{ Ом}$, $L = 51 \text{ мГн}$. Определить комплексное сопротивление \underline{Z} цепи, комплексное действующее значение тока \underline{I} и комплексную мощность \underline{S} цепи.



4. Реактивная мощность цепи $Q = 80 \text{ вар}$, $U_{ab} = 80 \text{ В}$, $I_2 = 1 \text{ А}$, $R_1 = 25 \text{ Ом}$. Определить активную мощность P цепи.



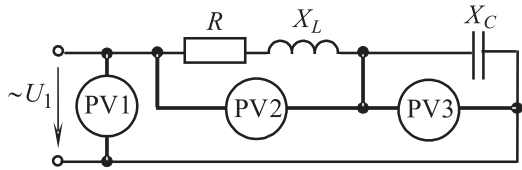
5. С помощью векторной топографической диаграммы определить выходное напряжение $\underline{U}_{\text{ВЫХ}}$, если $\underline{U}_{\text{ВХ}} = 141 \text{ В}$, $R = X_L = X_C = 10 \text{ Ом}$.



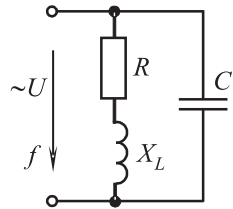
Тест 2.3

Вариант 1

1. Цепь настроена в резонанс, при этом $U_2 = 100$ В, $U_3 = 60$ В, $R = 16$ Ом. Воспользоваться векторной диаграммой и определить U_1 , I , X_L , X_C .



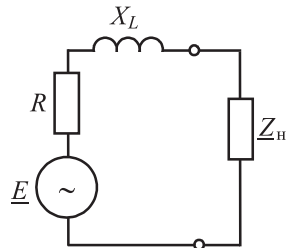
2. Дано: $R = 8$ Ом, $X_L = 6$ Ом. Рассчитать емкость C конденсатора, при которой возникает резонанс, если $f = 50$ Гц.



3. В цехе установлены две группы приемников: $P_1 = 10$ кВт, $\cos\varphi_1 = 0,5$ ($\varphi_1 > 0$); $P_2 = 15$ кВт, $\cos\varphi_2 = 1$. Определить токи каждого приемника I_1 , I_2 , общий ток I , $\cos\varphi$ всей нагрузки, если напряжение сети $U = 380$ В.

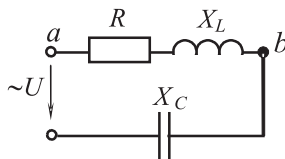
4. Рассчитать мощность Q_C конденсаторов, которые необходимо подключить параллельно приемникам (мощности и $\cos\varphi$ заданы выше в задаче 3), чтобы повысить коэффициент мощности цеха до $\cos\varphi' = 1$.

5. Дано: $\underline{E} = 220$ В, $R = 1$ Ом, $X_L = 5$ Ом. Определить комплексное сопротивление нагрузки \underline{Z}_H , чтобы выделяемая в ней активная мощность была максимальной. Рассчитать эту мощность.

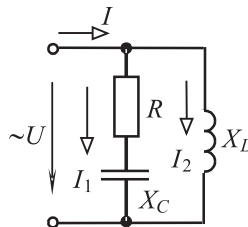


Вариант 2

1. Цепь настроена в резонанс, $P = 100$ Вт, $U_{ab} = 125$ В, $U = 100$ В. Определить R , X_L , X_C .

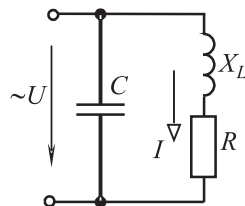


2. В цепи имеет место резонанс токов. Токи ветвей: $I = 6$ А, $I_2 = 8$ А. Определить ток I_1 и сопротивления R , X_L , X_C если $U = 100$ В.

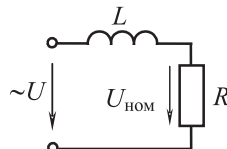


3. Напряжения на зажимах генератора и нагрузки равны: $U_1 = U_2 = 10$ кВ. Активное и индуктивное сопротивления линии электропередачи переменного тока: $R_{\text{л}} = 8$ Ом, $X_{\text{л}} = 6$ Ом. Ток линии $I = 200$ А. Определить характер и коэффициент мощности нагрузки. Построить векторную диаграмму.

4. Приемник с параметрами R и L имеет коэффициент мощности $\cos\varphi = \sqrt{3}/2$. Напряжение сети $U = 380$ В, частота $f = 50$ Гц, ток приемника $I = 24$ А. Определить емкость C конденсатора, который надо включить параллельно приемнику для получения $\cos\varphi' = 1$.



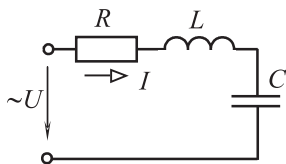
5. Номинальные данные нагревателя: $P_{\text{ном}} = 2$ кВт, $U_{\text{ном}} = 127$ В. Определить индуктивность L катушки, с помощью которой этот нагреватель можно включить в сеть напряжением $U = 220$ В и частотой $f = 50$ Гц. Построить векторную диаграмму.



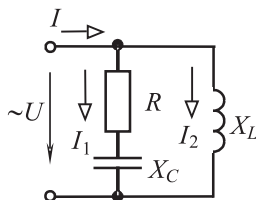
Вариант 3

1. При какой угловой частоте внешнего приложенного напряжения наступит резонанс напряжений в последовательной цепи, параметры которой $C = 0,1$ мкФ, $L = 400$ мГн?

2. В цепи имеет место резонанс напряжений. Приложенное напряжение $U = 120$ В частотой $f = 50$ Гц, ток $I = 15$ А, емкость конденсатора $C = 70$ мкФ. Рассчитать параметры R и L цепи.

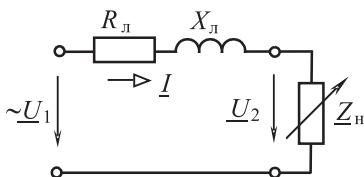


3. В цепи наблюдается резонанс токов, при этом $I_1 = 5$ А, $I_2 = 4$ А, $X_L = 25$ Ом. Рассчитать U , I , R , X_C .



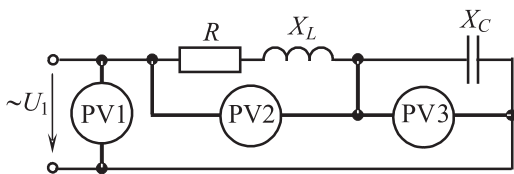
4. Приемник электроэнергии потребляет активную мощность $P = 10$ кВт при токе $I = 70$ А, напряжении $U = 220$ В частотой $f = 50$ Гц. Рассчитать емкость C конденсаторов, которые необходимо включить параллельно приемнику, чтобы повысить $\cos\phi$ до единицы.

5. Линия с активным и индуктивным сопротивлениями $R_{\text{л}} = 3$ Ом, $X_{\text{л}} = 4$ Ом работает в согласованном режиме с нагрузкой. Определить комплексное сопротивление нагрузки $Z_{\text{н}}$, выделяющуюся в ней активную мощность $P_{\text{н}}$ и напряжение U_2 на зажимах нагрузки, если $U_1 = 24$ В.

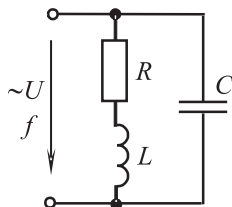


Вариант 4

1. Цепь настроена в резонанс; при этом $U_2 = 50$ В, $U_1 = 30$ В, $P = 60$ Вт. Воспользоваться векторной диаграммой и определить U_3 , I , R , X_L , X_C .



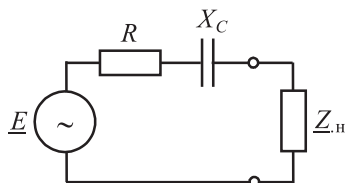
2. Дано: $R = 40 \text{ Ом}$, $C = 10 \text{ мкФ}$, $L = 80 \text{ мГн}$.
Рассчитать угловую частоту, при которой возникает резонанс.



3. Нагрузку цеха $P = 10 \text{ кВт}$, $Q = 6 \text{ квар}$ образуют две группы приемников, питаемых напряжением $U = 220 \text{ В}$. У первой группы $P_1 = 8 \text{ кВт}$, $\cos\varphi_1 = 0,8$, $\varphi_1 > 0$. Определить токи I_1 , I_2 приемников, ток I и $\cos\varphi$ всей нагрузки.

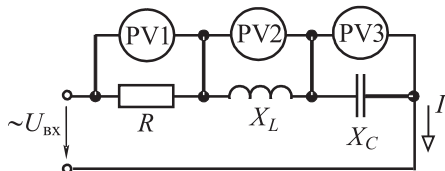
4. При подключении батареи конденсаторов параллельно приемникам (мощности которых P и Q приведены выше в задаче 3), получен коэффициент реактивной мощности $\text{tg}\varphi' = 0,3$. Рассчитать реактивную мощность батареи и $\cos\varphi'$ цеха.

5. Дано: $R = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 20 \text{ Ом}$.
Определить комплексное сопротивление нагрузки $Z_{\text{н}}$, чтобы выделяемая в ней активная мощность была максимальной. Рассчитать эту мощность и ЭДС E , если $I = 3 \text{ А}$.

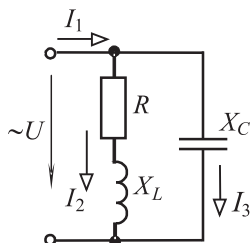


Вариант 5

1. Дано: $U_1 = U_2 = U_3 = 75 \text{ В}$, $R = 15 \text{ Ом}$. Определить $U_{\text{вх}}$, I , P , Q , S . Построить векторную диаграмму.



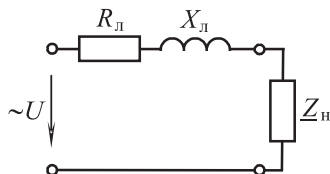
2. В цепи наблюдается резонанс токов; при этом $I_2 = 12 \text{ А}$, $I_3 = 8,95 \text{ А}$. Определить ток I_1 (воспользоваться векторной диаграммой). Рассчитать активную мощность цепи, если $U = 100 \text{ В}$.



3. В сеть синусоидального тока напряжением $U = 220$ В включены два приемника: $P_1 = 15$ кВт, $\cos\varphi_1 = 0,5$ ($\varphi_1 > 0$); $P_2 = 20$ кВт, $\cos\varphi_2 = 1$. Определить токи каждого приемника I_1 , I_2 , общий ток I , $\cos\varphi$ всей нагрузки.

4. Рассчитать мощность Q_C конденсаторов, которые необходимо подключить параллельно приемникам (мощности и $\cos\varphi$ заданы выше в задаче 3), чтобы повысить коэффициент мощности до $\cos\varphi' = 0,94$.

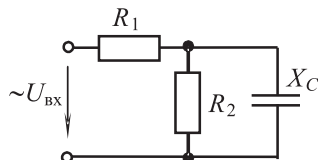
5. Наблюдается согласованный режим работы линии электропередачи синусоидального тока ($R_{\text{л}} = 3$ Ом, $X_{\text{л}} = 7$ Ом) с нагрузкой. Определить комплексное сопротивление нагрузки $\underline{Z}_{\text{н}}$ и выделяемую в ней активную мощность, если $U = 36$ В.



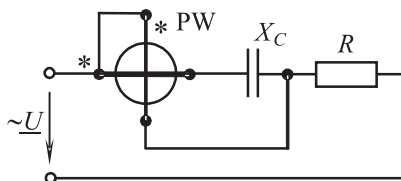
Тест 2.4

Вариант 1

1. Дано: $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $X_C = 20$ Ом. Рассчитать комплексное входное сопротивление цепи.

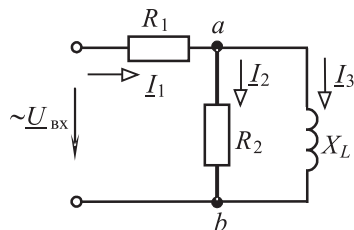


2. Дано: $U = 220$ В, $R = 120$ Ом, $X_C = 160$ Ом. Определить показания ваттметра.



3. Линия электропередачи с активным сопротивлением $R_{\text{л}} = 0,08$ Ом и индуктивным сопротивлением $X_{\text{л}} = 0,22$ Ом питает приемник мощностью $P_2 = 22$ кВт при напряжении $U_2 = 380$ В и $\cos\varphi_2 = 0,9$ ($\varphi_2 > 0$). Определить падение напряжения в линии $\Delta U_{\text{л}}$, напряжение в начале линии \underline{U}_1 и КПД линии.

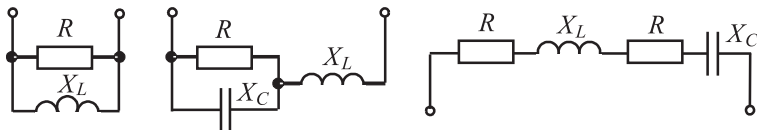
4. Дано: $Q = 100$ вар, $R_1 = 20$ Ом,
 $U_{ab} = 50$ В, $I_2 = 1,5$ А. Определить
 активную мощность P цепи.



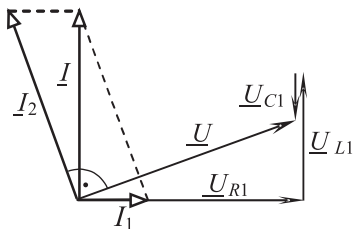
5. Две индуктивно связанные катушки включены последова-
 тельно в сеть переменного тока напряжением 220 В. Параметры
 катушек: $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 20$ Ом, $\omega L_1 = \omega L_2 = 15$ Ом, $\omega M = 5$ Ом.
 Определить напряжение на каждой из катушек при их встречном
 включении.

Вариант 2

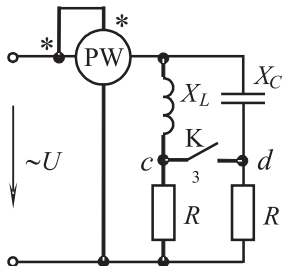
1. Определить комплексные сопротивления цепей, если $R =$
 $= X_L = X_C = 10$ Ом.



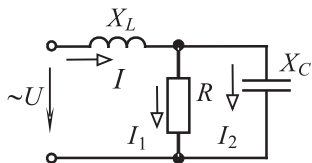
2. Для изображенной векторной
 диаграммы построить соответствующую
 электрическую цепь.



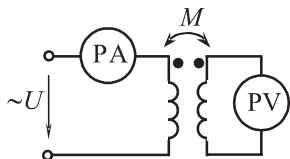
3. Определить показание ваттметра
 при разомкнутом и замкнутом ключе К,
 если $U = 100$ В, $R = X_L = X_C = 50$ Ом.



4. Дано: $X_L = 16 \text{ Ом}$, $X_C = 25 \text{ Ом}$, $R = 33,33 \text{ Ом}$, $I_2 = 4 \text{ А}$. Определить входное напряжение U .

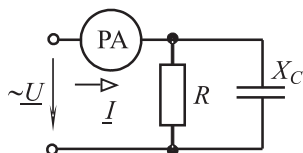


5. Электростатический вольтметр, измеряющий ЭДС, показал 31,4 В, а амперметр – 10 А. Определить взаимную индуктивность катушек, если частота тока $f = 50 \text{ Гц}$.

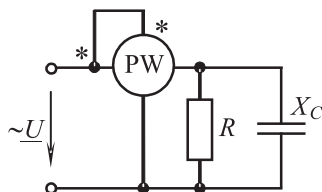


Вариант 3

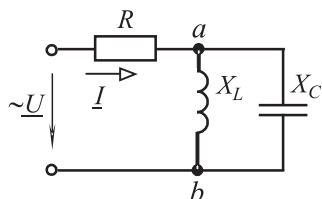
1. Дано: $u = 141 \sin \omega t \text{ В}$, $R = X_C = 100 \text{ Ом}$. Записать комплексное действующее значение напряжения \underline{U} , рассчитать комплексное сопротивление цепи \underline{Z} , комплексное действующее значение тока \underline{I} , показание амперметра I . Записать уравнение мгновенного значения тока $i(t)$.



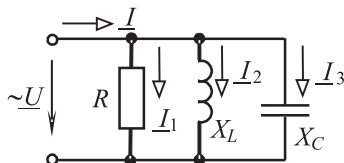
2. Дано: $u = 141 \sin \omega t \text{ В}$, $R = X_C = 100 \text{ Ом}$. Рассчитать комплексную мощность \underline{S} цепи, определить по ней показание ваттметра.



3. Определить напряжение U на входе цепи, если $I = 4 \text{ А}$, $R = 15 \text{ Ом}$, $X_L = 10 \text{ Ом}$, $X_C = 20 \text{ Ом}$.



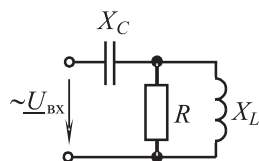
4. Дано: $U = 50 \text{ В}$, $I = 2,5 \text{ А}$, активная мощность цепи $P = 100 \text{ Вт}$, $X_L = 20 \text{ Ом}$. Рассчитать I_1 , I_2 , I_3 , X_C . При решении воспользоваться векторной диаграммой токов.



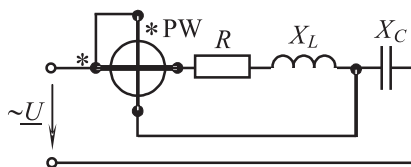
5. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно в сеть напряжением 220 В. Параметры катушек: $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $\omega L_1 = 18 \text{ Ом}$; $R_2 = 40 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 34 \text{ Ом}$. В цепи проходит ток $I = 2,2 \text{ А}$. Определить сопротивление взаимной индуктивности катушек ωM и характер их включения (согласное или встречное).

Вариант 4

1. Дано: $X_C = 50 \text{ Ом}$, $R = 50 \text{ Ом}$, $X_L = 50 \text{ Ом}$.
Рассчитать комплексное входное сопротивление цепи.

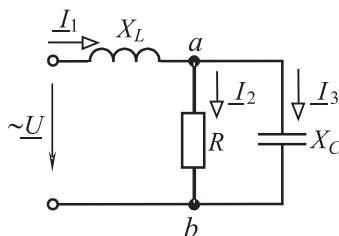


2. Дано: $\underline{U} = 250 \text{ В}$, $R = 30 \text{ Ом}$, $X_L = 40 \text{ Ом}$, $X_C = 80 \text{ Ом}$. Определить показание ваттметра.



3. Линия электропередачи питает приемник мощностью $P_2 = 10 \text{ кВт}$ при напряжении $U_2 = 230 \text{ В}$ и $\cos \varphi_2 = 0,869$ ($\varphi_2 > 0$); КПД линии $\eta = 0,978$, напряжение в начале линии $U_1 = 240 \text{ В}$. Определить активное $R_{\text{л}}$ и индуктивное $X_{\text{л}}$ сопротивления линии и падение напряжения $\Delta U_{\text{л}}$ в линии.

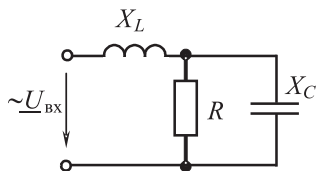
4. Дано: $U_{ab} = 100 \text{ В}$, $P = 300 \text{ Вт}$, $I_3 = 4 \text{ А}$, $X_L = 20 \text{ Ом}$. Определить Q .



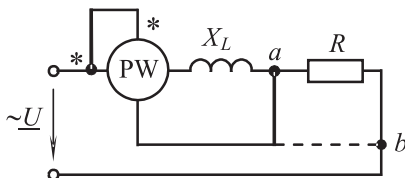
5. Две индуктивно связанные катушки включены последовательно встречно в сеть переменного тока. Параметры катушек: $R_1 = 30 \text{ Ом}$, $\omega L_1 = 80 \text{ Ом}$; $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $\omega L_2 = 50 \text{ Ом}$; $\omega M = 40 \text{ Ом}$. На первой катушке напряжение $U_1 = 100 \text{ В}$. Определить напряжение U_2 на второй катушке и напряжение U сети.

Вариант 5

1. Дано: $R = X_L = X_C = 20 \text{ Ом}$. Рассчитать комплексное входное сопротивление цепи.

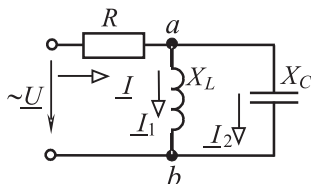


2. Дано: $\underline{U} = 100 \text{ В}$, $R = 80 \text{ Ом}$, $X_L = 60 \text{ Ом}$. Определить показания ваттметра при подключении негенераторного зажима обмотки напряжения: а) к точке a ; б) к точке b .



3. Напряжения в начале и в конце ЛЭП равны $U_1 = 400 \text{ В}$, $U_2 = 380 \text{ В}$. Мощности $P_1 = 7300 \text{ Вт}$, $P_2 = 7000 \text{ Вт}$ ($\varphi_2 > 0$) при токе $I = 25 \text{ А}$. Определить комплексное сопротивление ЛЭП.

4. Дано: $R = 16 \text{ Ом}$, $X_L = 7,5 \text{ Ом}$, $X_C = 20 \text{ Ом}$, $I = 5 \text{ А}$. Определить комплексное напряжение \underline{U} , активную и реактивную мощности цепи.



5. При последовательном соединении двух одинаковых катушек и согласном их включении сопротивление цепи $Z_{\text{согл}} = 6 + j20 \text{ Ом}$. При встречном включении катушек $Z_{\text{встр}} = 6 + j12 \text{ Ом}$. Определить активные R_1 , R_2 , индуктивные ωL_1 , ωL_2 сопротивления катушек, сопротивление взаимной индуктивности ωM и взаимную индуктивность катушек M , если $f = 50 \text{ Гц}$.

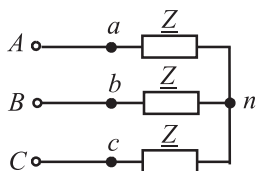
Тест 3.1

Вариант 1

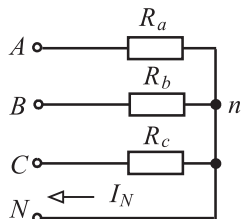
1. Записать в комплексной форме фазные и линейные напряжения трехфазной сети напряжением 380/220 В. Начальную фазу линейного напряжения U_{AB} принять равной нулю ($\psi_{U_{AB}} = 0$).

2. Три несимметричных однофазных приемника ($Z_a \neq Z_b \neq Z_c$) с номинальными напряжениями $U_{\text{ном}} = 220$ В необходимо подключить к трехфазной сети напряжением 380/220 В. Определить схему соединений приемника.

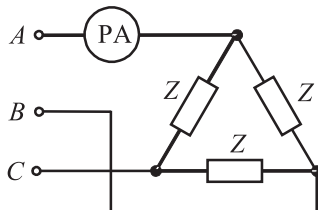
3. Фазные токи симметричной цепи $I_{\phi} = 2,2$ А, сопротивления фаз $Z = 100 e^{j60^\circ}$ Ом. Определить фазное U_{ϕ} и линейное $U_{\text{л}}$ напряжения, линейный ток $I_{\text{л}}$, активную P и реактивную Q мощности цепи.



4. Дано: $U_{\text{л}} = 380$ В, $R_a = R_b = 200$ Ом, $R_c = 400$ Ом. Определить ток I_N в нейтральном проводе (воспользоваться векторной диаграммой).

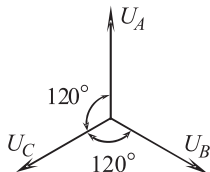


5. Сопротивление фазы симметричного приемника $Z = 100$ Ом. Показание амперметра – 6,6 А. Определить линейное напряжение цепи.



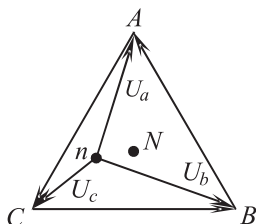
Вариант 2

1. В трехфазной сети фазные напряжения $U_A = U_B = U_C = 100$ В. Частота $f = 50$ Гц, начальная фаза напряжения U_B равна нулю. Записать уравнения мгновенных значений линейных напряжений u_{AB} и u_{BC} .

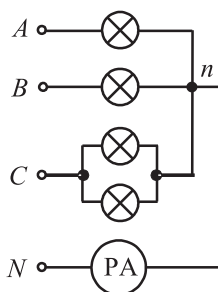


2. Трехфазный двигатель с номинальным напряжением обмоток 220 В надо подключить к трехфазной сети напряжением 220/127 В. Определить схему соединений обмоток двигателя.

3. Как соединена трехфазная нагрузка, векторная диаграмма которой представлена на рисунке? Чему равна сумма линейных токов i_A, i_B, i_C ?



4. В трехфазную цепь ($U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$) включены четыре одинаковые лампы накаливания ($P_{\text{ном}} = 40 \text{ Вт}$, $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$). Определить показание амперметра. Изменится ли показание амперметра, если фазы A и C поменять местами?



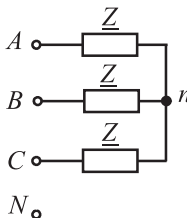
5. Трехфазный симметричный приемник соединен в треугольник. Сопротивления фаз $\underline{Z} = 380e^{-j60^\circ} \text{ Ом}$, фазный ток $I_{\phi} = 1 \text{ А}$. Определить фазное U_{ϕ} и линейное $U_{\text{л}}$ напряжения, линейный ток $I_{\text{л}}$, активную и реактивную мощности приемника.

Вариант 3

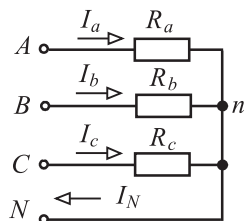
1. Записать в комплексной форме фазные и линейные напряжения трехфазной сети, если фазное напряжение сети $U_{\phi} = 380 \text{ В}$. Начальную фазу напряжения U_A принять равной 60° ($\psi_{U_A} = 60^\circ$). Построить векторную диаграмму напряжений на комплексной плоскости.

2. Определить схему подключения трехфазного симметричного приемника, у которого $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$, к сети напряжением 380/220 В.

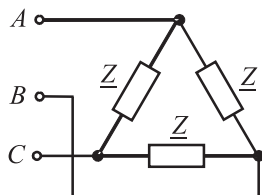
3. Линейное напряжение трехфазного источника $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, сопротивления фаз приемника $\underline{Z} = 22e^{-j30^\circ} \text{ Ом}$. Определить фазный и линейный токи, активную и реактивную мощности цепи, напряжение между точками n и N.



4. Ток фазы A $I_a = 6$ А, ток в нейтральном проводе $I_N = 2$ А. Нагрузка всех фаз активная, причем $R_b = R_c$. Определить токи I_b, I_c .



5. Линейное напряжение трехфазной сети $U_{\text{л}} = 380$ В. Сопротивления фаз приемника $\underline{Z} = 100e^{j45^\circ}$ Ом. Определить фазные и линейные токи, активную, реактивную и полную мощности цепи.

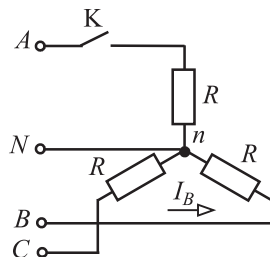


Вариант 4

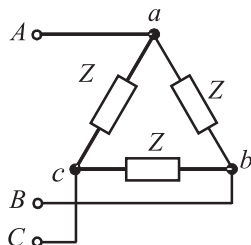
1. Записать выражения для мгновенных значений фазных напряжений u_A, u_B, u_C трехфазной сети, если мгновенное значение линейного напряжения $u_{AB} = 180\sin\omega t$ В.

2. Лампы накаливания с номинальным напряжением 127 В включены в трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В. Определить схему соединения ламп.

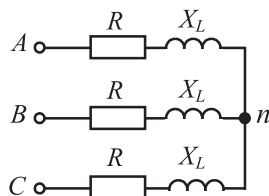
3. Определить ток в нейтральном проводе: а) при разомкнутом ключе К; б) при замкнутом ключе К, если $I_B = 1$ А.



4. Дано: $U_{\text{л}} = 380$ В. Линейный ток $I_{\text{л}} = 17,3$ А. Коэффициент мощности цепи $\cos\varphi = 0,8$. Определить активное и реактивное сопротивления фазы.



5. Потребляемая трехфазным приемником активная мощность $P = 5,4$ кВт. Линейное напряжение сети $U_{\text{л}} = 380$ В. Определить реактивную мощность цепи, если ток в фазе приемника $I_{\phi} = 10$ А.

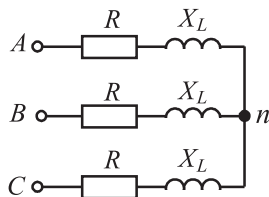


Вариант 5

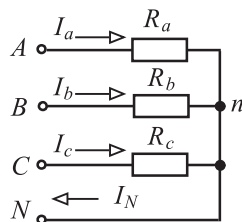
1. Записать фазные и линейные напряжения трехфазного генератора в комплексной форме, если линейное напряжение генератора $U_{\text{л}} = 220$ В. Начальную фазу \underline{U}_A принять $\psi_{U_A} = 90^\circ$. Построить векторную диаграмму напряжений на комплексной плоскости.

2. Трехфазный симметричный приемник необходимо подключить к трехфазной сети напряжением 660/380 В. Определить схему соединения приемника, если номинальные напряжения каждой фазы приемника $U_{\text{ном}} = 380$ В.

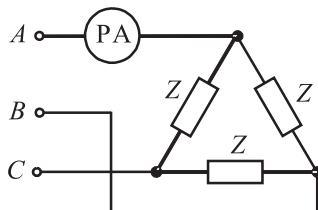
3. Линейное напряжение трехфазного источника $U_{\text{л}} = 220$ В, сопротивления фаз $R = 8,67$ Ом, $X_L = 5$ Ом. Определить фазный и линейный токи, активную и реактивную мощности трехфазной цепи.



4. Дано: $I_a = 15$ А, $I_b = I_c = 5$ А. Определить ток I_N в нейтральном проводе. Как изменятся токи I_a , I_b , I_c , I_N при обрыве фазы А?



5. Симметричная нагрузка $Z = 10$ Ом включена по схеме треугольника. Линейное напряжение сети $U_{\text{л}} = 220$ В. Определить показание амперметра.

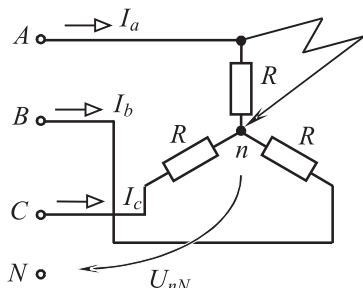


Тест 3.2

Вариант 1

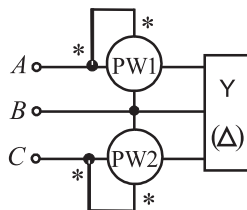
1. Как изменятся фазные и линейные напряжения, токи симметричного приемника при переключении его фаз с треугольника на звезду? Питание осуществляется от одной и той же трехфазной сети. Ответы представить в виде кратностей: $U_{\phi\Delta}/U_{\phi Y}$, $U_{л\Delta}/U_{л Y}$, $I_{\phi\Delta}/I_{\phi Y}$, $I_{л\Delta}/I_{л Y}$.

2. Линейные токи симметричного трехфазного приемника, соединенного звездой, равны 5 А. Как изменятся токи I_a , I_b , I_c при коротком замыкании фазы А? Чему при этом равно напряжение смещения нейтрали U_{nN} , если напряжение питающей сети $U_{л} = 380$ В?



3. Симметричный трехфазный приемник включен треугольником к сети напряжением $U_{л} = 220$ В. Сопротивления каждой фазы приемника $R = 50$ Ом, $X_L = 86,7$ Ом. Начертить схему замещения цепи, рассчитать фазный I_{ϕ} и линейный $I_{л}$ токи, активную P и реактивную Q мощности цепи.

4. Какую мощность можно определить по показаниям ваттметров и чему она равна, если нагрузка симметричная, а показания ваттметров $P_{W1} = 400$ Вт, $P_{W2} = 500$ Вт?

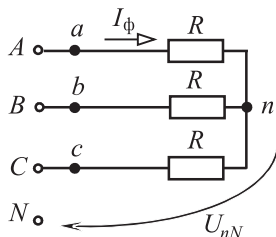


5. Трехфазный симметричный приемник мощностью $P = 9,8$ кВт при $\cos\varphi = 0,8$ подключен к сети напряжением $U_{л} = 220$ В, $f = 50$ Гц. Рассчитать емкость конденсаторов, необходимых для повышения коэффициента мощности цепи $\cos\varphi'$ до 0,97 при соединении конденсаторов: а) треугольником; б) звездой.

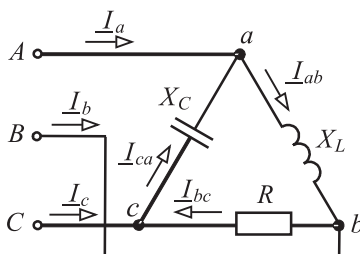
Вариант 2

1. Как изменится мощность P симметричного приемника при переключении его фаз с треугольника на звезду? Питание осуществляется от одной и той же сети. Ответ представить в виде кратности P_{Δ}/P_Y .

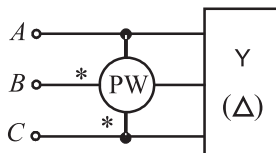
2. Дано: $I_{\phi} = 2,2$ А, $R = 100$ Ом. Определить U_{ϕ} , $U_{л}$, $I_{л}$, P цепи. Как изменятся токи I_a , I_b , I_c при обрыве фазы А? Чему при этом равно U_{nN} ?



3. В цепи $R = X_C = X_L = 22$ Ом, $U_{л} = 220$ В. Определить фазные и линейные токи, активную, реактивную и полную мощности цепи.



4. Какую мощность можно определить по показанию ваттметра и чему она равна, если нагрузка симметричная, а $P_W = 173$ Вт?



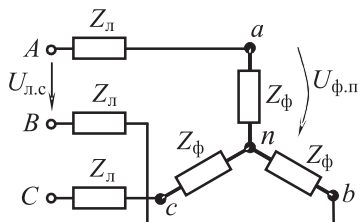
5. Симметричный трехфазный приемник потребляет активную мощность $P = 45,3$ кВт при $\cos \varphi = 0,707$ ($\varphi > 0$). Напряжение питающей сети $U_{л} = 380$ В, $f = 50$ Гц. Рассчитать: а) реактивную мощность Q_C конденсаторов, необходимую для полной компенсации реактивной мощности Q_L приемника; б) емкость конденсаторов, соединенных треугольником.

Вариант 3

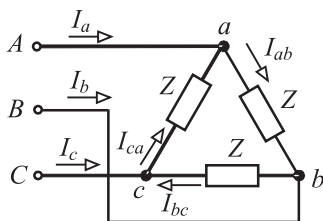
1. Трехфазный симметричный приемник подключен к сети звездой. Как изменятся линейный ток, активная и реактивная

мощности приемника при подключении его к той же сети треугольником? Ответы представить в виде кратностей: $I_{\Delta Y}/I_{\Delta\Delta}$, P_Y/P_{Δ} , Q_Y/Q_{Δ} .

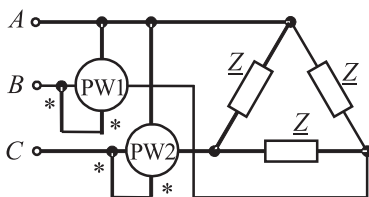
2. Симметричный приемник, соединенный звездой и имеющий сопротивление фазы $Z_{\phi} = 31 + j22 \text{ Ом}$, подключен к сети напряжением $U_{\text{л.с}} = 400 \text{ В}$ с помощью ЛЭП сопротивлением $Z_{\text{л}} = 1 + j2 \text{ Ом}$. Определить фазное напряжение приемника $U_{\text{ф.п}}$.



3. Фазные токи симметричного трехфазного приемника, соединенного треугольником, $I_{\phi} = 17,3 \text{ А}$. Как изменятся фазные (I_{ab} , I_{bc} , I_{ca}) и линейные (I_a , I_b , I_c) токи при обрыве фазы ab ?



4. Дано: $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, $I_{\text{л}} = 17,3 \text{ А}$, $P_{W1} = 0$, $P_{W2} = 3,3 \text{ кВт}$. Определить комплексное сопротивление Z фазы приемника.

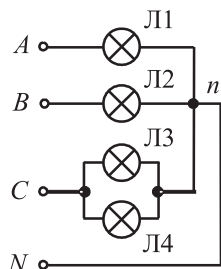


5. Предприятие потребляет активную мощность $P_{\text{пр}} = 50 \text{ 000 кВт}$ при $\cos \varphi_{\text{пр}} = 0,8$. Рассчитать реактивную мощность конденсаторов, необходимую для повышения $\cos \varphi$ до 0,965 (активную мощность конденсаторов считать равной нулю).

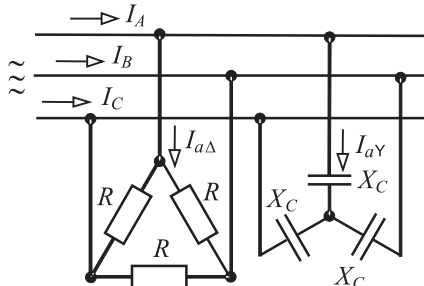
Вариант 4

1. Три одинаковых резистора, соединенных звездой, потребляют мощность 60 Вт. Какую мощность они будут потреблять при переключении в треугольник?

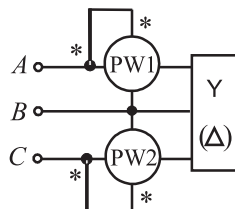
2. Уменьшится или увеличится накал одинаковых ламп (Л1 – Л4) при обрыве нейтрального провода?



3. Дано: $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$, $R = X_C = 10 \text{ Ом}$. Определить линейные токи каждого приемника ($I_{a\Delta}$, I_{aY}), токи общих участков сети (I_A , I_B , I_C), активную и реактивную мощности сети.



4. Сумма показаний ваттметров равна 950 Вт. Нагрузка симметричная. Линейное напряжение 220 В, линейный ток 5 А. Определить показания каждого ваттметра.

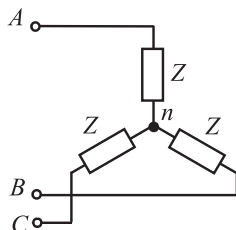


5. На сколько процентов можно увеличить активную мощность при передаче энергии в линии, если при тех же напряжении и токе повысить $\cos \phi$ с 0,72 до 0,90?

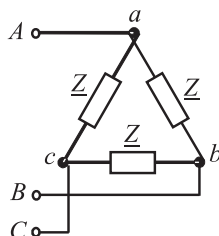
Вариант 5

1. Три одинаковые катушки включены в трехфазную сеть линейным напряжением $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$. Активное сопротивление катушки $R = 16 \text{ Ом}$, индуктивное $X_L = 12 \text{ Ом}$. Определить активную, реактивную и полную мощности, потребляемые катушками при их соединении: а) треугольником; б) звездой.

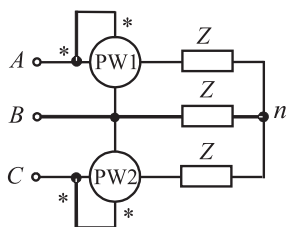
2. Токи в фазах приемника $I_{\Phi} = 2$ А. Как изменятся токи при обрыве фазы А?



3. Линейное напряжение трехфазной цепи $U_{\text{л}} = 220$ В. Сопротивление фазы приемника $Z_{\text{л}} = 12 + j12$ Ом. Определить токи в фазах приемника: а) в нормальном режиме; б) при обрыве линейного провода А.



4. Определить характер нагрузки и сопротивления фаз симметричного приемника, если линейное напряжение сети $U_{\text{л}} = 380$ В, ток в линии $I_{\text{л}} = 4,4$ А. Показания ваттметров одинаковы.

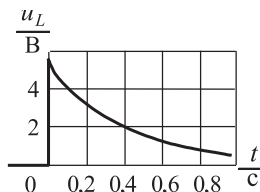


5. Для повышения коэффициента мощности трехфазной установки из двух двигателей подключена батарея конденсаторов. Определить реактивную мощность компенсирующего устройства для повышения $\cos\varphi$ до 0,95, если потребляемые двигателями мощности $P_1 = 5,5$ кВт, $P_2 = 11,75$ кВт и коэффициенты мощности $\cos\varphi_1 = 0,84$, $\cos\varphi_2 = 0,88$.

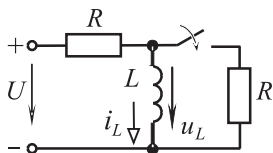
Тест 4.1

Вариант 1

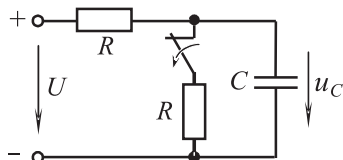
1. Определить постоянную времени переходного процесса при подключении катушки индуктивности к источнику постоянного напряжения, используя диаграмму $u_L(t)$. Рассчитать активное сопротивление R катушки, если $L = 1,6$ Гн.



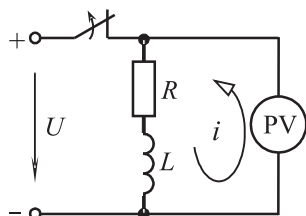
2. Определить начальное и установившееся значения тока i_L при замыкании ключа, если $U = 30$ В, $R = 15$ Ом.



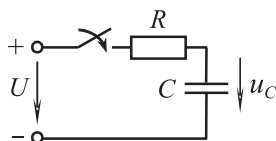
3. Рассчитать начальное и установившееся значения напряжения u_C при размыкании ключа, если $U = 10$ В, $R = 5$ Ом.



4. Для измерения напряжения на зажимах обмотки электрического аппарата с $R = 22$ Ом и $L = 2$ Гн включен вольтметр. Сопротивление вольтметра $R_V = 100$ кОм, предел измерения 250 В. Рассчитать напряжение на вольтметре в момент отключения обмотки. Можно ли отключать обмотку от сети напряжением $U = 220$ В, не отсоединяя вольтметр?

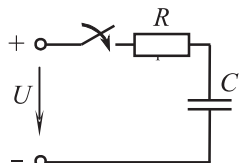


5. Определить емкость C конденсатора при условии, что за время $t_1 = 0,01$ с после замыкания ключа напряжение u_C на конденсаторе достигнет значения 200 В, если $U = 230$ В, $R = 100$ Ом. Рассчитать ток i_1 в момент времени $t_1 = 0,01$ с.

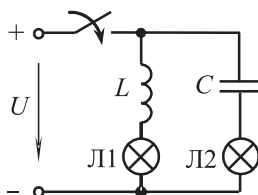


Вариант 2

1. Определить длительность переходного процесса в цепи при замыкании ключа, если $R = 5$ кОм, $C = 4$ мкФ. Считать, что переходный процесс практически завершается через время $t = 4\tau$.

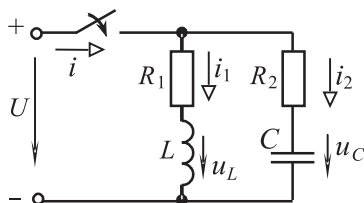


2. Какая из ламп накаливания (Л1 или Л2) в момент замыкания ключа не будет светиться, а какая будет иметь наибольшую яркость?



3. Незаряженный конденсатор и реостат сопротивлением $R = 76 \text{ Ом}$ соединены последовательно. Какое значение будет иметь ток в момент включения цепи на напряжение $u = \sqrt{2} \cdot 380 \sin(\omega t + \pi/4) \text{ В}$?

4. Определить начальные и установившиеся значения токов i, i_1, i_2 и напряжений u_L, u_C при замыкании ключа, если $U = 100 \text{ В}$, $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 25 \text{ Ом}$. Напряжение на конденсаторе до замыкания ключа было равно нулю.



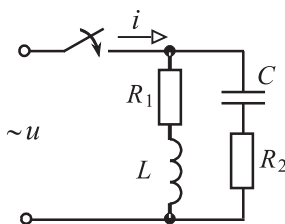
5. Обмотка реле постоянного тока ($R = 15 \text{ Ом}$, $L = 0,4 \text{ Гн}$) включается в сеть постоянного напряжения U последовательно с резистором, сопротивление которого R_0 . По прошествии времени $t_1 = 4,4 \text{ мс}$ ток i_1 достигнет значения $0,12 \text{ А}$. В установившемся режиме $I_y = 0,6 \text{ А}$. Определить R_0 и U .

Вариант 3

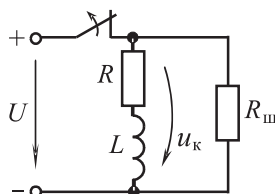
1. Реостат соединен последовательно с конденсатором емкостью $C = 2 \text{ мкФ}$. Рассчитать сопротивление R реостата, чтобы переходный процесс при включении цепи имел практическую длительность $t = 5\tau = 10 \text{ с}$.

2. Катушка и реостат сопротивлением $R = 22 \text{ Ом}$ соединены параллельно. Какое значение будет иметь суммарный ток этих ветвей в момент включения цепи под напряжение $u = \sqrt{2} \cdot 220 \cos \omega t \text{ В}$?

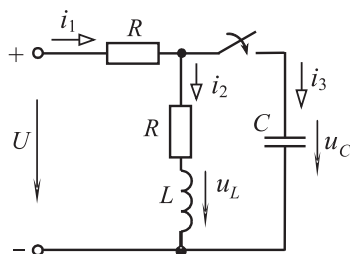
3. Определить общий ток i в момент включения цепи под напряжение $u = \sqrt{2} \cdot 220 \sin(\omega t + \pi/6) \text{ В}$, если $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = 31,1 \text{ Ом}$.



4. Рассчитать, чему должно быть равно сопротивление $R_{ш}$ шунтирующего резистора, чтобы в момент отключения катушки электромагнитного аппарата ($R = 4 \text{ Ом}$, $L = 1 \text{ Гн}$) от источника напряжения U напряжение катушки u_k не превышало $2U$.



5. Определить начальные и установившиеся значения токов i_1, i_2, i_3 и напряжений u_L, u_C при замыкании ключа, если $U = 100$ В, $R = 10$ Ом. До замыкания ключа $u_C = 0$.



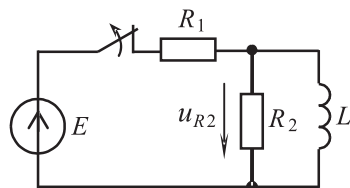
Вариант 4

1. Последовательная цепь из элементов R, C подключается к источнику постоянной ЭДС. Зависимость напряжения $u_R(t)$ задана таблицей:

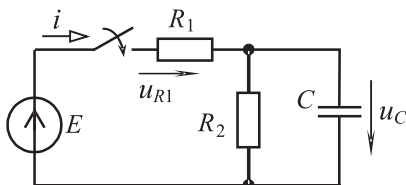
$t, \text{с}$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$u_R, \text{В}$	200	155,8	121,3	94,5	73,6	57,3

Определить емкость C , если сопротивление $R = 1000$ Ом.

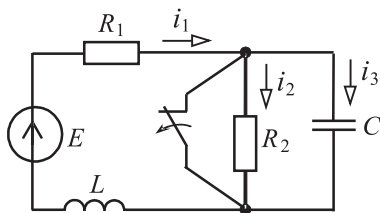
2. Рассчитать напряжение u_{R2} в момент размыкания ключа, если $E = 300$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 50$ Ом.



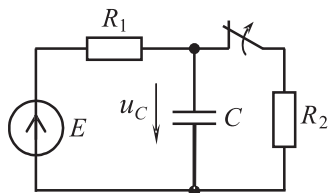
3. Рассчитать напряжение u_{R1} в момент замыкания ключа, если $E = 150$ В.



4. Определить начальные и установившиеся значения токов i_1, i_2, i_3 и напряжения u_C , если $E = 200$ В, $R_1 = R_2 = 50$ Ом.

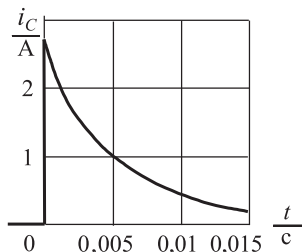


5. Определить закон изменения напряжения $u_C(t)$, если $E = 150$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом, $C = 100$ мкФ.

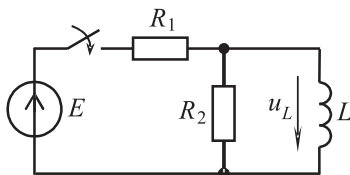


Вариант 5

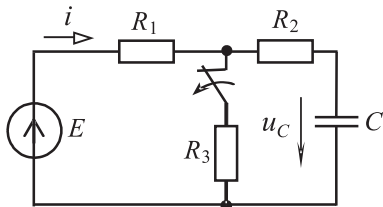
1. По диаграмме тока конденсатора $i_C(t)$ определить постоянную времени τ при включении конденсатора через резистор сопротивлением R к источнику постоянного напряжения. Расчетом проверить значение τ , если $R = 20$ Ом, $C = 250$ мкФ.



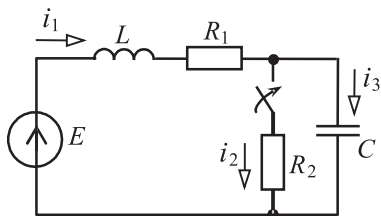
2. Определить напряжение u_L на катушке в момент замыкания ключа, если $E = 300$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 50$ Ом.



3. Определить напряжение u_C и ток i в момент размыкания ключа, если $E = 300$ В, $R_1 = R_2 = 50$ Ом, $R_3 = 100$ Ом, $C = 100$ мкФ.



4. Определить начальные и установившиеся значения токов i_1 , i_2 , i_3 и напряжений u_C , u_L , если $E = 300$ В, $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 50$ Ом.

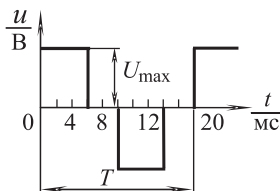


5. Определить закон изменения напряжения $u_C(t)$ при размыкании ключа в схеме, приведенной в задаче 3.

Тест 5.1

Вариант 1

1. Периодически изменяющееся напряжение имеет амплитуду $U_{\max} = 100$ В. Определить среднее по модулю $U_{\text{ср. мод}}$ и действующее U значения напряжений, а также коэффициенты формы $k_{\text{ф}} = U/U_{\text{ср. мод}}$ и амплитуды $k_a = U_{\max}/U$.



2. Напряжение источника изменяется по закону $u = 120 + 282\sin\omega t$ В. Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного вольтметров на зажимах источника, а также коэффициент искажения $k_{\text{и}} = U_1/U$.

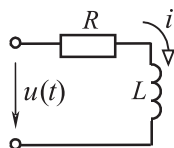
3. Напряжение и ток цепи изменяются по следующим законам:

$$u = \sqrt{2} \cdot 30 \sin(\omega t + 25^\circ) + \sqrt{2} \cdot 40 \sin(3\omega t + 30^\circ) \text{ В};$$

$$i = \sqrt{2} \cdot 12 \sin(\omega t - 40^\circ) + \sqrt{2} \cdot 9 \sin(3\omega t - 10^\circ) \text{ А}.$$

Определить активную P и полную S мощности цепи и коэффициент мощности $\lambda = P/(UI)$.

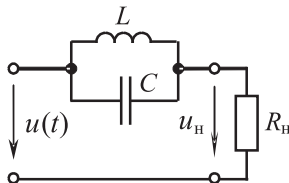
4. Дано: $u(t) = 36 + \sqrt{2} \cdot 80 \sin\omega t$ В, $R = 6$ Ом, $X_L = 8$ Ом. Записать уравнение мгновенного значения тока цепи $i(t)$. Рассчитать действующее значение тока и активную мощность цепи.



5. На входе цепи действует несинусоидальное напряжение

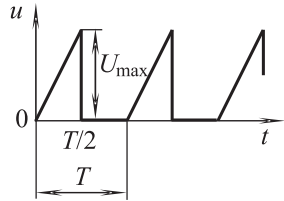
$$u = 141 \sin\omega t + 70,7 \sin 3\omega t \text{ В}.$$

Для устранения в нагрузке $R_{\text{н}}$ третьей гармоники применен заградительный фильтр ($1/(3\omega L) = 3\omega C$). Определить коэффициенты искажения для напряжения питания и напряжения нагрузки.



Вариант 2

1. Определить среднее по модулю $U_{\text{ср.мод}}$ и действующее U значения напряжений, а также коэффициенты формы $k_{\text{ф}} = U/U_{\text{ср.мод}}$ и амплитуды $k_{\text{а}} = U_{\text{max}}/U$ периодически изменяющегося напряжения $u(t)$, если $U_{\text{max}} = 100 \text{ В}$.



2. Напряжение источника изменяется по закону

$$u = \sqrt{2} \cdot 80 \sin(\omega t + 15^\circ) + \sqrt{2} \cdot 60 \sin(3\omega t - 20^\circ) \text{ В.}$$

Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного вольтметров на зажимах источника и коэффициент искажения $k_{\text{и}} = U_1/U$.

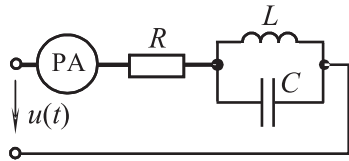
3. Напряжение и ток цепи изменяются по следующим законам:

$$u = \sqrt{2} \cdot 80 \sin(\omega t + 15^\circ) + \sqrt{2} \cdot 60 \sin(3\omega t - 20^\circ) \text{ В;}$$

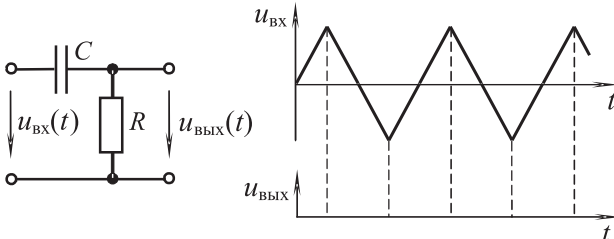
$$i = \sqrt{2} \cdot 4 \sin(\omega t + 75^\circ) + \sqrt{2} \cdot 3 \sin(3\omega t + 40^\circ) \text{ А.}$$

Определить активную, реактивную и полную мощности цепи, а также мощность искажения $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$.

4. Дано: $u = 60 + \sqrt{2} \cdot 50 \sin \omega t \text{ В}$, $R = 20 \text{ Ом}$, $1/(\omega L) = \omega C$. Определить показание электродинамического амперметра.

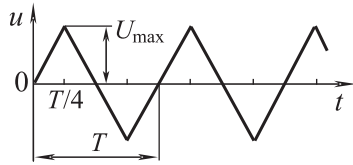


5. Напряжение на входе дифференцирующей RC -цепи ($R \ll X_C$) задано на диаграмме. Начертить $u_{\text{ВЫХ}}(t)$.

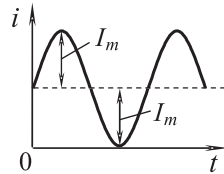


Вариант 3

1. Определить среднее по модулю $U_{\text{ср.мод}}$ и действующее U значения напряжений, коэффициенты формы $k_{\text{ф}} = U/U_{\text{ср.мод}}$ и амплитуды $k_{\text{а}} = U_{\text{max}}/U$ периодически изменяющегося напряжения $u(t)$, если $U_{\text{max}} = 100 \text{ В}$.



2. По диаграмме периодического тока цепи $i(t)$ записать аналитическое выражение тока в виде ряда Фурье. Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного амперметров. Рассчитать коэффициент искажения тока $k_{\text{и}} = I_1/I$, если $I_m = 10 \text{ А}$.



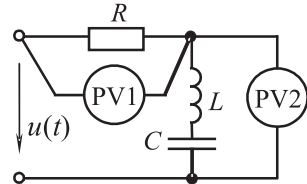
3. Напряжение и ток цепи изменяются по следующим законам:

$$u = 50 + \sqrt{2} \cdot 100 \sin(\omega t + 30^\circ) + \sqrt{2} \cdot 20 \sin(3\omega t - 45^\circ) \text{ В};$$

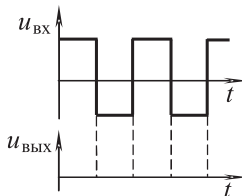
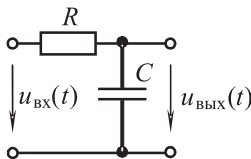
$$i = 2 + \sqrt{2} \cdot 5 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ А}.$$

Определить активную, реактивную и полную мощности цепи, а также мощность искажения $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$.

4. Дано: $u = 150 + \sqrt{2} \cdot 50 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В}$, $\omega L = 1/(\omega C)$. Определить показания электродинамических вольтметров.

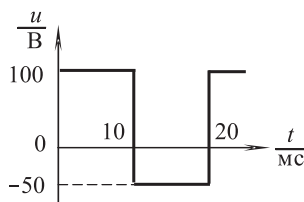


5. Напряжение на входе интегрирующей RC -цепи ($X_C \ll R$) дано на диаграмме. Начертить диаграмму $u_{\text{ВЫХ}}(t)$.



Вариант 4

1. Найти среднее за период $U_{\text{ср}}$, среднее по модулю $U_{\text{ср.мод}}$ и действующее U значения периодического несинусоидального напряжения.



2. Источник питания состоит из последовательно включенных аккумулятора напряжением 24 В и обмотки трансформатора, амплитуда синусоидального напряжения которого равна 20 В. Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного вольтметров, подключенных к данному источнику.

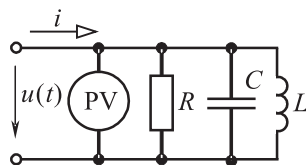
3. Напряжение и ток цепи изменяются по законам:

$$u = 100 + \sqrt{2} \cdot 100 \sin(\omega t + 60^\circ) + \sqrt{2} \cdot 30 \sin(3\omega t - 10^\circ) \text{ В};$$

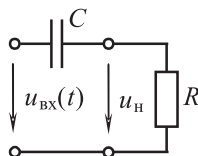
$$i = \sqrt{2} \cdot 2 \sin \omega t + \sqrt{2} \sin(3\omega t + 50^\circ) \text{ А}.$$

Определить активную, реактивную и полную мощности цепи, а также мощность искажения $T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}$.

4. Закон изменения тока имеет вид $i = 1 + 1,41 \sin(\omega t + 30^\circ)$ А, сопротивление $R = 100$ Ом. Контур LC настроен в резонанс. Определить показание электромагнитного вольтметра.

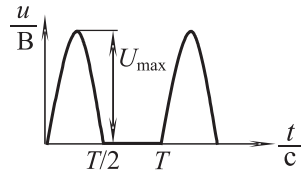


5. На входе цепи действует несинусоидальное напряжение $u_{\text{вх}} = 50 + 141 \sin \omega t$ В. Для устранения на нагрузке постоянной составляющей применен конденсатор. Определить коэффициенты искажения для напряжения питания и напряжения на нагрузке.

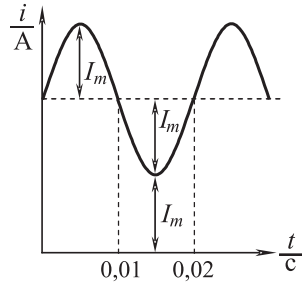


Вариант 5

1. Определить среднее за период $U_{\text{ср}}$ и действующее U напряжения однополупериодного выпрямителя, если $U_{\text{max}} = 100$ В. Рассчитать коэффициенты формы $k_{\text{ф}} = U/U_{\text{ср}}$ и амплитуды $k_{\text{а}} = U_{\text{max}}/U$.

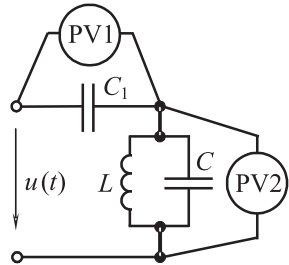


2. Записать уравнение мгновенного значения тока $i(t)$ в виде ряда Фурье, если $I_m = 5$ А. Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного амперметров. Рассчитать коэффициент искажения тока $k_{\text{и}} = I_1/I$.

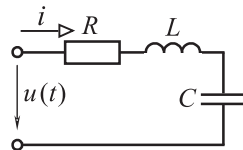


3. Полная мощность цепи несинусоидального тока $S = 100$ В · А, коэффициент мощности $\lambda = 0,5$, активная мощность первой гармоники $P_1 = 40$ Вт. Определить активную мощность высших гармоник.

4. Дано: $u = 100 + \sqrt{2} \cdot 50 \sin \omega t$ В, $1/(\omega L) = \omega C$. Определить показания электродинамических вольтметров.



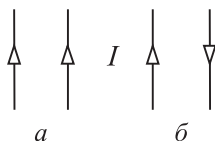
5. В схеме проходит ток $i = 1 \cdot \sin 200t + 0,3 \sin 600t$ А. Записать уравнение мгновенного значения напряжения $u(t)$ на зажимах цепи, если на частоте основной (первой) гармоники $R_1 = 30$ Ом, $X_{L1} = 20$ Ом, $X_{C1} = 60$ Ом.



Тест 6.1

Вариант 1

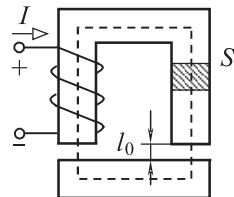
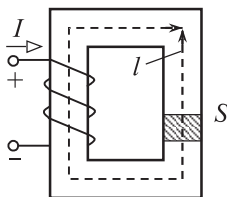
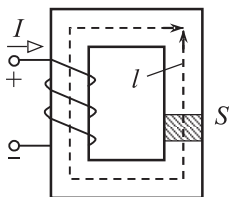
1. По двум параллельным проводам проходят одинаковые постоянные токи, направления которых: а) совпадают; б) противоположны. В каком случае напряженность магнитного поля в средней точке между проводами больше?



2. Изменится ли индуктивность катушки с неферромагнитным сердечником, если возрастет ток в обмотке? Если изменится, то как?

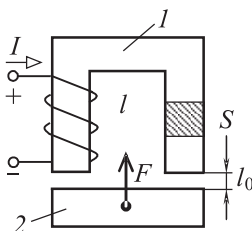
3. Уменьшится или увеличится магнитный поток катушки с замкнутым стальным сердечником, если при той же МДС удалить сердечник?

4. Как изменится магнитная индукция в указанном сечении S магнитной цепи при неизменном токе в обмотке, если соответственно:



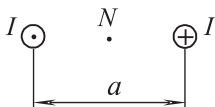
а) увеличить l , $S = \text{const}$; б) увеличить S , $l = \text{const}$; в) увеличить l_0 , $S = \text{const}$?

5. Определить силу F , с которой якорь 2 притягивается к магнитопроводу 1, если ток в обмотке $I = 1$ А, число ее витков $w = 100$, длина воздушного зазора $l_0 = 5$ мм, площадь сечения сердечника $S = 1,5 \text{ см}^2$. При расчете потоком рассеяния и падением магнитного напряжения в стали ($l_{\text{ст}} H_{\text{ст}}$) пренебречь.



Вариант 2

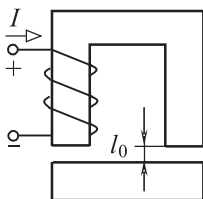
1. По проводам ЛЭП проходит ток $I = 100$ А. Расстояние между центрами сечения проводов $a = 20$ см. Определить напряженность магнитного поля в средней точке N и ее направление.



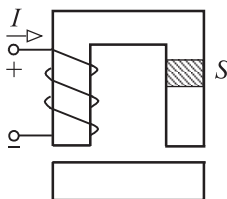
2. На ферромагнитный кольцевой сердечник квадратного сечения нужно намотать катушку, чтобы индуктивность была равна 5 мГн. Радиус внутренней окружности кольца $R_1 = 26$ см, радиус наружной окружности $R_2 = 30$ см. Определить, сколько витков провода необходимо намотать.

3. Как изменится ток в обмотке при увеличении воздушного зазора в стальном сердечнике катушки, если магнитная индукция в сердечнике неизменна?

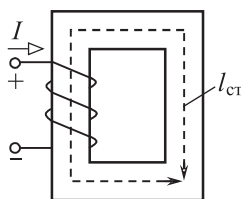
4. Как изменятся: а) B_0 , б) L , в) Φ , если увеличить соответственно l_0 , S , $l_{\text{ст}}$ в указанной магнитной цепи при неизменной МДС?



а) $B_0 = ?$

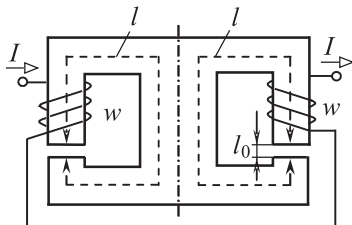


б) $L = ?$



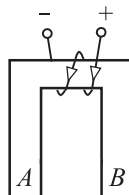
в) $\Phi = ?$

5. Магнитная индукция в воздушных зазорах магнитопровода $B_0 = 1,4$ Тл (кривая намагничивания стали приведена на рис. 6.4). Определить МДС wI катушек, если $l = 40$ см, $l_0 = 1$ мм, площадь сечения среднего стержня вдвое больше площади сечения крайних стержней.



Вариант 3

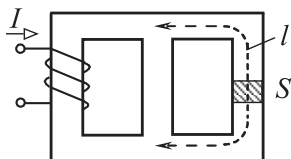
1. Где северный полюс: A или B?



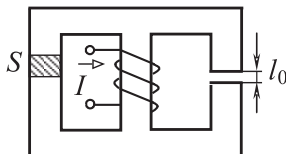
2. Как изменятся магнитный поток электромагнита и магнитное сопротивление магнитопровода, если в его стальном сердечнике появится воздушный зазор, а ток обмотки будет прежним?

3. В катушке с замкнутым стальным сердечником (кривая намагничивания стали дана на рис. 6.4) при некотором токе напряженность поля $H = 450$ А/м. Определить, во сколько раз изменятся магнитная индукция, магнитный поток, магнитная проницаемость стали и индуктивность катушки, если ток увеличится в 2 раза.

4. Как изменится магнитная индукция в указанном сечении магнитной цепи при неизменной МДС, если соответственно:

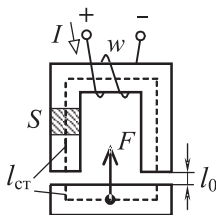


а) увеличить S , $l = \text{const}$;



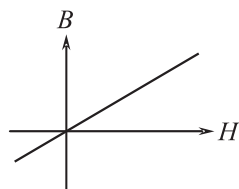
б) увеличить l_0 ?

5. Определить ток I в обмотке для получения подъемной силы электромагнита $F = 289$ Н, если сердечник выполнен из электротехнической стали (кривая намагничивания стали дана на рис. 6.4), площадь сечения сердечника $S = 3$ см², длина средней линии $l_{\text{ст}} = 20$ см, длина воздушных зазоров $l_0 = 1$ мм, число витков обмотки $w = 300$.

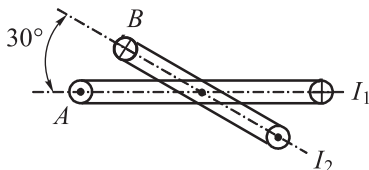


Вариант 4

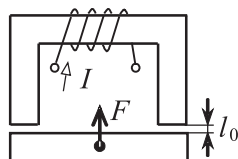
1. Какому материалу (железу, кобальту, меди или никелю) соответствует приведенная зависимость $B(H)$?



2. Внутри неподвижной рамки A с током I_1 расположена подвижная рамка B с током I_2 . В какую сторону (по ходу часовой стрелки или в противоположном направлении) и на какой угол повернется рамка B ?

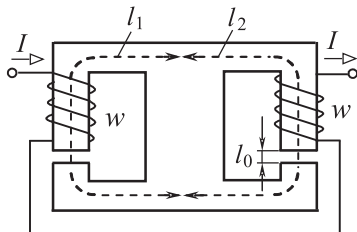


3. При некотором воздушном зазоре l_0 подъемная сила электромагнита равна F . При уменьшении зазора подъемная сила увеличилась вдвое. Как при этом изменится индукция в сердечнике?



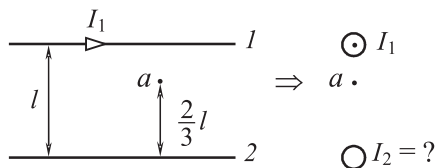
4. В замкнутом стальном сердечнике катушки (кривая намагничивания приведена на рис. 6.4) магнитная индукция $B = 0,8$ Тл. Определить, во сколько раз должен измениться ток катушки, чтобы индукция увеличилась в 2 раза. Как при этом изменится индуктивность катушки?

5. Магнитная индукция в воздушных зазорах магнитопровода $B_0 = 1,4$ Тл (кривая намагничивания стали приведена на рис. 6.4). Определить МДС wI катушек, если $l_1 = l_2 = 30$ см, $l_0 = 1$ мм.

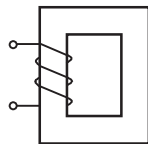


Вариант 5

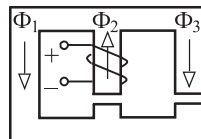
1. Ток в проводе 1 $I_1 = 10$ А. Определить: направление (к нам или от нас) и значение тока I_2 в проводе 2, при котором напряженность магнитного поля в точке a $H_a = 0$.



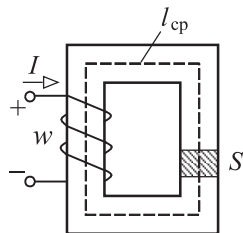
2. Сердечник катушки изготовлен из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 6.4. Найти отношение индуктивностей катушки $k_{ст} = L_1/L_2$ при напряженности магнитного поля $H_1 = 500$ А/м и $H_2 = 5000$ А/м соответственно. Определить также отношение k_v при замене сердечника каркасом из неферромагнитного материала.



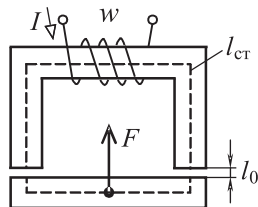
3. Перечислить магнитные потоки стержней в порядке возрастания их значений.



4. Как изменятся ток в обмотке, магнитное сопротивление сердечника, магнитный поток и индуктивность катушки, если увеличить площадь сечения S и длину средней линии $l_{\text{ср}}$ ферромагнитного сердечника в 2 раза, сохранив неизменными значения магнитной индукции и количество витков?



5. Какими должны быть площадь сечения сердечника подъемного электромагнита и ток в обмотке, чтобы при зазоре $l_0 = 2$ мм и магнитной индукции $B_0 = 1$ Тл получить подъемную силу $F = 1000$ Н, если $l_{\text{ст}} = 50$ см, $w = 680$? Использовать кривую намагничивания, приведенную на рис. 6.4.



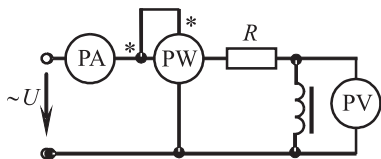
Тест 7.1

Вариант 1

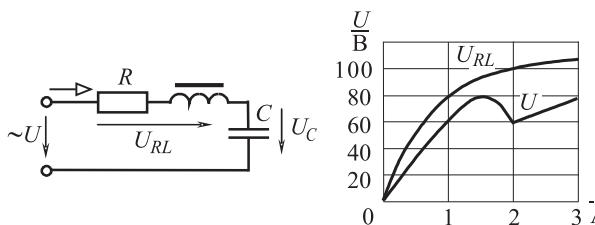
1. Как изменятся магнитный поток Φ_m , ток I , потери в стали $P_{\text{ст}}$ и ЭДС самоиндукции E катушки со стальным сердечником, если увеличить число ее витков в 2 раза при неизменном питающем синусоидальном напряжении? Сопротивлением обмотки пренебречь.

2. Катушка включается в сеть синусоидального напряжения $U = 120$ В. Показания амперметра и ваттметра: а) при отсутствии в катушке стального сердечника $I_1 = 7$ А, $P_1 = 24,5$ Вт; б) при наличии в катушке стального сердечника $I_2 = 1,41$ А, $P_2 = 4$ Вт. Определить для обоих случаев сопротивления R и X катушки, коэффициент мощности $\cos\phi$, мощности потерь в меди $P_{\text{м}}$ и стали $P_{\text{ст}}$.

3. Как изменятся показания приборов, если из катушки удалить ферромагнитный сердечник?



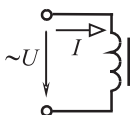
4. Используя характеристики $U(I)$ и $U_{RL}(I)$, определить U_R , U_L , U_C , U при феррорезонансе. Рассчитать емкость C при $f = 50$ Гц.



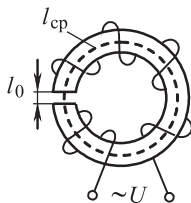
5. Два дросселя Д1 и Д2 с одинаковыми обмотками подключены последовательно к источнику напряжением U . Дроссель Д1 имеет замкнутый магнитопровод, а Д2 – магнитопровод с воздушным зазором (размеры магнитопроводов одинаковые). Как распределится между ними напряжение U , если цепь подключить к источнику: а) постоянного напряжения; б) синусоидального напряжения ($U_1 = U_2$, или $U_1 > U_2$, или $U_1 < U_2$)?

Вариант 2

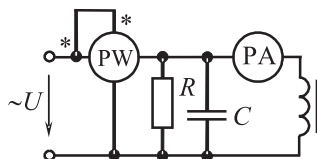
1. Как изменятся амплитуда магнитного потока Φ_m , ЭДС самоиндукции E , ток I , потери мощности $P_{ст}$ в стальном сердечнике катушки, если увеличить напряжение на катушке при неизменной частоте f ?



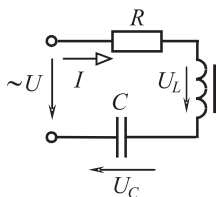
2. Катушка с кольцевым сердечником из электротехнической стали 1511 (зависимость $B(H)$ стали задана табл. 7.2) питается синусоидальным напряжением $U = 220$ В, $f = 50$ Гц. Площадь сечения сердечника $S = 16$ см², длина средней магнитной линии $l_{ср} = 15$ см, число витков обмотки $w = 412$. Определить ток I и эквивалентную индуктивность L катушки: а) при отсутствии в сердечнике воздушного зазора ($l_0 = 0$); б) при наличии воздушного зазора $l_0 = 1$ мм. Потерями энергии в сердечнике и обмотке, а также индуктивным сопротивлением рассеяния пренебречь.



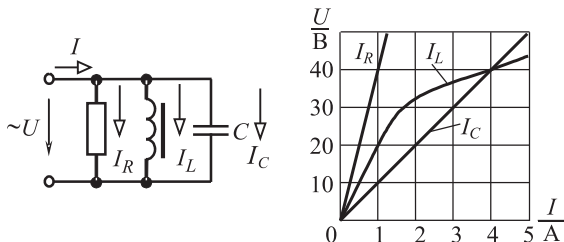
3. Как изменятся показания амперметра и ваттметра при введении внутрь катушки ферромагнитного сердечника?



4. В цепи наблюдается феррорезонанс. Определить напряжение U на зажимах цепи, активную мощность P , напряжение U_{RL} , если $U_C = 100$ В, $C = 500$ мкФ, $R = 2$ Ом, $\omega = 200$ с⁻¹.



5. Определить токи I , I_R , I_C , I_L при феррорезонансе токов в цепи, используя ВАХ участков цепи.



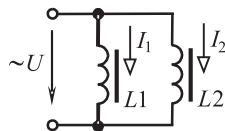
Вариант 3

1. В каком случае ток катушки со стальным сердечником, питающейся от источника синусоидального напряжения, будет по форме ближе к синусоиду: при $B_m = 1,5$ Тл или при $B_m = 0,5$ Тл?

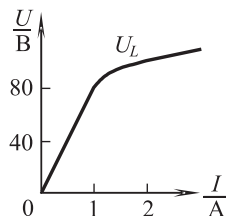
2. Сердечник дросселя находится в состоянии насыщения. Как изменится (уменьшится или увеличится) отношение B_m/I_m при уменьшении вдвое синусоидального напряжения, питающего дроссель?

3. Катушка со стальным сердечником питается от источника синусоидального напряжения. Как изменятся потери в стали, если частота источника увеличится в 3 раза при $U = \text{const}$?

4. Два дросселя с одинаковыми обмотками питаются от источника синусоидального напряжения. Площадь сечения сердечника второго дросселя в 2 раза больше, чем первого. Длины сердечников одинаковые. Какой из токов (I_1 или I_2) будет больше?

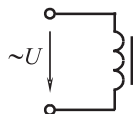


5. Задана ВАХ дросселя $U_L(I)$. Частота источника промышленная. При какой максимальной емкости конденсатора в цепи будет невозможен феррорезонанс?

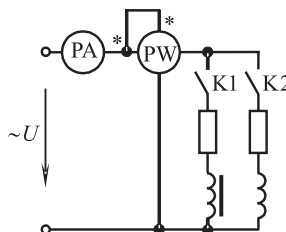


Вариант 4

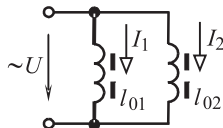
1. Напряжение питания катушки $U = 100$ В, частота $f = 50$ Гц. При каком напряжении магнитный поток останется прежним, если частота уменьшится до 25 Гц? Потерями в обмотке и сердечнике пренебречь.



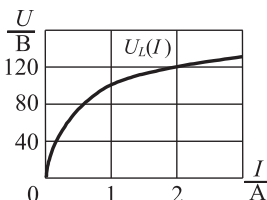
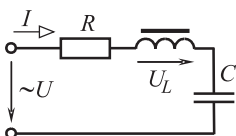
2. При замыкании ключей получены следующие показания приборов: 6,06; 1,66; 7,71 А; 11,1; 158,1; 147,0 Вт. Пренебрегая потерями в стали и учитывая, что обмотки катушек одинаковые, указать пару значений (I, P) , которая соответствует замкнутому ключу K_1 (ключ K_2 разомкнут).



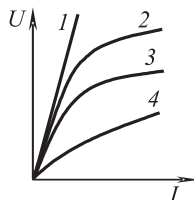
3. Две катушки со сталью и одинаковыми обмотками подключены параллельно. Сердечники катушек имеют одинаковые площади сечения и одинаковую длину силовой линии, но разные воздушные зазоры ($l_{02} > l_{01}$). Знаками $=, >, <$ указать соотношения для токов I_1 и I_2 , потерь мощности P_{M1} и P_{M2} в обмотках, магнитных потоков Φ_1 и Φ_2 , потерь мощности $P_{ст1}$ и $P_{ст2}$ в сердечниках.



4. Известна ВАХ $U_L(I)$. Феррорезонансу соответствуют ток $I = 2$ А и напряжение $U = 20$ В. Рассчитать значения R и C при условии, что $f = 50$ Гц.

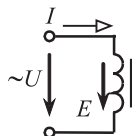


5. Вольт-амперная характеристика катушки с замкнутым ферромагнитным сердечником изображена кривой 3. Указать вид ВАХ, если в сердечнике сделан воздушный зазор.



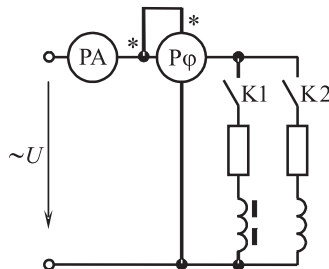
Вариант 5

1. Как изменятся потери мощности в стальном сердечнике и ЭДС самоиндукции катушки, если уменьшить напряжение U при неизменной частоте f ?падением напряжения в обмотке пренебречь.

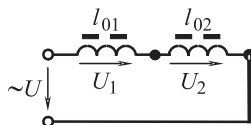


2. Две катушки со стальными сердечниками подключены параллельно к источнику синусоидального напряжения. Определить отношение магнитных потоков Φ_1/Φ_2 , если отношение числа витков $w_1/w_2 = 500/1000$. Потерями в обмотках и сердечниках пренебречь.

3. При замыкании ключей получены следующие показания приборов: 6,06; 1,66; 7,71 А; 76°; 78°; 86°. Пренебрегая потерями в стали и при условии, что обмотки катушек одинаковые, выбрать пару значений (I , φ), которая соответствует замкнутому ключу K1 (ключ K2 разомкнут).

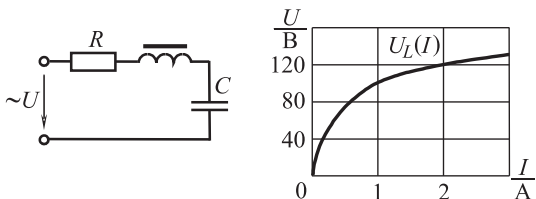


4. Две катушки с одинаковыми обмотками включены последовательно. Сердечники катушек имеют одинаковую площадь сечения и одинаковую длину силовой линии, но разные воздушные зазоры ($l_{01} < l_{02}$). Знаками $=$, $>$, $<$ указать соотношения потерь мощности P_{M1} , P_{M2} в обмотках, магнитных потоков Φ_1 , Φ_2 в сердечниках, напряжений U_1 , U_2 на зажимах катушек.



5. В цепи наблюдается феррорезонанс при напряжении $U = 40$ В. Используя ВАХ катушки со сталью $U_L(I)$, рассчитать емкость C

конденсатора при феррорезонансе, если частота источника $f = 50$ Гц, $R = 20$ Ом.



Тест 8.1

Вариант 1

1. Как изменятся U_2 , I_2 , I_1 , S трансформатора, если при постоянной нагрузке Z увеличить на 10% число витков первичной обмотки при неизменном U_1 (увеличатся или уменьшатся на ...%)? Потери и ток холостого хода трансформатора пренебречь.

2. Уменьшатся или увеличатся потери мощности $P_{\text{ст}}$ в стальном сердечнике трансформатора и ток холостого хода I_x , если вместо стальных пластин толщиной 0,5 мм выполнить магнитопровод из той же стали, но толщиной 0,35 мм? Активная часть сечения магнитопровода остается неизменной.

3. По результатам опыта холостого хода однофазного трансформатора ($U_{1\text{ ном}} = 400$ В, $U_{2\text{ ном}} = 36$ В, $P_x = 220$ Вт, $I_x = 1,2$ А) определить потери $P_{\text{ст}}$ в магнитопроводе трансформатора, параметры схемы замещения R_x , X_x и коэффициент трансформации n .

4. Как изменятся ток холостого хода I_x , напряжение U_2 на вторичной обмотке, потери $P_{\text{ст}}$ в магнитопроводе трехфазного трансформатора, если первичную обмотку вместо треугольника соединить звездой?

5. Два трансформатора с одинаковыми $S_{\text{ном}}$, $U_{\text{ном}}$ первичных и вторичных обмоток, но разными напряжениями короткого замыкания ($u_{\text{к1}} > u_{\text{к2}}$) работают параллельно. Знаками $=$, $>$, $<$ указать соотношение токов первичных обмоток трансформаторов (первого I_1 и второго I_2) при нагрузке.

Вариант 2

1. Определить число витков первичной обмотки w_1 и амплитуду магнитной индукции B_m в магнитопроводе однофазного транс-

форматора, если $U_{1\text{ ном}} = 220 \text{ В}$, $U_{2\text{ ном}} = 36 \text{ В}$, $f = 50 \text{ Гц}$, число витков вторичной обмотки $w_2 = 30$, площадь сечения магнитопровода $S_c = 36 \text{ см}^2$.

2. При соединении обмоток трехфазного трансформатора по схеме звезда/звезда коэффициент трансформации линейных напряжений $n = 10$. Определить коэффициент трансформации линейных ($n_{\text{л}}$) и фазных ($n_{\text{ф}}$) напряжений при соединении обмоток по схеме звезда/треугольник.

3. Потери холостого хода трансформатора $P_x = 100 \text{ Вт}$. Максимальный КПД трансформатора имеет место при коэффициенте нагрузки $\beta = 0,5$. Чему равны потери короткого замыкания P_k ?

4. Трехфазный трансформатор типа ТМ63/10 имеет потери холостого хода $P_x = 0,2 \text{ кВт}$ и потери короткого замыкания $P_k = 1 \text{ кВт}$. Определить КПД трансформатора при активной нагрузке и коэффициентах нагрузки $\beta_1 = 1$ и $\beta_2 = 0,6$.

5. Площадь сечения магнитопровода однофазного сварочного трансформатора $S_c = 50 \text{ см}^2$. Напряжение питания $U_{1\text{ ном}} = 220 \text{ В}$, частота $f = 50 \text{ Гц}$. Напряжение холостого хода вторичной обмотки $U_{2x} = 70 \text{ В}$. Рассчитать число витков обмоток w_1 и w_2 , определить мощность $S_{\text{ном}}$ трансформатора и наибольший сварочный ток I_2 . Использовать приближенную формулу для площади сечения магнитопровода $S_c = \sqrt{S_{\text{ном}}}$ (S_c – в квадратных сантиметрах, $S_{\text{ном}}$ – в вольт-амперах).

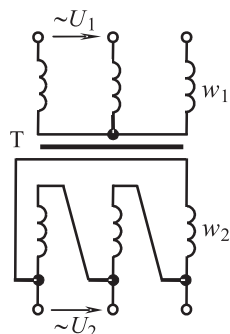
Вариант 3

1. Как изменятся амплитуда магнитной индукции B_m в сердечнике трансформатора и ток холостого хода I_x , если уменьшить площадь сечения магнитопровода при неизменном напряжении U_1 ?

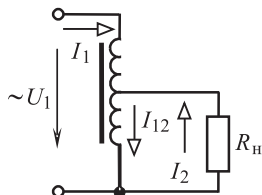
2. Как изменятся U_2 , I_2 , I_1 , S трансформатора, если при постоянной нагрузке Z уменьшить на 5% число витков первичной обмотки при неизменном напряжении U_1 (уменьшатся или увеличатся на ...%)? Потерями и током холостого хода трансформатора пренебречь.

3. По результатам опыта короткого замыкания ($P_k = 800 \text{ Вт}$, $U_k = 20 \text{ В}$, $I_{1k} = I_{1\text{ ном}} = 100 \text{ А}$) определить параметры R_k и X_k схемы замещения трансформатора, потери мощности P_m в меди обмоток при коэффициенте нагрузки трансформатора $\beta = 0,5$.

4. Определить напряжение U_2 , если $U_1 = 6000$ В, число витков обмоток $w_1 = 3000$, $w_2 = 200$.



5. Как изменятся (уменьшатся или увеличатся) токи I_1 , I_{12} , I_2 при перемещении движка автотрансформатора из среднего положения вверх?



Вариант 4

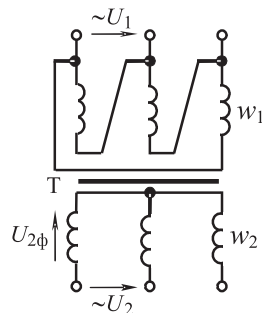
1. Как изменятся потери $P_{ст}$ в стали трансформатора и ток холостого хода I_x , если вместо стальных пластин толщиной 0,35 мм выполнить сердечник из той же стали, но толщиной 0,5 мм? Активная часть сечения сердечника остается неизменной.

2. Определить амплитуду магнитной индукции B_m в магнитопроводе трансформатора, если напряжение $U_{1 ном} = 400$ В, частота $f = 50$ Гц, число витков первичной обмотки $w_1 = 800$, площадь сечения магнитопровода $S_c = 18$ см². Падением напряжения в обмотке трансформатора пренебречь. Как изменится B_m при понижении напряжения на 5%?

3. Рассчитать площадь сечения проводов первичной S_1 и вторичной S_2 обмоток, соединенных по схеме звезда/звезда, трехфазного трансформатора с данными: $S_{ном} = 500$ кВ · А, $U_{1 ном} = 6000$ В, $U_{2 ном} = 400$ В. Плотность тока обмоток $J = 8$ А/мм².

4. Определить число витков вторичных обмоток измерительных трансформатора тока w_T и трансформатора напряжения w_H . Первичная обмотка трансформатора тока рассчитана на 500 А и имеет один виток, вторичная – на 5 А. Первичная обмотка трансформатора напряжения рассчитана на 6000 В и имеет 1200 витков, вторичная – на 100 В.

5. Определить вторичные напряжения U_2 и $U_{2\phi}$ трансформатора, если $U_1 = 6000$ В, число витков обмоток $w_1 = 3000$, $w_2 = 200$.



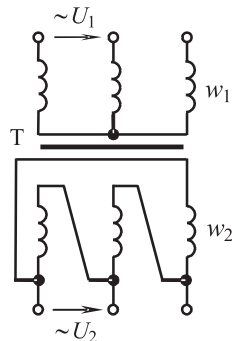
Вариант 5

1. Амплитуда магнитной индукции в сердечнике трансформатора $B_m = 1,4$ Тл при частоте питающего напряжения $f = 50$ Гц. Какой будет магнитная индукция B'_m при неизменном напряжении и частоте $f' = 100$ Гц? Потерями в обмотке и сердечнике пренебречь.

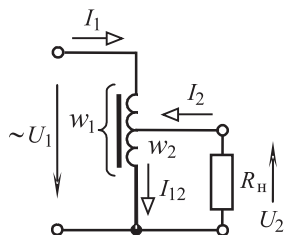
2. Как изменятся ток холостого хода I_x и потери мощности $P_{ст}$ в магнитопроводе трансформатора, если напряжение на первичной обмотке окажется больше номинального?

3. Технические данные трехфазного трансформатора: $U_{1\text{ ном}} = 10\,000$ В, $U_{2x} = 400$ В, $I_{1\text{ ном}} = 100$ А, $u_k = 5,5\%$, $R_k = 0,8$ Ом; соединение обмоток звезда/звезда. Определить напряжение U_2 при номинальной нагрузке активно-индуктивного характера с $\cos\varphi_2 = 0,5$.

4. Определить вторичные напряжения U_2 и $U_{2\phi}$ трансформатора, если $U_1 = 6000$ В, $w_1 = 3000$, $w_2 = 200$.



5. Определить токи I_1 и I_{12} автотрансформатора, если ток нагрузки $I_2 = 4$ А, напряжение $U_2 = 0,5U_1$. Током холостого хода пренебречь.



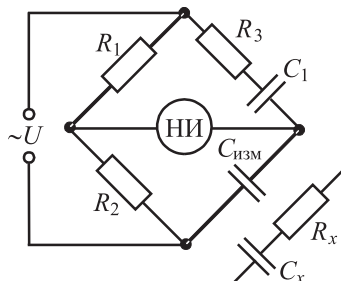
Тест 9.1

Вариант 1

1. Амперметры и вольтметры какой системы имеют равномерную шкалу?

2. Классы точности приборов Б и В одинаковые, но верхний предел измерения прибора В больше. Каково соотношение для максимальных значений абсолютных погрешностей Δ_B и Δ_V при измерении этими приборами ($\Delta_B = \Delta_V$, или $\Delta_B < \Delta_V$, или $\Delta_B > \Delta_V$)?

3. Мостовая цепь уравновешена при $R_1 = 10$ кОм, $R_2 = 1$ кОм, $R_3 = 9,8$ кОм, $C_1 = 1$ мкФ. Определить параметры C_x и R_x последовательной схемы замещения измеряемого конденсатора.

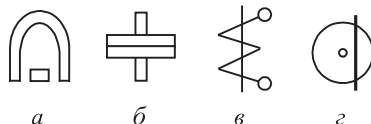


4. Напряжение источника, изменяющееся по закону $u = 90\sin 314t + 60\sin 942t$ В, измеряется электродинамическим и выпрямительным вольтметрами. Пренебрегая погрешностью вольтметров, определить их показания. Выпрямительный вольтметр проградуирован в действующих значениях синусоидального напряжения.

5. Указатели двух одинаковых ваттметров, включенных в симметричную трехфазную цепь для измерения активной мощности, отклонились на 95 и 55 делений шкалы. Определить коэффициент мощности цепи.

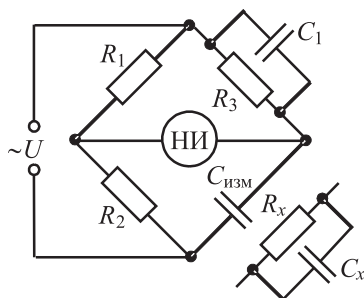
Вариант 2

1. Как обозначаются приборы электродинамической системы?



2. Максимальные значения абсолютных погрешностей приборов А и Б одинаковые, но верхний предел измерения прибора А больше. Какой из приборов имеет более высокий класс точности?

3. Мостовая цепь уравновешена при $R_1 = 2 \text{ кОм}$, $R_2 = 10 \text{ кОм}$, $R_3 = 40 \text{ кОм}$, $C_1 = 10 \text{ мкФ}$. Определить параметры C_x и R_x параллельной схемы замещения измеряемого конденсатора.



4. На экране электронного осциллографа видна прямая линия, составляющая с горизонталью угол 30° . Записать закон изменения напряжения, подведенного к вертикально отклоняющим пластинам осциллографа, если к горизонтально отклоняющим пластинам подведено напряжение $u = 120 \sin(314t + \pi/6) \text{ В}$ (чувствительность обоих каналов осциллографа одинаковая).

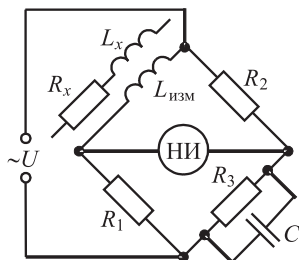
5. Приборы какой системы могут быть использованы в качестве ваттметров?

Вариант 3

1. Амперметры какой системы применяют без шунтов для измерения больших токов (до нескольких сотен ампер)?

2. В цепи постоянного тока необходимо измерить напряжение $U \leq 40 \text{ В}$. Имеются два вольтметра магнитоэлектрической системы: 1) с пределом измерения 50 В и классом точности 2,5; 2) с пределом измерения 100 В и классом точности 1,5. Какой из двух приборов обеспечит меньшую допустимую погрешность измерения?

3. Мостовая цепь уравновешена при $R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}$, $R_3 = 2,25 \text{ кОм}$, $C = 4,75 \text{ мкФ}$. Определить параметры R_x и L_x последовательной схемы замещения катушки индуктивности.



4. Напряжение источника, изменяющееся по закону $u = 400 + 300 \sin \omega t \text{ В}$, измеряется магнитоэлектрическим и электромагнитным вольтметрами. Пренебрегая погрешностью вольтметров, определить их показания.

5. Два одинаковых ваттметра с ценой деления 5 Вт включены в симметричную трехфазную цепь для измерения активной мощности. Определить активную мощность цепи, если указатель ваттметра с меньшим отклонением установился на 105 делений, а коэффициент мощности цепи $1/\sqrt{3}$.

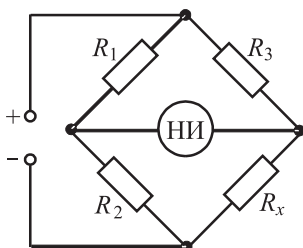
Вариант 4

1. Приборы электромагнитной системы имеют неравномерную шкалу. В какой части шкалы отсчет практически невозможен (в начале шкалы, в ее середине или в конце)?

2. Магнитоэлектрический миллиамперметр имеет сопротивление $R_{\text{и}} = 10 \text{ Ом}$ и ток полного отклонения $I_{\text{и}} = 1 \text{ мА}$. Рассчитать сопротивление шунта $R_{\text{ш}}$, чтобы этим прибором можно было измерять ток $I = 1 \text{ А}$. Какую максимальную мощность P_{max} будет потреблять этот амперметр?

3. Мостовая цепь уравновешена при $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 10 \text{ кОм}$, $R_3 = 0,4 \text{ кОм}$. Определить сопротивление R_x .

4. На экране электронного осциллографа световой луч, вращаясь по ходу часовой стрелки, описывает окружность. Записать закон изменения напряжения, подведенного к вертикально отклоняющим пластинам осциллографа, если к горизонтально отклоняющим пластинам подведено напряжение $u = 140 \sin(5t + \pi/4) \text{ В}$ (чувствительность обоих каналов осциллографа одинаковая).



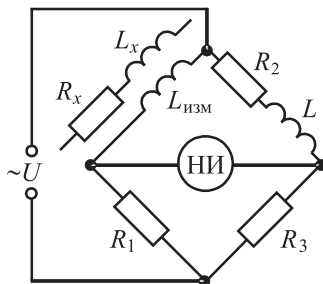
5. При измерении активной мощности симметричной трехфазной цепи используются два одинаковых ваттметра. Указатель ваттметра с бóльшим отклонением установился на 80 делений шкалы. На сколько делений шкалы отклонится указатель второго ваттметра, если коэффициент мощности цепи 0,76?

Вариант 5

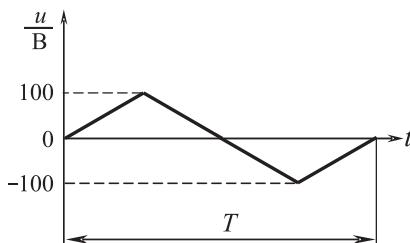
1. В какой части шкалы прибора с равномерной шкалой предельно допустимая относительная погрешность измерения будет наибольшей (в начале шкалы, в ее середине или в конце)?

2. Сопротивление магнитоэлектрического миллиамперметра $R_{и} = 10 \text{ Ом}$, ток полного отклонения $I_{и} = 1 \text{ мА}$. Рассчитать сопротивление добавочного резистора $R_{д}$ для получения вольтметра с пределом измерения 10 В. Какую максимальную мощность P_{\max} будет потреблять этот вольтметр?

3. Мостовая цепь уравновешена при $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_2 = 0,5 \text{ кОм}$, $R_3 = 2 \text{ кОм}$, $L = 0,1 \text{ Гн}$. Определить параметры R_x и L_x последовательной схемы замещения катушки индуктивности.



4. Напряжение источника измеряется выпрямительным и электромагнитным вольтметрами. Выпрямительный вольтметр проградуирован в действующих значениях синусоидального напряжения. Определить показания вольтметров.

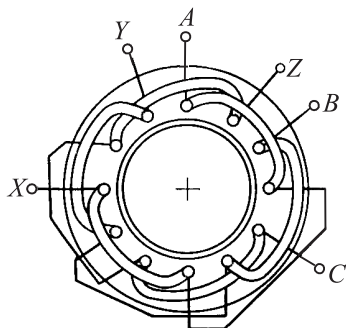


5. Два одинаковых ваттметра с ценой деления 10 Вт включены в симметричную трехфазную цепь для измерения активной мощности. Определить число делений (α_1 , α_2), указываемое стрелкой каждого из ваттметров, если активная мощность цепи 1,5 кВт, а коэффициент мощности цепи $1/\sqrt{3}$.

Тест 10.1

Вариант 1

1. По эскизу торца статора с лобовыми частями обмотки определить число пар полюсов p и частоту вращения магнитного поля n_1 асинхронного двигателя, если частота питающего напряжения $f_1 = 50$ Гц.



2. Трехфазный асинхронный двигатель имеет следующие данные: $P_{\text{ном}} = 3$ кВт, $n_{\text{ном}} = 1420$ мин⁻¹, $\eta_{\text{ном}} = 83,5\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,84$. Двигатель рассчитан на напряжение 220/380 В частотой $f_1 = 50$ Гц. Определить: 1) схему соединений обмотки статора при линейном напряжении питающей сети $U_{\text{л}} = 380$ В; 2) ток $I_{\text{ном}}$, потребляемый из сети; 3) число пар полюсов p ; 4) скольжение $s_{\text{ном}}$.

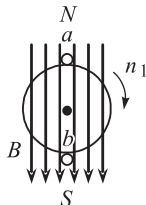
3. Изменяется ли частота ЭДС статора (f_1) и ротора (f_2) при увеличении нагрузки на валу асинхронного двигателя? Если изменяется, то как?

4. Во сколько раз ЭДС в обмотке ротора асинхронного двигателя при пуске больше, чем при номинальном режиме, если $n_{\text{ном}} = 960$ мин⁻¹?

5. Определить пусковой момент $M_{\text{п}}$ трехфазного асинхронного двигателя с $P_{\text{ном}} = 2,2$ кВт, $n_{\text{ном}} = 950$ мин⁻¹, $k_{\text{м}} = M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 1,8$. Как изменится $M'_{\text{п}}$ при понижении напряжения сети на 10%?

Вариант 2

1. Магнитное поле с индукцией B вращается по ходу часовой стрелки с синхронной частотой n_1 . Определить направление индуцированной в проводниках a , b ротора ЭДС (и тока), указать точкой и крестиком. Затем по правилу левой руки найти и указать на чертеже направления силы F , действующей на проводники.



щей на проводники с током. Указать направление вращения ротора n .

2. Паспортные данные трехфазного асинхронного двигателя: $P_{\text{ном}} = 2,2 \text{ кВт}$, $n_{\text{ном}} = 950 \text{ мин}^{-1}$, $\Delta/Y = 220 / 380 \text{ В}$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,73$, $\eta_{\text{ном}} = 81\%$. Определить: схему соединений обмотки статора при линейном напряжении сети $U_{\text{л}} = 220 \text{ В}$; потребляемый двигателем ток $I_{\text{ном}}$; скольжение $s_{\text{ном}}$.

3. По паспортным данным асинхронного двигателя, указанным в задаче 2, определить суммарные потери мощности ΔP_{Σ} в двигателе.

4. Рассчитать сопротивление $R'_{\text{п}}$ пускового реостата, включаемого в цепь фазного ротора асинхронного двигателя, чтобы пусковой момент $M_{\text{п}} = M_{\text{max}}$, если приведенное сопротивление ротора $R'_2 = 0,5 \text{ Ом}$, а $X_{\text{к}} = 5 \text{ Ом}$.

5. Для асинхронного двигателя с $P_{\text{ном}} = 55 \text{ кВт}$, $n_{\text{ном}} = 1440 \text{ мин}^{-1}$ определить номинальный момент $M_{\text{ном}}$ на валу. Как изменится момент M' при понижении напряжения питающей сети на 5%?

Вариант 3

1. Фазная обмотка асинхронного двигателя состоит из трех секций. Какова ЭДС E_c , индуцируемая в одной секции обмотки, если обмотка статора соединена треугольником и подключена к питающей сети напряжением 380 В?

2. Определить сопротивление $R_{\text{п}}$, которое надо включить в цепь ротора асинхронного двигателя с фазным ротором, чтобы он при номинальном моменте на валу вращался с частотой $n = 1200 \text{ мин}^{-1}$. Сопротивление фазы обмотки ротора $R_2 = 0,1 \text{ Ом}$, а номинальная частота вращения $n_{\text{ном}} = 1440 \text{ мин}^{-1}$.

3. В каком из указанных значений параметров, характерных для асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, допущена ошибка: 1) $s_{\text{ном}} = 3...8\%$; 2) $M_{\text{п}} = (1,1...2,0) M_{\text{ном}}$; 3) $M_{\text{max}} = (1,6...2,4) M_{\text{ном}}$; 4) $i_{\text{х}} = 5...10\%$; 5) $I_{\text{п}} = (5...7) I_{\text{ном}}$? Ответ дать, назвав номер ошибочного значения параметра.

4. Как изменятся ток холостого хода $I_{\text{1х}}$ и номинальный $\cos\varphi_{\text{ном}}$ асинхронного двигателя, если увеличить воздушный зазор между ротором и статором? Дать соответствующие пояснения. Ответ привести в форме \uparrow (увеличится) или \downarrow (уменьшится).

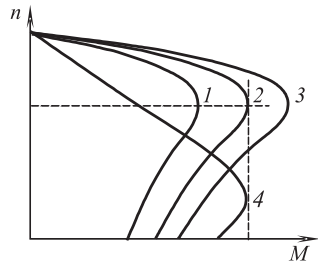
5. Как изменятся пусковой фазный и линейный токи, а также пусковой момент асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, если при пуске обмотку статора переключить с треугольника на звезду?

Вариант 4

1. Шестиполюсный асинхронный двигатель снабжен регулятором частоты. При частоте тока в обмотке статора $f_1 = 40$ Гц частота вращения ротора $n = 760$ мин⁻¹. Каково скольжение s асинхронного двигателя в этих условиях?

2. Трехфазный асинхронный двигатель потребляет из сети полную мощность $S_1 = 45$ кВ · А. Коэффициент мощности $\cos\varphi = 0,89$. Суммарные потери мощности в двигателе $\Delta P_\Sigma = 4$ кВт. Найти КПД двигателя.

3. Естественная механическая характеристика асинхронного двигателя представлена на рисунке (кривая 2). Какой станет эта характеристика при увеличении напряжения? Ответ дать, назвав номер соответствующей кривой.



4. Как изменятся частота вращения, ток обмотки статора и допустима ли последующая работа асинхронного двигателя, если в номинальном режиме работы оборвется один из линейных проводов? Ответ дать в форме \uparrow (увеличится) или \downarrow (уменьшится).

5. Рассчитать сопротивление R'_Π , вводимое в цепь ротора асинхронного двигателя с фазным ротором, для уменьшения пускового тока до $I'_\Pi = 3I_{\text{ном}}$. Параметры схемы замещения двигателя: $X_\text{к} = 17$ Ом, $R_\text{к} = 14$ Ом, а кратность пускового тока при пуске без реостата $I_\Pi/I_{\text{ном}} = 6$.

Вариант 5

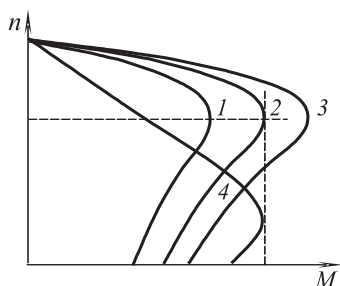
1. На какой угол повернется магнитное поле четырехполюсного асинхронного двигателя за время $t = (1/4)T$?

2. Определить потери в меди обмоток статора трехфазного асинхронного двигателя, работающего в номинальном режиме, паспортные данные которого: $P_{\text{ном}} = 17$ кВт, $\eta_{\text{ном}} = 0,88$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,88$, $U_{\text{ном}} = 220/380$ В. Активное сопротивление фазы обмотки статора $R_1 = 0,25$ Ом. Двигатель питается от сети напряжением $U_\text{л} = 220$ В.

3. Как изменятся пусковой ток I_Π трехфазного асинхронного двигателя, его скольжение s и пусковой момент M_Π , если ввести в цепь ротора резистор, при условии, что момент на валу двигателя

останется неизменным? Ответ дать в форме \uparrow (увеличится) или \downarrow (уменьшится).

4. Естественная механическая характеристика асинхронного двигателя представлена на рисунке (кривая 2). Какой она станет при введении в цепь ротора дополнительного сопротивления? Ответ дать, назвав номер соответствующей кривой.



5. Асинхронный двигатель АИР90L6 снабжен преобразователем частоты. Какой будет скорость вращения асинхронного двигателя, если преобразователь частоты снизит ее до $f_1' = 25$ Гц при сохранении неизменными магнитного потока и момента на валу? При частоте $f_{1\text{ ном}} = 50$ Гц скольжение двигателя $s_{\text{ном}} = 0,06$.

Вариант 6

1. Запустится ли асинхронный двигатель, статорные обмотки которого соединены треугольником, в условиях легкого пуска, если имеет место обрыв: а) одного из линейных проводов; б) одной из фаз статорной обмотки? Ответ дать в форме «да» или «нет».

2. Во сколько раз частота ЭДС в обмотке ротора при пуске больше, чем при номинальном режиме, если $s_{\text{ном}} = 5\%$?

3. Как изменятся ток $I_{1\text{к}}$, магнитный поток Φ в магнитопроводе и потери $\Delta P_{\text{ст}}$ в нем, если обмотки статора ошибочно соединены не звездой, а треугольником? К каким последствиям приведет продолжительная работа двигателя с номинальным моментом на валу в этих условиях?

4. Паспортные данные трехфазного асинхронного двигателя типа АИР112Н2 следующие: $P_{\text{ном}} = 7,5$ кВт, $n_{\text{ном}} = 2900$ мин⁻¹, $\eta_{\text{ном}} = 87,5\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,88$, $U_{\text{ф.ном}} = 220$ В. Определить ток $I_{\text{ном}}$, активную $P_{\text{ном}}$ и реактивную $Q_{\text{ном}}$ мощности, потребляемые от сети при номинальной нагрузке на валу, если двигатель питается от сети напряжением $U_{\text{л}} = 380$ В.

5. Как изменятся ток I_2 , ЭДС E_2 , частота f_2 цепи ротора и потери в нем с уменьшением его частоты вращения? Ответ дать в форме \uparrow (увеличится) или \downarrow (уменьшится).

Тест 11.1

Вариант 1

1. Назвать основную причину, по которой в мощных синхронных машинах не применяется «обращенная конструкция», т.е. полюсы с обмоткой возбуждения – на статоре, а трехфазная обмотка – на роторе (1) щеточно-контактный узел вместо двух содержит три кольца; 2) снижена надежность; 3) мощность цепи возбуждения меньше 0,5% мощности статора).

2. С какой частотой должен вращаться 80-полюсный ротор гидрогенератора, чтобы получить в обмотке статора частоту ЭДС $f = 50$ Гц?

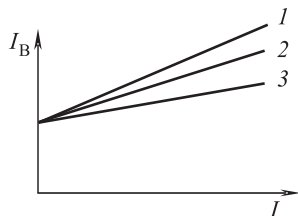
3. Четырехполюсный трехфазный синхронный генератор работает параллельно с сетью напряжением $U_{\phi} = 220$ В. Обмотка статора соединена звездой, ЭДС фазы $E_0 = 220$ В, синхронное реактивное сопротивление $X = 0,8$ Ом. Активным сопротивлением пренебречь. Угол рассогласования $\theta = 20^\circ$. Определить ток статора I , отдаваемую генератором активную мощность P и электромагнитный момент M .

4. Определить частоту вращения, номинальный момент, ток статора, активную и реактивную мощности четырехполюсного синхронного двигателя со следующими номинальными данными: $P_{\text{ном}} = 160$ кВт, $U_{\text{ном}} = 380$ В, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (емк.), $\eta_{\text{ном}} = 0,94$.

5. Установленная мощность электропотребителей промпредприятия $P_{\text{пр}} = 5000$ кВт при $\cos\varphi_{\text{пр}} = 0,8$. Рассчитать $\cos\varphi$ после установки на предприятии синхронного двигателя (СД), работающего в режиме перевозбуждения, если потребляемая синхронным двигателем активная мощность $P_{\text{СД}} = 500$ кВт при $\cos\varphi_{\text{СД}} = 0,85$?

Вариант 2

1. Синхронный генератор работает в автономном режиме на симметричную нагрузку активно-индуктивного характера. Указать, используя знаки $>$, $<$, в каком соотношении находятся коэффициенты мощности приемников 1, 2, 3, если регулировочные характеристики генератора имеют вид, приведенный на рисунке.



2. Синхронный генератор с паспортными данными $P_{\text{ном}} = 630 \text{ кВт}$, $U_{\text{ном}} = 6,3 \text{ кВ}$, $\eta_{\text{ном}} = 93,7\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $X = 57 \text{ Ом}$ работает параллельно с сетью. Построить векторную диаграмму и рассчитать ток и реактивную мощность генератора, работающего в режиме холостого хода, если ток возбуждения увеличить до $I_{\text{в}} = 1,2 I_{\text{в}0}$, где $I_{\text{в}0}$ – ток возбуждения, при котором $E_0 = U_{\text{ф. ном}}$. Считать, что магнитопровод генератора ненасыщенный.

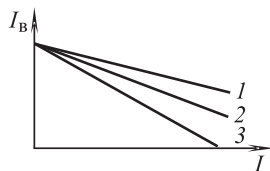
3. Обмотка статора синхронного двигателя с паспортными данными $P_{\text{ном}} = 4000 \text{ кВт}$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $\eta_{\text{ном}} = 93\%$, $U_{\text{ном}} = 6 \text{ кВ}$, $n_{\text{ном}} = 3000 \text{ мин}^{-1}$, $X = 20 \text{ Ом}$ соединена треугольником. Найти угол рассогласования $\theta_{\text{ном}}$, полагая, что $I_{\text{в}} = I_{\text{в}0}$. Каким станет угол θ при уменьшении момента на валу на 20% при неизменном $I_{\text{в}} = I_{\text{в}0}$?

4. Синхронный двигатель, подключенный к сети напряжением 380 В, развивает на валу мощность 75 кВт; КПД двигателя 92%, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.). Определить ток, потребляемый двигателем от сети, его реактивную составляющую и реактивную мощность, отдаваемую им в сеть.

5. Синхронный двигатель приводит во вращение центробежный насос. Напряжение сети уменьшилось до $U = 0,8 U_{\text{ном}}$, что не привело к выпадению двигателя из синхронизма. Изменится ли производительность насоса, если она пропорциональна скорости вращения?

Вариант 3

1. Синхронный генератор работает в автономном режиме на симметричную нагрузку активно-емкостного характера. Указать, используя знаки $>$, $<$, в каком соотношении находятся коэффициенты мощности приемников 1, 2, 3, если регулировочные характеристики генератора имеют вид, приведенный на рисунке.



2. Синхронный генератор с паспортными данными $P_{\text{ном}} = 630 \text{ кВт}$, $U_{\text{ном}} = 6,3 \text{ кВ}$, $\eta_{\text{ном}} = 93,7\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $X_C = 57 \text{ Ом}$ работает параллельно с сетью. Построить векторную диаграмму и рассчитать ток и реактивную мощность генератора, работающего в режиме холостого хода, если ток возбуждения уменьшить до $I_{\text{в}} = 0,8 I_{\text{в}0}$, где $I_{\text{в}0}$ – ток возбуждения, при котором $E_0 = U_{\text{ф. ном}}$. Принять, что магнитопровод генератора ненасыщенный.

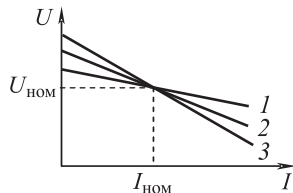
3. Обмотка статора синхронного двигателя с паспортными данными $P_{\text{ном}} = 400$ кВт, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $\eta_{\text{ном}} = 93\%$, $U_{\text{ном}} = 6$ кВ, $n_{\text{ном}} = 3000$ мин⁻¹, $X = 200$ Ом соединена треугольником. Определить, при каком отношении $I_{\text{в}}/I_{\text{в}0}$ двигатель, работая с $M = M_{\text{ном}}$, достигнет предела устойчивости ($\theta = 90^\circ$).

4. Полезная мощность первичного двигателя, приводящего во вращение ротор трехфазного синхронного генератора, равна 10 кВт. Вращающий момент на валу 95,5 Н · м. Число полюсов ротора генератора равно 12. Определить частоту f напряжения на зажимах генератора.

5. Стрелкой \uparrow (увеличится) или \downarrow (уменьшится) указать, как будут изменяться ток I в обмотке статора синхронного двигателя и коэффициент мощности $\cos\varphi$ СД при увеличении тока возбуждения, если двигатель, работая с $M = \text{const}$: а) недовозбужден; б) перевозбужден.

Вариант 4

1. Синхронный генератор работает в автономном режиме на симметричную нагрузку активно-индуктивного характера. Указать, используя знаки $>$, $<$, в каком соотношении находятся коэффициенты мощности приемников 1, 2, 3, если внешние характеристики генератора имеют вид, приведенный на рисунке.



2. Синхронный генератор с паспортными данными $P_{\text{ном}} = 630$ кВт, $U_{\text{ном}} = 6,3$ кВ, $\eta_{\text{ном}} = 93,7\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $X = 57$ Ом работает параллельно с сетью. Построить векторную диаграмму и рассчитать ток I статора, активную P и реактивную Q мощности генератора, если при неизменном $I_{\text{в}} = I_{\text{в}0}$ к ротору приложить ускоряющий момент, при котором угол рассогласования $\theta = 20^\circ$.

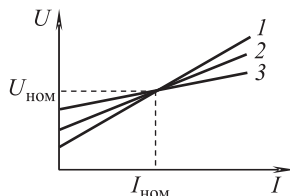
3. Каков угол рассогласования $\theta_{\text{ном}}$ синхронного двигателя, работающего в номинальном режиме и с $I_{\text{в}} = I_{\text{в}0}$, если $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 2$? Как изменится угол θ при увеличении $I_{\text{в}}$ на 20% при условии неизменности момента на валу?

4. Вращающий момент на валу ротора синхронного генератора равен 47,75 Н · м. Мощность первичного двигателя, приводящего во вращение ротор генератора, 5 кВт. Определить число пар p полюсов ротора генератора, если частота напряжения на его зажимах $f = 50$ Гц.

5. Как изменятся M_{\max} и угол рассогласования θ синхронного двигателя, работающего с $M = \text{const}$, при увеличении тока возбуждения. Ответ дать в форме \uparrow (увеличится) или \downarrow (уменьшится).

Вариант 5

1. Синхронный генератор работает в автономном режиме на симметричную нагрузку активно-емкостного характера. Указать, используя знаки $>$ и $<$, в каком соотношении находятся коэффициенты мощности приемников 1, 2, 3, если внешние характеристики генератора имеют вид, приведенный на рисунке.



2. Синхронный генератор с паспортными данными $P_{\text{ном}} = 630$ кВт, $U_{\text{ном}} = 6,3$ кВ, $\eta_{\text{ном}} = 93,7\%$, $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (опереж.), $X = 57$ Ом работает параллельно с сетью. Построить векторную диаграмму и рассчитать ток I статора, активную P и реактивную Q мощности генератора, если при $I_B = 1,2 I_{B0}$ к ротору приложить ускоряющий момент, при котором угол рассогласования $\theta = 20^\circ$. Потерями в статоре пренебречь. Магнитопровод считать ненасыщенным.

3. Синхронный двигатель работает с углом рассогласования $\theta_0 = 30^\circ$ при $I_B = I_{B0}$. Как следует изменить ток возбуждения I_B в сравнении с I_{B0} , чтобы при неизменной нагрузке на валу двигатель работал с $\cos\varphi = 1$? Магнитопровод считать ненасыщенным.

4. Автомобильный синхронный генератор имеет 6 пар полюсов когтеобразного ротора. Найти частоту f напряжения на зажимах генератора, если частота вращения его ротора равна 2000 мин^{-1} .

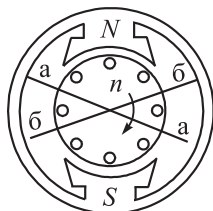
5. Как изменится (увеличится (\uparrow) или уменьшится (\downarrow)) угол рассогласования θ синхронного генератора, работающего параллельно с сетью, если при неизменном действующем значении тока статора характер генерируемой им мощности изменится с активного на активно-индуктивный? Принять $I_B = \text{const}$.

Тест 12.1

Вариант 1

1. Какой материал используется для изготовления главных полюсов машины постоянного тока: медь, сталь, алюминий, чугун?

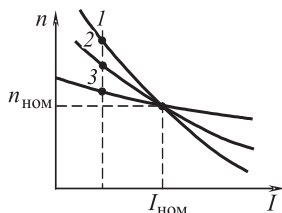
2. Указать направления ЭДС и тока в обмотке якоря генератора постоянного тока, работающего под нагрузкой (+ или •). Каково положение физической нейтрали генератора: а-а или б-б?



3. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения с напряжением $U_{\text{ном}} = 220$ В работает под нагрузкой. При $I_{\text{я}1} = 60$ А частота вращения якоря $n_1 = 980$ мин⁻¹, при $I_{\text{я}2} = 120$ А частота вращения якоря $n_2 = 960$ мин⁻¹. Определить сопротивление $R_{\text{я}}$ цепи якоря и частоту вращения якоря n_x при идеальном холостом ходе.

4. Во сколько раз возрастет ток якоря двигателя постоянного тока последовательного возбуждения, если момент на валу увеличится в 2 раза? Насыщением магнитопровода пренебречь.

5. Знаками $>$, $<$, $=$ указать соотношение магнитных потоков Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 двигателей постоянного тока параллельного, последовательного и смешанного возбуждения, работающих в точках 1, 2, 3 своих скоростных характеристик. Двигатели имеют одинаковые $P_{\text{ном}}$, $U_{\text{ном}}$, $n_{\text{ном}}$, $\Phi_{\text{ном}}$, $R_{\text{я}}$.



Вариант 2

1. В какой из точек полюса N двигателя постоянного тока (a или b) магнитное поле будет сильнее? В какую сторону по отношению к геометрической нейтрали двигателя (\uparrow – по ходу часовой стрелки или \uparrow – в противоположном направлении) будет повернута физическая нейтраль?

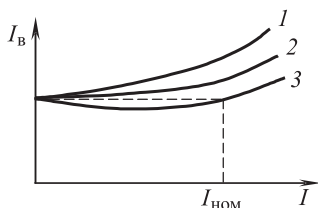


2. Двигатель параллельного возбуждения при напряжении сети $U = 110$ В имеет частоту вращения $n = 1000$ мин⁻¹ и ток возбуждения 1 А. Найти сопротивление $R_{\text{рег}}$ регулировочного реостата цепи возбуждения, позволяющего увеличить частоту вращения до 2500 мин⁻¹. Падением напряжения в обмотке якоря пренебречь. Считать, что магнитопровод – ненасыщенный.

3. Обмотка двухполюсного генератора постоянного тока имеет 600 проводников и одну пару параллельных ветвей. Частота вращения якоря $n = 960 \text{ мин}^{-1}$. При этом в обмотке якоря возникает ЭДС $E = 115 \text{ В}$. Определить магнитный поток генератора.

4. Во сколько раз увеличится мощность, потребляемая из сети двигателем постоянного тока последовательного возбуждения, если момент на валу двигателя увеличится в 2 раза? Принять, что кривая намагничивания $\Phi(I)$ линейна.

5. На рисунке приведены регулировочные характеристики генераторов постоянного тока различного возбуждения. Перечислить номера характеристик в такой последовательности: генератор независимого возбуждения, генератор смешанного возбуждения, генератор параллельного возбуждения.



Вариант 3

1. Положение физической нейтральной точки двигателя постоянного тока указано на рисунке. Определить направление вращения якоря (\uparrow — по ходу часовой стрелки или \uparrow — в противоположном направлении), а также направление ЭДС и тока в проводе a (+ или \bullet).



2. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения с номинальными параметрами $U_{\text{НОМ}} = 220 \text{ В}$, $I_{\text{я. НОМ}} = 10 \text{ А}$, $n_{\text{НОМ}} = 2000 \text{ мин}^{-1}$ при идеальном холостом ходе имеет частоту вращения якоря $n_x = 2200 \text{ мин}^{-1}$. Найти ток якоря при частоте вращения $n = 2150 \text{ мин}^{-1}$.

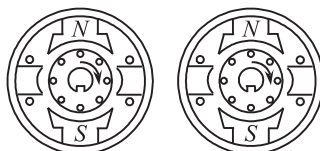
3. Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения имеет номинальные параметры $U_{\text{НОМ}} = 110 \text{ В}$, $I_{\text{НОМ}} = 40 \text{ А}$, $n_{\text{НОМ}} = 1000 \text{ мин}^{-1}$, $R_{\text{я}} + R_{\text{в}} = 0,25 \text{ Ом}$. Найти частоту вращения якоря при токе двигателя $0,5 I_{\text{НОМ}}$, считая магнитную цепь двигателя линейной.

4. Используя уравнение механической характеристики, показать, как изменятся скорости идеального холостого хода и номинального режима двигателя с независимым возбуждением, если сопротивление якоря $R_{\text{я}}$: а) увеличить; б) уменьшить. Ответ дать в форме \uparrow (возрастет), \downarrow (уменьшится), $=$ (не изменится).

5. Как изменится напряжение холостого хода генератора независимого возбуждения, если при прочих равных условиях: а) площадь сечения обмотки якоря увеличить в 2 раза; б) площадь сечения обмотки возбуждения увеличить в 2 раза. Ответ дать в форме \uparrow (возрастет), \downarrow (уменьшится) или $=$ (не изменится).

Вариант 4

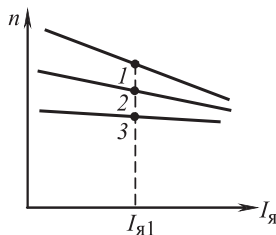
1. Указать направления токов в обмотках дополнительных полюсов (+, •) генератора и двигателя.



Генератор

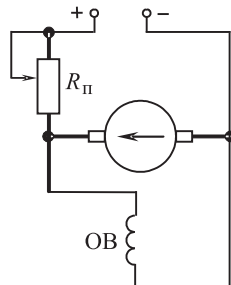
Двигатель

2. Знаками $>$, $<$, $=$ указать, в каком соотношении находятся моменты M_1 , M_2 , M_3 , развиваемые двигателем постоянного тока при работе в точках 1, 2, 3 своих скоростных характеристик? Точка 3 находится на естественной характеристике.



3. Как изменятся ток якоря $I_{я}$ двигателя с параллельным возбуждением, его ЭДС E , магнитный поток Φ и частота вращения n , если уменьшить ток возбуждения $I_{в}$ при неизменных напряжении питания и моменте на валу? Ответ дать в форме \uparrow (возрастет), \downarrow (уменьшится), $=$ (не изменится).

4. Рассчитать пусковой момент в долях от $M_{ном}$, развиваемый двигателем параллельного возбуждения при ошибочном включении пускового реостата сопротивлением $R_{п}$, если $R_{п} = 4R_{я}$, $I_{я.п} = 2,5 I_{я.ном}$. Считать, что характеристика намагничивания линейная.

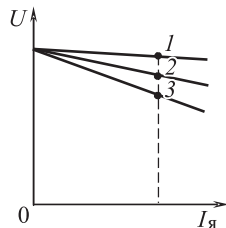


5. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения при напряжении $U_1 = 110$ В создает момент $M_1 = 40$ Н · м. Частота вращения $n_1 = 1000$ мин⁻¹. Частота вращения идеального холостого хода $n_{x1} = 1100$ мин⁻¹. Найти напряжение U_2 , обеспечивающее сохранение частоты вращения якоря при уменьшении момента до $M_2 = 20$ Н · м.

Вариант 5

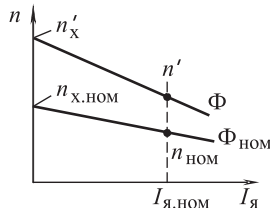
1. Как, имея мегометр, распознать выводы обмоток якоря и возбуждения двигателя постоянного тока параллельного возбуждения?

2. По внешним характеристикам генератора постоянного тока смешанного возбуждения определить, в каком соотношении находятся ЭДС E_1 , E_2 , E_3 якоря при работе генератора в режимах 1, 2, 3.

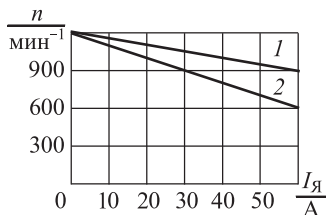


3. Как изменятся ток якоря I_a , ЭДС E и частота вращения n , если увеличить сопротивление R_{Π} реостата в цепи якоря двигателя постоянного тока параллельного возбуждения при неизменных моменте на валу и напряжении питающей сети?

4. Записать выражения, определяющие частоты n'_x и n' вращения якоря двигателя при работе на искусственной характеристике $n'(I_a)$, по параметрам естественной характеристики $n(I_a)$ при полюсном регулировании частоты вращения.



5. По естественной 1 и искусственной 2 характеристикам $n(I_a)$ двигателя постоянного тока найти сопротивление R_{Π} , введенное в цепь якоря, если $R_a = 0,2$ Ом.



Тест 13.1

Вариант 1

1. В схеме однополупериодного выпрямителя на нагрузке $R_H = 510$ Ом постоянное напряжение $U_{н.ср} = 100$ В. Правильно ли выбран диод Д226, для которого максимальное обратное напряжение $U_{обр\ max} = 400$ В, а наибольший выпрямленный ток $I_{пр\ max} = 300$ мА?

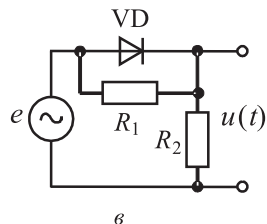
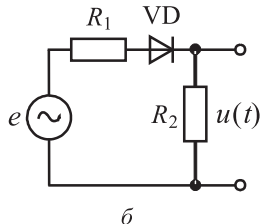
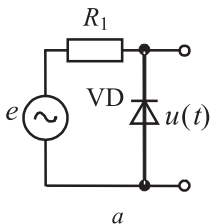
2. В схеме двухполупериодного выпрямителя ток нагрузки $I_{н.ср} = 600$ мА. Можно ли в схеме использовать диоды типа Д229В, у которых наибольший средний прямой ток $I_{пр\ max} = 400$ мА?

3. Определить частоту пульсаций основной гармоники напряжения на нагрузке трехфазного мостового выпрямителя, если напряжение первичной обмотки трансформатора имеет частоту $f = 400$ Гц.

4. Определить действующее значение напряжения вторичной обмотки трансформатора в схеме двухполупериодного мостового выпрямителя, если прямой ток каждого диода $I_{пр} = 150$ мА, а сопротивление нагрузки $R_H = 430$ Ом.

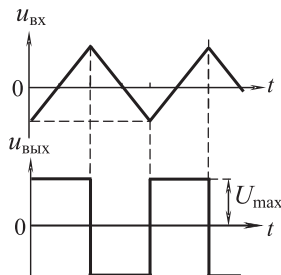
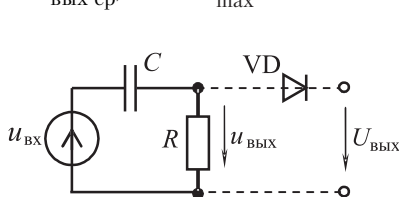
5. В схему двухполупериодного выпрямителя включен индуктивный сглаживающий фильтр. Определить индуктивность фильтра, если выпрямленный ток $I_{н.ср} = 1$ А, выпрямленное напряжение $U_{н.ср} = 100$ В, частота сети $f = 400$ Гц, коэффициент сглаживания $k_{сгл} = 15$.

6. В схемах действует синусоидальная ЭДС $e = 15\sin\omega t$ В, сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = 10$ кОм. Начертить диаграммы напряжений $u(t)$ на выходе схем а, б, в.



Вариант 2

1. На вход дифференцирующей RC -цепи подключен источник напряжения $u_{\text{вх}}(t)$. На выходе формируются разнополярные прямоугольные импульсы $u_{\text{вх}}(t)$. Схема дифференциатора дополнена диодом VD. Начертить диаграмму $u'_{\text{вх}}(t)$, рассчитать среднее значение $U'_{\text{вых ср}}$, если $U_{\text{max}} = 2 \text{ В}$.



2. В однополупериодном выпрямителе амплитуда напряжения вторичной обмотки трансформатора $U_{2m} = 12 \text{ В}$, прямое сопротивление диода $R_{\text{пр}} = 20 \text{ Ом}$, обратное сопротивление $R_{\text{обр}}$ считать равным бесконечности, сопротивление нагрузки $R_{\text{н}} = 100 \text{ Ом}$. Определить амплитуды тока и напряжения нагрузки $I_{\text{н max}}$, $U_{\text{н max}}$ а также их средние значения $I_{\text{н ср}}$, $U_{\text{н ср}}$.

3. В однофазном мостовом выпрямителе $U_{2m} = 16 \text{ В}$, амплитуда тока нагрузки $I_{\text{н max}} = 0,2 \text{ А}$, сопротивление нагрузки $R_{\text{н}} = 50 \text{ Ом}$. Определить прямое сопротивление диодов $R_{\text{пр}}$.

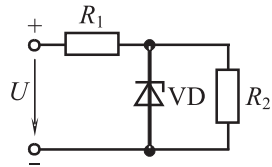
4. Для однополупериодного выпрямителя рассчитать необходимые параметры, затем выбрать диоды и трансформатор, если $U_{\text{н ср}} = 1000 \text{ В}$, $P_{\text{н}} = 10 \text{ Вт}$.

5. Определить емкость конденсатора, подключенного к выходу двухполупериодного выпрямителя для обеспечения коэффициента сглаживания $k_{\text{сгл}} = 100$, если $f_1 = 50 \text{ Гц}$; $R_{\text{н}} = 1 \text{ кОм}$.

6. Для однофазного двухполупериодного управляемого выпрямителя с нулевым выводом определить среднее значение выпрямленного напряжения $U_{\text{н ср}}$, если угол управления тиристоров $\alpha = 90^\circ$, амплитуда напряжения вторичной полуобмотки трансформатора $U_{2m} = 311 \text{ В}$. Рассмотреть режимы: а) активной нагрузки; б) индуктивной нагрузки. Начертить диаграммы $u_2(t)$, $u_{\text{н}}(t)$ для обоих режимов.

Вариант 3

1. Определить ток, проходящий через стабилитрон, если $U = 30$ В, $R_1 = R_2 = 20$ Ом, $U_{ст} = 12$ В.



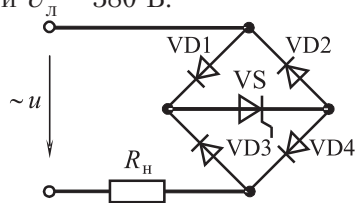
2. Определить амплитуду напряжения на нагрузке в двухполупериодном выпрямителе, если прямой ток каждого диода $I_{пр} = 20$ мА, а сопротивление нагрузки $R_H = 10$ Ом.

3. Для двухполупериодного мостового выпрямителя определить обратное напряжение на диодах, если ток в каждом диоде $I_{пр} = 250$ мА, а сопротивление нагрузки $R_H = 500$ Ом.

4. Вторичное напряжение трансформатора однополупериодного выпрямителя $U_2 = 200$ В. Среднее значение тока нагрузки $I_{H,ср} = 1$ А. Определить индуктивность L -фильтра, если коэффициент пульсаций напряжения нагрузки $K_{п2} = 0,01$.

5. Прямой ток диодов трехфазного выпрямителя с нулевым выводом $I_{пр} = 3$ А. Сопротивление нагрузочного резистора $R_H = 10$ Ом. Определить коэффициент трансформации трехфазного трансформатора, если линейное напряжение сети $U_L = 380$ В.

6. Начертить временную диаграмму напряжения на нагрузке, если $u = U_m \sin \omega t$, вентили – идеальные, а угол управления тиристора VS $\alpha = 90^\circ$.



Тест 14.1

Вариант 1

1. Для транзистора ГТ109А коэффициент передачи тока эмиттера $h_{21Б} = 0,95...0,98$. В каких пределах может изменяться коэффициент усиления тока базы?

2. Для транзистора КТ312А статический коэффициент усиления тока базы $h_{21Э} = 10...100$. В каких пределах может изменяться коэффициент передачи тока эмиттера $h_{21Б}$?

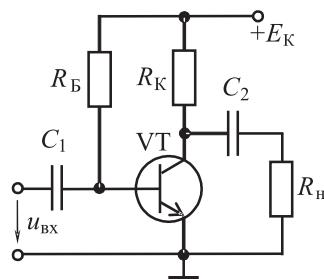
3. Биполярный транзистор, имеющий коэффициент передачи тока базы $\beta = 100$, включен по схеме с общим эмиттером. Опреде-

лить ток базы I_B , ток эмиттера I_E , коэффициент передачи тока эмиттера α , если ток коллектора $I_K = 1$ мА, а током I_{K0} можно пренебречь.

4. Усилитель имеет следующие динамические параметры: $k_U = 100$, $R_{вх} = 1$ кОм, $R_{вых} = 10$ кОм. Рассчитать коэффициент передачи β цепи обратной связи, которая позволит повысить входное сопротивление до 5 кОм. Определить параметры усилителя с учетом отрицательной обратной связи (ООС).

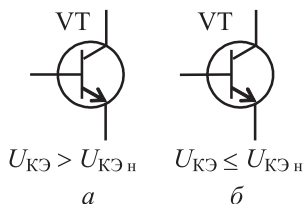
5. Двухкаскадный усилитель с коэффициентами усиления каскадов $k_{U_1} = 50$ и $k_{U_2} = 60$ охвачен общей ООС по напряжению с $\beta = 0,01$. Определить общий коэффициент усиления с учетом ООС.

6. Для каскада определить R_K и R_B , если $E_K = 12$ В, $U_{БЭ} = 0,6$ В, $h_{21} = 100$, $U_{КЭ} = 6$ В, $I_K = 5$ мА.



Вариант 2

1. Указать полярность источников напряжения, приложенного к $n - p$ -переходам транзистора: а) на пологом ($U_{КЭ} > U_{КЭн}$) и б) крутом ($U_{КЭ} \leq U_{КЭн}$) участках выходных характеристик транзистора. На каком участке (а или б) транзистор теряет свойства усилительного элемента?



2. Как изменится эмиттерный ток транзистора при увеличении $U_{КЭ}$ ($U_{КЭ} > U_{КЭн}$), если ток базы поддерживается постоянным? При $I_B = 10$ мкА и $\beta = 50$ определить токи I_K , I_E .

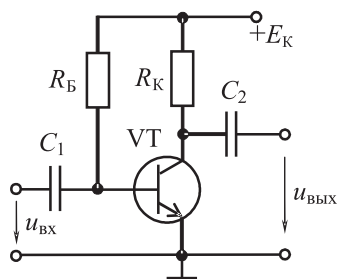
3. Определить выходное напряжение $U_{вых}$ и коэффициент усиления напряжения $K_{ОС}$ усилителя с последовательной обратной связью, если на вход усилителя кроме входного сигнала $U_{вх} = 0,2$ В подано напряжение обратной связи $U_{ОС} = 0,1$ В, действующее в

противофазе с входным. Коэффициент усиления без обратной связи $K_U = 20$.

4. В режиме холостого хода на выходе усилителя $U_{\text{вых}} = 2$ В, а при подключении нагрузки $R_{\text{н}} = 2$ кОм $U_{\text{вых}} = 1$ В. Рассчитать $R_{\text{вых}}$ усилителя.

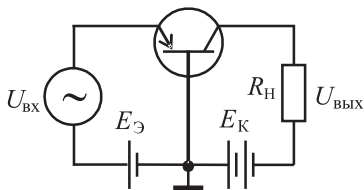
5. Определить амплитуду максимально возможного синусоидального напряжения на входе усилителя $U_{\text{вх } m'}$, при котором усилитель работает в режиме А без отсечки выходного напряжения. Коэффициент усиления $K_U = 30$, напряжение источника питания $E_{\text{к}} = 12$ В.

6. Используя схему замещения каскада в динамическом режиме, определить амплитуду входного напряжения $U_{\text{вх } m'}$, при котором мощность в нагрузке $P_{\text{вых}} = 1$ мВт, если $h_{21} = 50$, $h_{11} = 1$ кОм, $R_{\text{н}} = 2$ кОм, $R_{\text{к}} = 3$ кОм.



Вариант 3

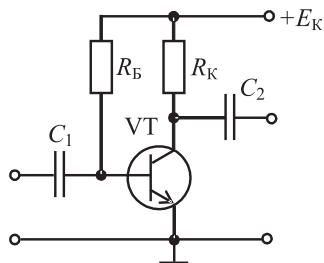
1. В схеме входное напряжение изменилось на $\Delta U_{\text{вх}} = 0,1$ В, при этом ток эмиттера изменился на $\Delta I_{\text{э}} = 50$ мА. Коэффициент $\alpha = 0,98$, сопротивление нагрузки $R_{\text{н}} = 1$ кОм. Определить коэффициент усиления по напряжению.



2. При включении транзистора по схеме с ОБ коэффициент передачи тока $\alpha = 0,98$. Сопротивление нагрузки $R_{\text{н}} = 5$ кОм. Определить входное сопротивление транзистора, если те же элементы включить по схеме с ОК.

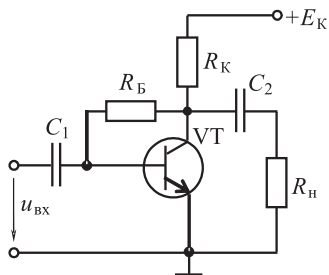
3. На выходе двухкаскадного усилителя напряжение $U_{\text{вых}} = 2$ В. Определить напряжение на входе каждого каскада, если усиление первого каскада $K_{U1} = 40$, второго – $K_{U2} = 20$.

4. Для усилительного каскада определить сопротивления R_B и R_K , необходимые для обеспечения в рабочей точке коллекторного тока $I_{КП} = 20$ мА при токе базы $I_{БП} = 0,6$ мА. Напряжение источника $E_K = 12$ В.



5. В транзисторном усилительном каскаде коэффициент усиления $K_U = 40$. Определить коэффициенты усиления тока K_T и мощности K_P , если входное сопротивление каскада $R_{ВХ} = 500$ Ом, а сопротивление нагрузки $R_H = 1$ кОм.

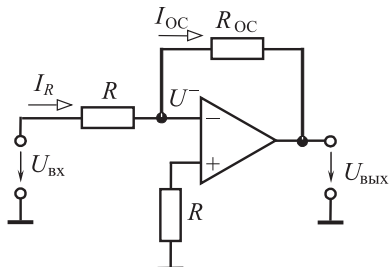
6. Определить сопротивления R_K и R_B , если $E_K = 15$ В, $h_{21} = 100$, $U_{КЭП} = 6$ В, $U_{БЭП} = 0,3$ В, $I_{БП} = 10$ мкА.



Тест 15.1

Вариант 1

1. Найти напряжение $U_{ВЫХ}$ на выходе усилителя и ток $I_{ОС}$, если $U_{ВХ} = 0,1$ В, $R = 1$ кОм, $R_{ОС} = 50$ кОм. Питание операционного усилителя осуществляется от двух источников напряжения: $U_{ИП1} = +10$ В и $U_{ИП2} = -10$ В.



2. Составить устройство на базе операционного усилителя для реализации функции $U_{\text{ВЫХ}} = -K_U (U_{\text{ВХ } 1} - U_{\text{ВХ } 2} + U_{\text{ВХ } 3})$. Определить параметры цепи, если известны $R_{\text{ОС}} = 20 \text{ кОм}$, $K_U = 5$.

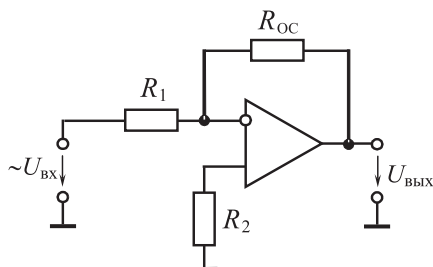
3. Ограничится ли выходной сигнал в инвертирующем усилителе, если $U_{\text{ВХ}} = 1 \text{ В}$, $R_1 = 1 \text{ кОм}$, $R_{\text{ОС}} = 20 \text{ кОм}$? Максимальное значение выходного напряжения ОУ $U_{\text{ВЫХ max}} = \pm 15 \text{ В}$. В каком режиме работает операционный усилитель?

4. Составить устройство на базе операционного усилителя для реализации функции $U_{\text{ВЫХ}} = -2U_{\text{ВХ } 1} - 3U_{\text{ВХ } 2} + U_{\text{ВХ } 3}$. Определить параметры цепи, если $R_{\text{ОС}} = 20 \text{ кОм}$.

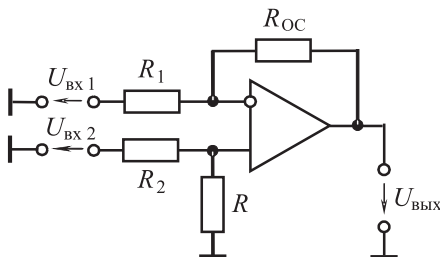
5. Для разностного усилителя определить $U_{\text{ВЫХ}}$, если $U_{\text{ВХ } 1} = 0,2 \text{ В}$, $U_{\text{ВХ } 2} = -0,2 \text{ В}$, $R_1 = R_2 = R_{\text{ОС}} = R_3 = 20 \text{ кОм}$.

Вариант 2

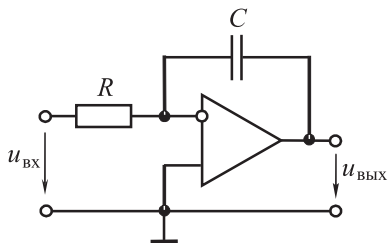
1. На вход инвертирующего усилителя на основе операционного усилителя подано синусоидальное напряжение с амплитудой $U_{\text{ВХ } m} = 1 \text{ В}$. Максимальное значение выходного напряжения операционного усилителя $U_{\text{ВЫХ max}} = \pm 3 \text{ В}$. Начертить совмещенные диаграммы входного и выходного напряжений, если $R_1 = 5 \text{ кОм}$, $R_{\text{ОС}} = 50 \text{ кОм}$. Указать амплитуды напряжений $U_{\text{ВХ } m}$, $U_{\text{ВЫХ max}}$.



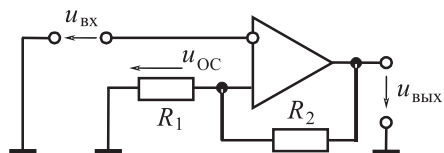
2. Определить сопротивление резистора R и выходное напряжение $U_{\text{ВЫХ}}$, если $U_{\text{ВХ } 1} = 20 \text{ мВ}$, $U_{\text{ВХ } 2} = 230 \text{ мВ}$, $R_{\text{ОС}} = 1 \text{ МОм}$, $R_1 = 10 \text{ кОм}$, $R_2 = 20 \text{ кОм}$.



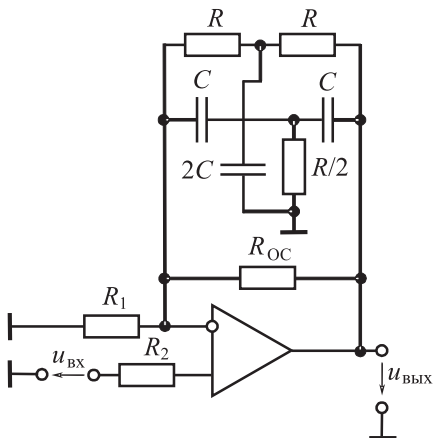
3. На вход интегратора на основе операционного усилителя в момент времени t_0 подано синусоидальное напряжение $u_{\text{ВХ}} = 2\sin\omega t$ В. Начертить совмещенные диаграммы входного и выходного напряжений, если $u_{\text{ВЫХ}}(0) = 0$, $R = 10$ кОм, $C = 100$ мкФ. Указать значения амплитуд $U_{\text{ВХ max}}$ и $U_{\text{ВЫХ max}}$.



4. Напряжение на выходе схемы может принимать одно из двух значений: $u_{\text{ВЫХ}} = \pm 10$ В, $u_{\text{ВХ}} = 4\sin\omega t$ В, $R_1 = 2$ кОм, $R_2 = 8$ кОм. Начертить совмещенные диаграммы $u_{\text{ВХ}}(t)$ и $u_{\text{ВЫХ}}(t)$. Указать амплитудные значения напряжений. В момент времени t_0 принять $u_{\text{ВЫХ}} = \pm 10$ В.



5. Рассчитать частоту входного сигнала f_0 в избирательном усилителе, при которой коэффициент усиления напряжения максимален, а также значение $K_{U \text{ max}}$, если $R = 24$ кОм, $C = 1,1$ нФ, $R_{\text{OC}} = 1$ МОм, $R_1 = 10$ кОм. Чему при этом режиме равен коэффициент обратной связи β двойного Т-образного моста?



Тест 16.1

Вариант 1

1. Преобразовать логическую функцию

$$F = (X_1 + \overline{X_2} + \overline{X_3}) + \overline{\overline{(X_3 + X_4)} + (X_6 + \overline{X_7})}$$

для реализации на элементах 2И–НЕ. Начертить схему на заданных логических элементах.

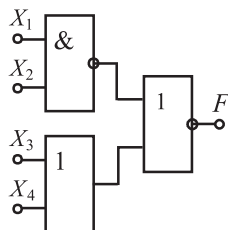
2. Используя логические элементы 3И, НЕ, составить комбинационную схему, вырабатывающую на выходе сигнал логической единицы только при поступлении на ее входы заданной комбинации входных сигналов 0101001. Записать логическую функцию, отражающую работу устройства.

3. Преобразовать логическую функцию

$$F = \overline{\overline{X_1 \overline{X_2} X_3 X_4} + \overline{X_5 \overline{X_6} X_7}}$$

для реализации на элементах 2ИЛИ, 2И, НЕ. Начертить схему на заданных элементах.

4. Записать уравнение функции, которую реализует данная схема. При каких сочетаниях входных сигналов $F = 1$?



5. Составить функциональную схему на логических элементах 2И–НЕ, реализующую функцию $F = X_1 \overline{X_2} + \overline{X_1} X_2$.

Вариант 2

1. Минимизировать логическую функцию

$$F = \overline{\overline{\overline{X_1} + X_2 + X_3} + \overline{X_1}}$$

с помощью тождеств алгебры логики для реализации схемы на логических элементах 2И–НЕ. Начертить схему на заданных логических элементах.

2. В базисе 2И–НЕ разработать комбинационное устройство с четырьмя входами, которое дает на выходе $F = 1$ при подаче на входы чисел 1, 2, 5, 6, 9, 10, 13, 14 в двоичном коде. При подаче на входы других чисел $F = 0$.

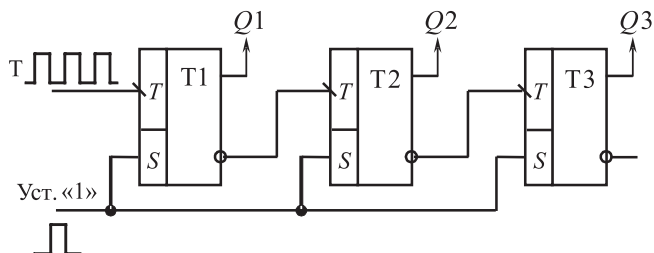
3. Составить схему на логических элементах 2ИЛИ–НЕ для подключения электродвигателя с двух мест: непосредственно у машины ($X_1 = 1$); с диспетчерского пункта ($X_2 = 1$). Напряжение питания двигателя $U = U_{\text{ном}}$ ($X_3 = 1$).

4. Создать схему мультиплексора $2 \rightarrow 1$ (логического переключателя) для передачи информации от двух источников ($D0, D1$) на выход F в соответствии с кодом адреса (A или \bar{A}). Предварительно записать логическую функцию работы мультиплексора, минимизировать ее по правилам алгебры логики для реализации схемы на логических элементах 2И–НЕ. Начертить условное графическое обозначение мультиплексора.

5. По таблице истинности составить схему асинхронного RS -триггера, начертить его условное графическое обозначение.

\bar{S}	\bar{R}	Q_{n+1}
1	1	Q_n
0	1	1
1	0	0
0	0	Не определено

6. Схема какого цифрового устройства дана на рисунке? Каковы состояния выходов триггеров $Q1, Q2, Q3$ после подачи на основной Т-вход третьего импульса?



РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. М., 2006.

Борисов, Ю.М. Электротехника / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов, Ю.Н. Зорин. М., 1985.

Горбачев, Г.Н. Промышленная электроника / Г.Н. Горбачев, Е.Е. Чаплыгин. М., 1988.

Забродин, Ю.С. Промышленная электроника / Ю.С. Забродин. М., 2008.

Касаткин, А.С. Электротехника / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. М., 2002.

Рекус, Г.Г. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Г.Г. Рекус, В.Н. Чесноков. М., 2001.

Сборник задач по электротехнике и основам электроники / под ред. В.Г. Герасимова. М., 1987.

Электротехника / под ред. В.Г. Герасимова. М., 1985.

Электротехника и электроника. В 2 кн. Кн. 1 / под ред. В.Г. Герасимова. М., 1996.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
1. Электрические цепи постоянного тока	5
Задачи с решениями	5
Контрольные задачи	40
Ответы к контрольным задачам	45
2. Однофазные линейные электрические цепи синусоидального тока	46
Задачи с решениями	46
Контрольные задачи	106
Ответы к контрольным задачам	113
3. Трехфазные электрические цепи	114
Задачи с решениями	114
Контрольные задачи	138
Ответы к контрольным задачам	142
4. Переходные процессы в линейных электрических цепях	143
Задачи с решениями	143
Контрольные задачи	155
Ответы к контрольным задачам	156
5. Периодические несинусоидальные токи в линейных электрических цепях	157
Задачи с решениями	157
Контрольные задачи	174
Ответы к контрольным задачам	176
6. Магнитное поле и магнитные цепи с постоянными магнитодвижущими силами	177
Задачи с решениями	177
Контрольные задачи	194
Ответы к контрольным задачам	196
7. Магнитные цепи с переменной магнитодвижущей силой	197
Задачи с решениями	197
Контрольные задачи	220
Ответы к контрольным задачам	221

8. Трансформаторы	222
Задачи с решениями	222
Контрольные задачи	235
Ответы к контрольным задачам	238
9. Электрические измерения	239
Задачи с решениями	239
Контрольные задачи	254
Ответы к контрольным задачам	256
10. Асинхронные машины	257
Задачи с решениями	257
Контрольные задачи	280
Ответы к контрольным задачам	281
11. Синхронные машины	282
Задачи с решениями	282
Контрольные задачи	304
Ответы к контрольным задачам	306
12. Машины постоянного тока	307
Задачи с решениями	307
Контрольные задачи	330
Ответы к контрольным задачам	332
13. Полупроводниковые диоды и выпрямители	333
Задачи с решениями	333
Контрольные задачи	341
Ответы к контрольным задачам	343
14. Транзисторы и усилительные каскады	344
Задачи с решениями	344
Контрольные задачи	356
Ответы к контрольным задачам	359
15. Операционные усилители и их применение	360
Задачи с решениями	360
Контрольные задачи	369
Ответы к контрольным задачам	371

16. Импульсные и цифровые устройства	372
Задачи с решениями	372
Контрольные задачи	380
Ответы к контрольным задачам	381
Тесты для компьютерного или аудиторного контроля знаний	382
Тест 1.1	382
Тест 1.2	386
Тест 1.3	390
Тест 1.4	394
Тест 2.1	399
Тест 2.2	404
Тест 2.3	409
Тест 2.4	413
Тест 3.1	417
Тест 3.2	422
Тест 4.1	426
Тест 5.1	431
Тест 6.1	436
Тест 7.1	440
Тест 8.1	445
Тест 9.1	449
Тест 10.1	453
Тест 11.1	457
Тест 12.1	460
Тест 13.1	465
Тест 14.1	467
Тест 15.1	470
Тест 16.1	472
Рекомендуемая литература	475

Учебное издание

Бладыко Юрий Витальевич
Розум Таисия Терентьевна
Куварзин Юрий Алексеевич и др.

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ

Учебное пособие

Редактор *Е.В. Малышева*
Художественный редактор *В.А. Ярошевич*
Технический редактор *Н.А. Лебедевич*
Корректор *В.И. Аверкина*
Компьютерная верстка *А.Н. Бабенковой*

Подписано в печать 22.03.2012. Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Гарнитура «Petersburg!». Офсетная печать. Усл. печ. л. 27,9. Уч.-изд. л. 24,5.
Тираж 600 экз. Заказ 156.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Вышэйшая школа”».
ЛИ № 02330/0494062 от 03.02.2009. Пр. Победителей, 11, 220048, Минск.
e-mail: market@vshph.com <http://vshph.com>

Открытое акционерное общество «Красная звезда». ЛП № 02330/0552716
от 03.04.2009. 1-й Загородный пер., 3, 220073, Минск.

Сборник задач по электротехнике и электронике : учеб.
С23 пособие / Ю. В. Бладыко [и др.] ; под общ. ред. Ю.В. Блады-
ко. – Минск : Выш. шк., 2012. – 478 с. : ил.
ISBN 978-985-06-2083-5.

В сборник включены задачи по цепям постоянного тока, однофазным электрическим цепям переменного тока, трехфазным цепям, переходным процессам, магнитным цепям, трансформаторам, электрическим машинам, электрическим измерениям и электронике. Приведены типовые задачи с решениями, контрольные задачи для самостоятельного решения или для решения на практических занятиях, многовариантные тесты для компьютерного либо аудиторного контроля знаний.

Для студентов учреждений высшего образования по инженерно-техническим специальностям.

УДК [621.3+621.38](076.1)(075.8)
ББК 312я73