

أجوبة امتحان الدورة الإستدراكية 2007

التمرين الأول:

1

لدينا (S) فلكة معرفة بالمعادلة الديكارتية التالية :

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 8z + 20 = 0$$

يعني : $(S) : (x^2 - 4x) + (y^2 - 4y) + (z^2 - 8z) + 20 = 0$

يعني : $(S) : (x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 4)^2 = 4$

و بالتالي : (S) فلكة مركزها $\Omega(2,2,4)$ و شعاعها $R = 2$.

2

لتكن $ax + by + cz + d = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (P) .

بما أن (P) عمودي على (BC) . فإن : $\overrightarrow{BC}(1, -1, 1)$ متجهة منظمية لـ (P) .

و منه نستطيع أن نأخذ : $a = 1$ و $b = -1$ و $c = 1$

إذن المعادلة الديكارتية لـ (P) تصبح : $x - y + z + d = 0$

و بما أن : $A \in (P)$ فإن : $2 - 0 - 1 + d = 0$ يعني : $d = -1$

إذن المعادلة الديكارتية لـ (P) تصبح : $x - y + z - 1 = 0$; (P)

2

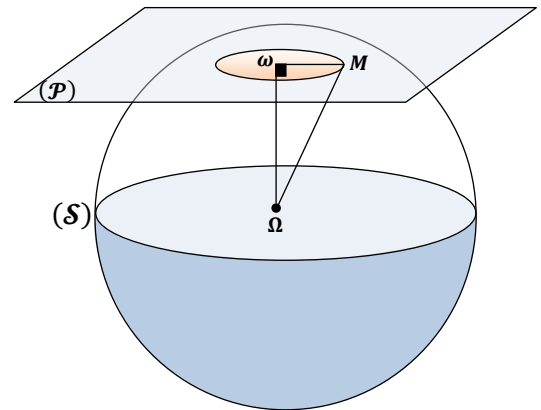
لدينا : $\Omega(2,2,4)$ و $(P) : x - y + z - 1 = 0$

$$d(\Omega, (P)) = \frac{|2 - 2 + 4 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

و بما أن : $\sqrt{3} < 2$ يعني : $d(\Omega, (P)) < R$

فإن (P) يقطع (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها r . و مركزها (α, β, γ) .

لحساب r نستعين بالشكل التالي :



لتكن $M \in (S)$ و $M \in (P)$ يعني : $M \in (\Gamma)$.

إذن : $\Omega M = R = 2$ و $(\Omega\omega) \perp (\omega M)$ و $\omega M = r$

و منه حسب مبرهنة فيثاغورس في المثلث $\Omega M \omega$ القائم الزاوية في ω

$$\Omega M^2 = \omega \Omega^2 + \omega M^2$$

نجد : $2^2 = (\sqrt{3})^2 + r^2$ يعني : $r^2 = 1$ إذن : $r = 1$

2

ليكن (Δ) المستقيم المار من $\Omega(2,2,4)$ و العمودي على المستوى (P) .

لدينا : $(P) : x - y + z - 1 = 0$

إذن $\vec{n}(1, -1, 1)$ متجهة منظمية على المستوى (P) .

لتكن $M(x, y, z) \in (\Delta)$

بما أن : $(P) \perp (\Delta)$ فإن المتجهتان \vec{n} و $\overrightarrow{\Omega M}$ مستقيمتان .

و منه يوجد عدد حقيقي t بحيث : $\overrightarrow{\Omega M} = t \vec{n}$.

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + t \end{cases} \quad \text{يعني :} \quad \begin{cases} x - 2 = t \\ y - 2 = -t \\ z - 4 = t \end{cases}$$

و هذه الكتابة الأخيرة عبارة عن تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

لدينا حسب الشكل السابق : $(\Omega\omega) \perp (P)$ و $(\Delta) \perp (P)$.

و بما أن (Δ) و $\omega\Omega$ يشتركان في النقطة Ω .

فإن : $\omega(\alpha, \beta, \gamma) \in (\Delta)$

$$(\Delta) : \begin{cases} x = t + 2 \\ y = -t + 2 \\ z = t + 4 \end{cases} \quad \text{و لدينا :} \quad \begin{cases} \alpha = t_0 + 2 \\ \beta = -t_0 + 2 \\ \gamma = t_0 + 4 \end{cases} \quad (\exists t_0 \in \mathbb{R})$$

$$\text{إذن :} \quad \begin{cases} \alpha = t_0 + 2 \\ \beta = -t_0 + 2 \\ \gamma = t_0 + 4 \end{cases}$$

و نعلم كذلك أن : $\omega(\alpha, \beta, \gamma) \in (P)$ إذن : $\alpha - \beta + \gamma - 1 = 0$

و بالتالي : $(t_0 + 2) - (-t_0 + 2) + (t_0 + 4) - 1 = 0$

يعني : $3t_0 + 3 = 0$ يعني : $t_0 = -1$

$$\begin{cases} \alpha = -1 + 2 = 1 \\ \beta = -(-1) + 2 = 3 \\ \gamma = -1 + 4 = 3 \end{cases} \quad \text{يعني :}$$

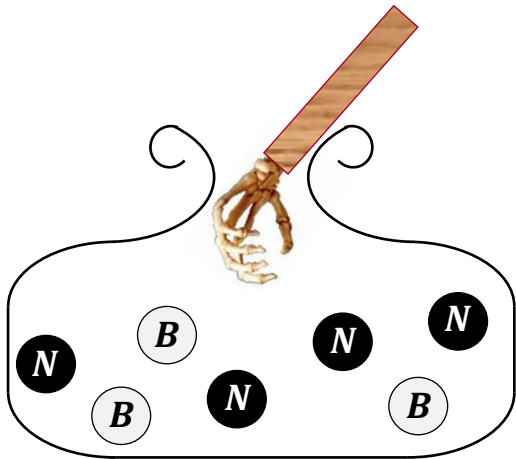
إذن : $\omega(1,3,3)$ هي مركز الدائرة (Γ) .

التمرين الثاني:

1

عندما نسحب عشوائيا ثلاث بيدقات من كيس يضم سبع بيدقات فإن النتيجة

تحتل C_7^3 إمكانية . يعني : $card(\Omega) = C_7^3 = 35$ بحيث : Ω هو كون الامكانيات .



$$p \left(\begin{array}{c} \text{الحصول على} \\ \text{بيدقتين بيضاوين} \\ \text{و البيدقة الأخرى} \\ \text{سوداء} \end{array} \right) = p \left(\begin{array}{c} \text{الحصول على} \\ \text{بيدقتين بيضاوين} \\ \text{و البيدقة الأخرى} \\ \text{سوداء} \end{array} \right) = \frac{card \left(\begin{array}{c} \text{بيدقتين} \\ \text{بيضاوين و} \\ \text{البيدقة الأخرى} \\ \text{سوداء} \end{array} \right)}{35} = \frac{C_2^2 \times C_1^1}{35} = \frac{12}{35}$$

نلاحظ أن 5^{-n} متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ و هو عدد موجب أصغر من 1 .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 5^{-n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (5^{-n} - n + 1) = 0 - \infty + 1 = -\infty \quad \text{و منه :}$$

يعني أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متباعدة . $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -\infty$

3

لدينا : $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$= \left(\frac{1}{5}\right)^0 + \left(\frac{1}{5}\right)^1 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{5}\right)^n$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(5 - 5 \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right) = \frac{1}{4} \left(5 - \frac{5}{5^{n+1}}\right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(5 - \frac{1}{5^n}\right)$$

$$T_n = \frac{1}{4} \left(5 - \frac{1}{5^n}\right) \quad \text{إذن :}$$

و لدينا كذلك : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$$S_n = \sum_{k=0}^n u_k = \sum_{k=0}^n \left(\left(\frac{1}{5}\right)^k - k + 1\right) \quad \text{إذن :}$$

$$= \sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{5}\right)^k - \sum_{k=0}^n k + \sum_{k=0}^n 1$$

$$= T_n - \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

$$= T_n - \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

$$= T_n - \left(\frac{n(n+1) - 2(n+1)}{2}\right)$$

$$= T_n - \frac{(n+1)(n-2)}{2}$$

التمرين الرابع :

1

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} + 2i)^2 &= (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(2i) + (2i)^2 \\ &= 2 + 4\sqrt{2}i - 4 = -2 + 4\sqrt{2}i \end{aligned}$$

2

لنحل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - (\sqrt{2} + 2)z + 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}i = 0$

$$\begin{aligned} \Delta &= (\sqrt{2} + 2)^2 - 4(2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}i) \\ &= (6 + 4\sqrt{2}) - 4(2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}i) \\ &= -2 + 4\sqrt{2}i = (\sqrt{2} + 2i)^2 \end{aligned} \quad \text{لدينا :}$$

2

$$p \left(\begin{array}{c} \text{الحصول على} \\ \text{ثلاث بیدقات من} \\ \text{نفس اللون} \end{array} \right) = p \left(\begin{array}{c} \text{البیدقات الثلاث} \\ \text{كلها بيضاء} \end{array} \right) \text{ أو } p \left(\begin{array}{c} \text{البیدقات الثلاث} \\ \text{كلها سوداء} \end{array} \right)$$

$$= p \left(\begin{array}{c} \text{البیدقات الثلاث} \\ \text{كلها بيضاء} \end{array} \right) + p \left(\begin{array}{c} \text{البیدقات الثلاث} \\ \text{كلها سوداء} \end{array} \right)$$

$$= \frac{C_3^3}{35} + \frac{C_4^3}{35} = \frac{1}{35} + \frac{4}{35} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

3

$$p \left(\begin{array}{c} \text{الحصول على} \\ \text{بیدقة بيضاء} \\ \text{على الأقل} \end{array} \right) = p \left(\begin{array}{c} \text{بیدقة بيضاء} \\ \text{و الآخرين} \\ \text{سوداوين} \end{array} \right) \text{ أو } p \left(\begin{array}{c} \text{بیدقتان} \\ \text{بيضاوين و} \\ \text{الثالثة سوداء} \end{array} \right) \text{ أو } p \left(\begin{array}{c} \text{ثلاث} \\ \text{بیدقات} \\ \text{بيضاء} \end{array} \right)$$

$$= p \left(\begin{array}{c} \text{بیدقة بيضاء} \\ \text{و الآخرين} \\ \text{سوداوين} \end{array} \right) + p \left(\begin{array}{c} \text{بیدقتان} \\ \text{بيضاوين و} \\ \text{الثالثة سوداء} \end{array} \right) + p \left(\begin{array}{c} \text{ثلاث} \\ \text{بیدقات} \\ \text{بيضاء} \end{array} \right)$$

$$= \frac{C_3^1 \times C_4^2}{35} + \frac{C_3^2 \times C_4^1}{35} + \frac{C_3^3}{35}$$

$$= \frac{1 \times 6}{35} + \frac{3 \times 4}{35} + \frac{1}{35} = \frac{19}{35}$$

التمرين الثالث :

1

ليكن n عنصرا من \mathbb{N} بحيث $v_n \neq 0$.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} + n + 1 - 1}{u_n + n - 1} = \frac{\frac{1}{5}u_n - \frac{4}{5}u_n - \frac{1}{5} + n}{u_n + n - 1} = \frac{\frac{1}{5}v_n}{v_n} = \frac{1}{5}$$

لقد اخترنا بالكمية الغير المنعدمة v_n لأن $v_n \neq 0$ حسب الإفتراض .

$$\text{نحصل إذن على : } \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{5} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$\text{يعني : } v_{n+1} = \frac{1}{5} v_n \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

إذن : $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$.

2

ليكن n عنصرا من \mathbb{N} .

بما أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ فإن حددها العام v_n يكتب على

$$\text{الشكل : } (\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = v_0 \left(\frac{1}{5}\right)^{n-0}$$

$$\text{و لدينا : } v_0 = u_0 + 0 - 1 = 2 + 0 - 1 = 1$$

$$\text{إذن : } (\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n$$

$$\text{أو بتعبير آخر : } (\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = 5^{-n}$$

2

$$\text{حصلنا على : } (\forall n \in \mathbb{N}) ; v_n = 5^{-n}$$

$$\text{إذن : } (\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n + n - 1 = 5^{-n}$$

$$\text{يعني : } (\forall n \in \mathbb{N}) ; u_n = 5^{-n} - n + 1$$

التمرين الخامس:

ليكن x عنصرا من المجال $]0; +\infty[$. لدينا: $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$.
 إذن: $g'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}$ يعني: $g'(x) = \frac{x^2 + 1 - 2x}{x^2}$

يعني: $g'(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)^2$
 ونلاحظ أن: $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 \geq 0$; $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$

إذن: $\forall x \in]0; +\infty[$; $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 \geq 0$
 يعني: $\forall x \in]0; +\infty[$; $g'(x) \geq 0$
 وبالتالي: g دالة تزايدية على المجال $]0; +\infty[$.

ليكن x عنصرا من المجال $]0; +\infty[$.

إذن: $x \in]0; 1]$ أو $x \in]1; +\infty[$

في الحالة الأولى: إذا كان $x \in]0; 1]$

لدينا $x \leq 1$ إذن: $g(x) \leq g(1) = 0$ لأن g تزايدية على $]0; +\infty[$
 ومنه: $\forall x \in]0; 1]$; $g(x) \leq 0$

في الحالة الثانية: إذا كان $x \in]1; +\infty[$

لدينا $x \geq 1$ إذن: $g(x) \geq g(1) = 0$ لأن g تزايدية على $]0; +\infty[$
 ومنه: $\forall x \in]1; +\infty[$; $g(x) \geq 0$

ليكن x عنصرا من المجال $]0; +\infty[$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(\sqrt{x}))^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2(\ln \sqrt{x}))^2}{(\sqrt{x})^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} 4 \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right)^2 = \lim_{\substack{t \rightarrow +\infty \\ t = \sqrt{x}}} 4 \left(\frac{\ln t}{t} \right)^2$$

$$= 4 \times 0^2 = 0$$

إذن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$

نستغل إذن هذه النهاية لحساب نهاية f بجوار $+\infty$.

لدينا: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2 \right)$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 + \frac{1}{x^2} - \frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2}{x} \right)$$

$$= (+\infty)(1 + 0 - 0 - 0) = +\infty$$

إذن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

إذن المعادلة تقبل حلين عقديين z_1 و z_2 :

$$\begin{cases} z_1 = \frac{(\sqrt{2} + 2) - (\sqrt{2} + 2i)}{2} = 1 - i \\ z_2 = \frac{(\sqrt{2} + 2) + (\sqrt{2} + 2i)}{2} = 1 + \sqrt{2} + i \end{cases}$$

ليكن $z_1 = 1 - i$ إذن: $|z_1| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

ومنه: $z_1 = \sqrt{2}e^{i\theta}$. لنحدد قياسا للزاوية θ .

لدينا: $\sqrt{2}e^{i\theta} = 1 - i$

يعني: $\sqrt{2} \cos \theta + i \sqrt{2} \sin \theta = 1 - i$

يعني: $\begin{cases} \sqrt{2} \cos \theta = 1 \\ \sqrt{2} \sin \theta = -1 \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

يعني: $\begin{cases} \cos \theta = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \sin \theta = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$ يعني: $\begin{cases} \cos \theta = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \sin \theta = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \end{cases}$

إذن: $\theta \equiv \frac{-\pi}{4} [2\pi]$ و بالتالي: $z_1 = \sqrt{2}e^{-\frac{i\pi}{4}}$

في هذا السؤال، أقترح طريقتين. إحداهما متهورة والأخرى هادئة.

الطريقة المتهورة: $z_1 z_2 = (1 - i)(1 + \sqrt{2} + i)$

$$= 1 + \sqrt{2} + i - i - \sqrt{2}i + 1$$

$$= 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}i$$

$$= \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1 - i)$$

$$= \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1 + i)$$

$$= \sqrt{2} \bar{z}_2$$

الطريقة الهادئة:

استعمال العلاقة بين حلي ثلاثية الحدود $az^2 + bz + c = 0$ ومعاملاتها

لدينا بصفة عامة: $z_1 z_2 = \frac{c}{a}$

إذن في معادلتنا هذه لدينا: $z_1 z_2 = \frac{\sqrt{2} + 1 - i}{1} = \sqrt{2} \bar{z}_2$

في كلتا الطريقتين نلاحظ أن: $z_1 z_2 = \sqrt{2} \bar{z}_2$

ومنه: $\arg(z_1 z_2) \equiv \arg(\sqrt{2} \bar{z}_2) [2\pi]$

ومنه: $\arg(z_1) + \arg(z_2) \equiv \arg(\bar{z}_2) + \arg(\sqrt{2}) [2\pi]$

ومنه: $\arg(z_1) + \arg(z_2) \equiv -\arg(z_2) + 0 [2\pi]$

ومنه: $\arg(z_1) + 2 \arg(z_2) \equiv 0 [2\pi]$

ليكن $z_1 = \sqrt{2}e^{-\frac{i\pi}{4}}$ حسب ما سبق

إذن: $\arg(z_1) \equiv \frac{-\pi}{4} [2\pi]$

ونعلم أن: $\arg(z_1) + 2 \arg(z_2) \equiv 0 [2\pi]$

إذن: $\frac{-\pi}{4} + 2 \arg(z_2) \equiv 0 [2\pi]$

يعني: $2 \arg z_2 \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

أي: $\arg(z_2) \equiv \frac{\pi}{8} [2\pi]$

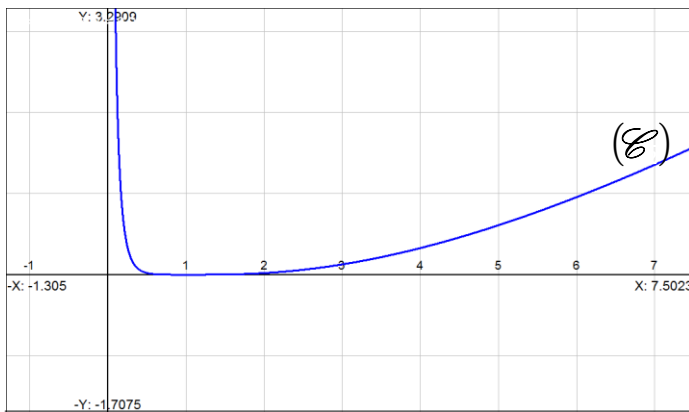
و بالتالي: $\frac{\pi}{8}$ عمدة العدد العقدي z_2 .

و بالتالي : $\forall x \in]0, +\infty[; f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

إن من هذه المتساوية نلاحظ أن إشارة $f'(x)$ تتعلق فقط بإشارة $g(x)$ و من ثمَّ نستغل ما حصلنا عليه في السؤال (I 2) لصياغة جدول تغيرات الدالة f كما يلي :

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+
$f'(x)$	-	0	+
f	$+\infty$	0	$+\infty$

التمثيل المباني للدالة f .



لدينا : $G(x) = x \ln x - x$ و $g(x) = \ln x$

إذن : $G'(x) = (x \ln x)' = \ln x + \frac{x}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x = g(x)$

و نعلم أن الدالة g معرفة و متصلة على المجال $]0; +\infty[$.
 إذن : G دالة أصلية للدالة g على المجال $]0; +\infty[$.

$$\begin{aligned}
 \int_1^e (\ln x)^2 dx &= \int_1^e \underbrace{(\ln x)}_{u'} \underbrace{(\ln x)}_v dx \\
 &= [\ln x \cdot (x \ln x - x)]_1^e - \int_1^e \frac{1}{x} (x \ln x - x) dx \\
 &= [x(\ln x)^2 - x \ln x]_1^e - \int_1^e (\ln x - 1) dx \\
 &= [x(\ln x)^2 - x \ln x]_1^e - [x \ln x - x]_1^e \\
 &= [x(\ln x)^2 - x \ln x - x \ln x + 2x]_1^e \\
 &= [x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x]_1^e \\
 &= (e(\ln e)^2 - 2e \ln e + 2e) - ((\ln 1)^2 - 2 \ln 1 + 2) \\
 &= (e - 2e + 2e) - (0 - 0 + 2) = e - 2
 \end{aligned}$$

ليكن x عنصرا من المجال $]0; +\infty[$.

$$\begin{aligned}
 f\left(\frac{1}{x}\right) &= \frac{1}{\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} - \left(\ln \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\
 &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} - (-\ln x)^2 - 2 \\
 &= \frac{1}{x} + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2 = f(x)
 \end{aligned}$$

إذن : $\forall x \in]0, +\infty[; f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = +\infty$$

إذن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

و نفسر هذه النتيجة هندسيا بقولنا : إن المستقيم $(x = 0)$ يعني محور الأرتيب ، مقارب عمودي للمنحنى (\mathcal{C}) بجوار الصفر .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

لنحسب النهاية التالية :

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\frac{1}{x} + x - (\ln x)^2 - 2}{x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} - \frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{2}{x} \right) \\
 &= (1 + 0 - 0 - 0) = 1
 \end{aligned}$$

لنحسب إذن النهاية :

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 1x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2 \right) \\
 &= 0 - (+\infty)^2 - 2 = -\infty
 \end{aligned}$$

إذن (\mathcal{C}) يقبل فرعا شلجيا في اتجاه المستقيم ذو المعادلة $y = x$.
 أو بتعبير آخر : (\mathcal{C}) يقبل فرعا شلجيا في اتجاه المنصف الأول للمعلم .

ليكن x عنصرا من المجال $]0; +\infty[$.

$$f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - 2(\ln x) \left(\frac{1}{x} \right)$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x} - 2 \ln x \right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} g(x)$$

